



CIEMAC

Congreso Internacional  
sobre la Enseñanza de la Matemática  
Asistida por Computadora

TEC | Tecnológico  
de Costa Rica

# MEMORIAS

## VII Congreso Internacional sobre la Enseñanza de la Matemática Asistida por Computadora

Cartago, Costa Rica

2011

# TALLERES



# Acceso y uso del software Graphing Calculator

MSc. Roberto Azofeifa Cubero<sup>1</sup>

## Resumen

En el taller, el autor muestra algunas de las bondades del software GC, así como algunos posibles usos en los procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática. Se aprende a usar el software, y se muestran vivencias propias del autor en el aula en sus clases de matemática. Por último, se dan recomendaciones para estudiantes, maestros y profesores de matemáticas.

## Introducción

El Graphing Calculator se encuentra disponible en la dirección [www.PacificT.com](http://www.PacificT.com) y hay una versión gratuita para Windows que se descarga como a manera de un demo con ejemplos y animaciones que no es totalmente funcional pero permite ver con claridad lo que se puede hacer en el programa Graphing Calculator.

El programa Graphing Calculator es un software comercial que permite visualizar figuras geométricas en dos, tres y cuatro dimensiones. Se pueden crear gráficas animadas a través de parametrizaciones con un intervalo dado de oscilación para el parámetro, pero también se resuelven ecuaciones gráficamente y se escogen las perspectivas de observación, es decir se pueden girar o rotar las figuras geométricas representadas.

Uno de los aspectos más llamativos de este software es la simplicidad con la que se introducen los datos.

El programa Graphing Calculator ofrece diferentes colores lo cual es muy útil sobre todo a la hora de representar la intersección entre dos superficies, pero también permite bajar la resolución en los colores para poder mirar a través de ellas y ver claramente el interior de la región de intersección de las superficies.

En el caso de la representación gráfica de funciones de dos o tres variables, no es necesario despejar ninguna de las variables en particular, es decir se puede graficar la ecuación en forma explícita o en forma implícita.

En el taller se pretende mostrar algunos conocimientos básicos sobre como a cezar y como usar el programa GC. La idea es mostrar las herramientas básicas para su uso y algunas sugerencias y

---

<sup>1</sup> Profesor de Matemáticas del Instituto Tecnológico de Costa Rica y de la Universidad de Costa Rica. Correo: [razofeifa@itcr.ac.cr](mailto:razofeifa@itcr.ac.cr)

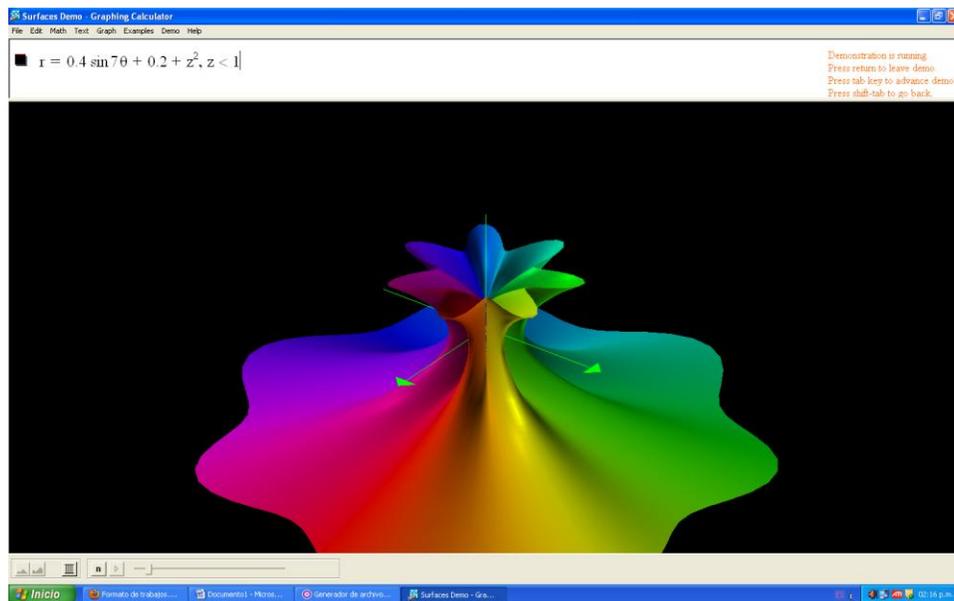
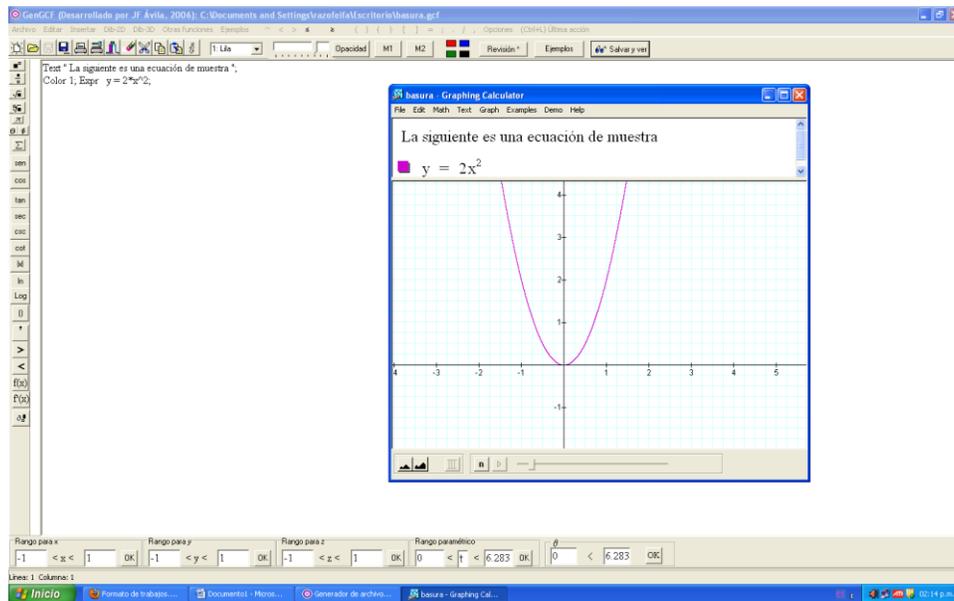
recomendaciones sobre su implementación en la docencia, específicamente para reforzar los procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática. Se utilizará la versión gratuita elaborada por el profesor MSc. Juan Félix Ávila. El taller está dirigido a profesores y estudiantes de matemática que deseen adquirir una herramienta que les permita potenciar los procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática, específicamente para niveles de secundaria y universitaria, pero también es adecuado para maestros de primaria. Durante el taller, los usuarios tendrán la oportunidad de descubrir sus bondades y usarlo para resolver problemas de matemática de secundaria y de nivel universitario. El taller tiene una duración de cuatro horas, en la primera etapa hay un proceso de sensibilización y aprendizaje, mientras que en la segunda etapa hay un proceso de aplicación y desarrollo de destrezas. Para poder desarrollar este taller es necesario usar un laboratorio de computadoras que permita instalar el software y un video beam para que el expositor lleve a cabo las explicaciones necesarias. También es posible participar con computadora personal o laptop, ya que de esta manera el usuario puede instalar de una vez el software en su escritorio. Es importante decir que el expositor lo usa como herramienta en sus clases de matemática, tanto en el ITCR como en la UCR, y que por lo tanto el taller contará con anécdotas y vivencias cotidianas. A continuación se muestran algunas copias de pantalla de lo que se puede hacer con el software GC, así como del ambiente de trabajo.

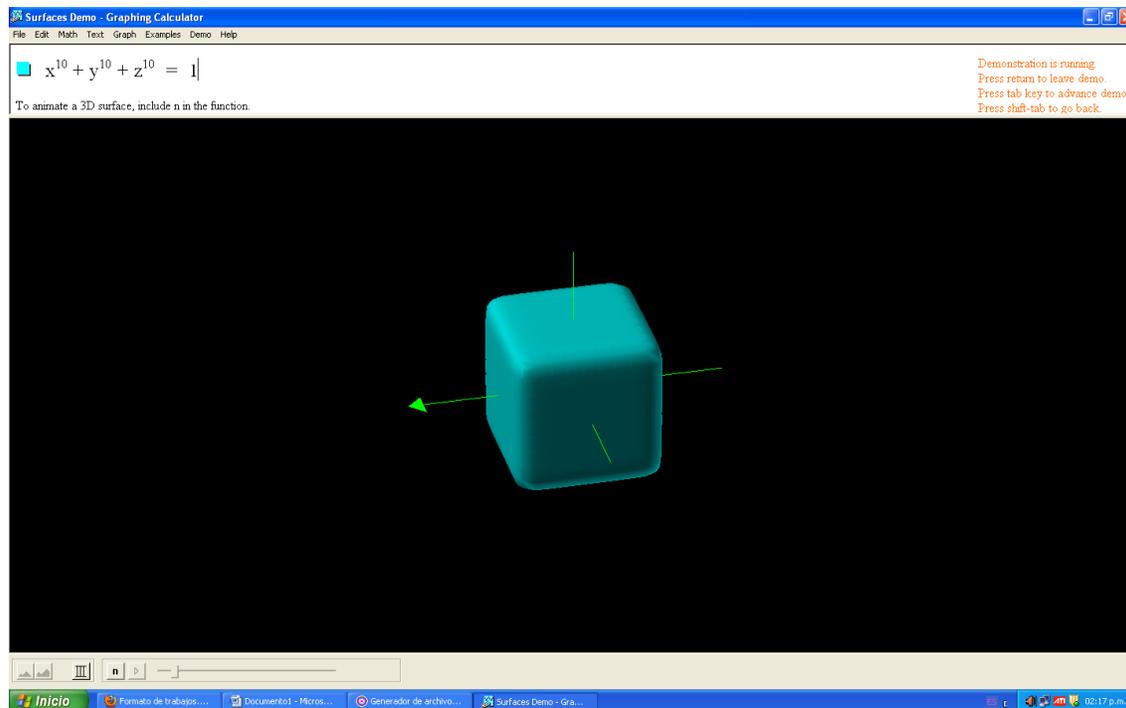
#### Actividades (tiempo estimado (4h))

1. Saludos (2 min)
2. Instalación del software (se reparten los discos, se le regala uno a cada usuario) (15 min)
3. El editor (15 min)
4. El visualizador (15 min)
5. Comandos (15 min)
6. Se grafica en dos dimensiones y se da un tiempo (15 min) para que exploren y pregunten
7. Se resuelven problemas de matemática de secundaria y o universidad (dos o tres probl) (1 hora)
8. Se grafica en tres dimensiones y se da un tiempo (15 min) para que exploren y pregunten
9. Se resuelven problemas de matemática sobre planos, rectas y superficies (dos o tres probl). (1 hora)

10. Animaciones (15 min)

11. Si el tiempo lo permite: Tema libre, hacer una creatividad. (15 min)





## Bibliografía

Azofeifa, Roberto et al, Algunos aspectos de Multimedia en la Enseñanza de la Matemática a nivel de Secundaria, Monografía de Seminario de Graduación para obtener el título de Licenciados en la Enseñanza de la Matemática, Ciudad Universitaria Rodrigo Facio, UCR, 1998.

Azofeifa, Roberto, Software Educativo con el uso de Multimedia Para Integrales Múltiples, Tesis de Graduación para obtener el título de Master en Matemáticas, con énfasis en Matemática Educativa, Ciudad Universitaria Rodrigo Facio, UCR, 2007.

Demidovich, Bladimir et al, Problemas y Ejercicios de Análisis Matemático, Editorial Mir Moscú, Sexta Edición, URSS, 1977.

Larson, Rolan y Hostetler, Robert, Cálculo y Geometría Analítica, Editorial McGraw-Hill, Tercera Edición, México, 1991.

Apostol, Tom M., Calculus, Volumen II, Editorial Reverté, Barcelona, España, 1965.

Ávila, Juan Félix, Graficación Animada, Escuela de Informática de la Universidad Nacional, Heredia, Costa Rica, Enero de 2007.

# Actividades lúdicas como motivación en la enseñanza de la matemática

Leonel Chaves Salas<sup>1</sup>

Adrián Sánchez Godínez<sup>2</sup>

## Resumen

Una de los principales problemas en la enseñanza de la matemática de nuestro país es la desmotivación de los estudiantes hacia ésta disciplina. Uno de los factores que genera dicha desmotivación es la forma mecanicista o tradicional en que se imparten las lecciones. En el presente taller se desarrollarán actividades de matemática recreativa, donde se presentan problemas en forma de juego, retos o trucos de magia, que buscan despertar el interés de los estudiantes, además de resaltar los conceptos matemáticos que están detrás de dichos juegos.

## Introducción

Para quienes laboramos en la enseñanza de la matemática, lamentamos el nivel formativo y conceptual que poseen los estudiantes en los diversos temas que se abordan en nuestra disciplina. Probablemente algunas de las causas de la situación anterior sean poca disposición de los estudiantes hacia la materia de estudio, la forma tradicional de impartir las lecciones de matemática por parte de los docentes, al estilo definición ejemplo y ejercicio.

Todo esto al final se traduce en una desmotivación por parte de los estudiantes, rechazo a priori a todo lo que tiene que ver con esta disciplina, e inclusive culturalmente es aceptado como la materia difícil, la que genera todo tipo de problemas entre otros. Diversos autores lo ponen de manifiesto podemos mencionar al ex ministro de educación Doryan (periódico la república pág. 5A).“La miedomática” es un producto de una serie prejuicios que el propio adulto le trasmite al niño, lo cual hace que este tenga idea de que dicha materia es la más difícil del mundo.”

Toda esta problemática es objeto de estudio que se ha abordado y discutido en diversos congresos y seminarios, por personas que estamos interesadas un una educación matemática distinta a lo tradicional, donde lo que predomine sean procesos deductivos,

---

<sup>1</sup>Universidad Nacional, Universidad de Costa Rica. Costa Rica. lchav@una.ac.cr

<sup>2</sup>Universidad Nacional. Liceo Regional de Flores. Costa Rica. asanche@una.ac.cr

procesos de manipulación de materiales y de razonamiento que le ayuden a los estudiantes a visualizar, generar patrones, para luego comprender realmente un concepto matemático.

Chaves y Sánchez ( 2004 ) “La enseñanza de la matemática debe desligarse del enfoque tradicional predominante y pasar a una enseñanza donde se haga uso de todo aquello que permita beneficiar al estudiante en el proceso de aprendizaje, que el profesor sea el encargado de suministrar diversas experiencias que faciliten el aprender matemáticas”.

El mismo plan de estudios Matemática III ciclo (pág. 55), indica lo siguiente “los docentes de matemática deben aprovechar la solución de problemas para fomentar la perseverancia en la búsqueda de estrategias, la curiosidad y el interés en la estimación de resultados. Para enriquecer la originalidad y la creatividad en el planteamiento de nuevas situaciones problemáticas y la criticidad en la discusión de los resultados”.

También, Chaves y Sánchez (2004) señalan “Para lograr esto se debe dar mayor importancia a métodos formas de trabajo en donde los estudiantes tengan la oportunidad de participar, comentar y discutir entre ellos conceptos....”

Con respecto a esto, el programa de estudios de Matemática 2005 para III ciclo (pág. 42) nos indica en cuanto al tipo de problemas que se pueden trabajar con los estudiantes lo siguiente “Problemas en los que, para solución, se requiera de un ordenamiento de ideas lógicas y la aplicación de conceptos básicos, llamados por algunos autores como problemas de ingenio y acertijos....”

Es por esto que en el presente taller proponemos una estrategia útil para este fin, la cual es promover el razonamiento lógico matemático a través de juegos acertijos y otras actividades de este tipo lo que se conoce como matemática recreativa.

## **Historia**

El desarrollo histórico de la matemática muchas veces se ha debido a problemas de índole práctico, como por ejemplo la necesidad de medir los terrenos tras las inundaciones del río Nilo en el Antiguo Egipto, o los cálculos debidos al comercio o al cobro de impuestos. Sin embargo, también en muchas ocasiones se han presentado problemas que se enfocan desde el punto de vista de retos mentales o juegos.

Entre estos problemas podemos mencionar el de los puentes de Königsberg, el cual consistía en determinar si era posible planificar un paseo tal que se cruzaran una serie de puentes sin pasar por ninguno más de una vez y volver al punto de partida. Otro ejemplo es el problema de la braquistócrona, planteado en 1696 por Johan Bernoulli, en el se debe hallar *la curva por la que una partícula móvil, descendiendo sólo por su propio peso, se desplaza desde un punto superior hasta un punto inferior en el menor tiempo posible.*

Existen muchos otros ejemplos que se podrían mencionar, como los cuadros mágicos, las Torres de Hanoi, rompecabezas como el tangrama, juegos de estrategia como el mismo caso del ajedrez, y muchos otros. Desarrollaremos algunos de estos ejemplos en las sesiones del presente taller.

### **Actividades a desarrollar**

El taller está programado para desarrollarse en dos sesiones de dos horas cada una. En la primera sesión se hará una presentación de algunos aspectos relevantes sobre matemática recreativa, como problemas que se han tratado a través de la historia, importancia como motivación para los estudiantes y como herramienta didáctica. Además se expondrá sobre los principales autores, como Martin Gardner (1914-2010), el ruso Yakov Perelman (1882-1946), al francés Eduard Lucas, inventor de las Torres de Hanoi, entre otros. Posteriormente se expondrán algunos ejemplos de juegos o trucos que involucran conceptos matemáticos, proponiendo a los participantes la deducción de dichos conceptos.

En la segunda sesión se profundizará en el desarrollo de otros problemas que pueden enfocarse desde el punto de vista recreativo, es decir, proponerse en forma de retos mentales, adivinanzas o trucos de “magia”. En esta parte los participantes deberán trabajar, con la ayuda de una guía teórico-práctica, en la resolución de dichos problemas, descubriendo el “truco” que está tras su solución y sobre todo exponiendo los conceptos matemáticos y las justificaciones respectivas.

### **Referencias bibliográficas**

Alegría, P. *Magia y Matemáticas de la Mano de Martin*. Números. Revista de Didáctica de las matemáticas. Marzo 2011. Volumen 76. <http://www.sinewton.org/numeros>

- Astorga, A y Sánchez A. (1999). Enseñanza de la matemática asistida por computadora: experiencia en el Instituto Tecnológico de Costa Rica. Memorias del I Congreso Internacional de Enseñanza de la Matemática Asistida por computadora. Cartago. Costa Rica.
- Chaves, L. y Sánchez, A. et all ( 2004). Propuesta Didáctica para la enseñanza del álgebra y las funciones: Clases Tipo Taller. Heredia, Costa Rica.
- Gardner, M. (1984) *Festival mágico-matemático*. Madrid: Alianza Editorial SA.
- Gardner, M. (1989) *Juegos matemáticos*. México: Editorial Selector.
- Ministerio de Educación Pública (2005). Programa de estudios de Matemática, Tercer ciclo. San José Costa Rica.
- Varela.Q.I. (1995) Matemáticas... el fantasma de Siempre. Periódico la República, 22 noviembre. San José, Costa Rica.
- Vinuesa, C. *Matemáticas*. Números. Revista de Didáctica de las matemáticas. Marzo 2011. Volumen 76. <http://www.sinewton.org/numeros>

# Aprender jugando con JCLIC

Víctor José Palencia Gómez

Nora del Consuelo Goris Mayans

Teresa Carrillo Ramírez<sup>1</sup>

## Resumen

JClic es un software libre con el que se pueden generar secuencias de actividades lúdicas (rompecabezas, crucigramas, asociación de parejas, y varias más) para auxiliar el aprendizaje en diversas materias. En el taller se conocerán los diferentes componentes de JClic y sus principales funciones y se aprenderá a utilizar, manipular y crear actividades con este software, así como desarrollar e implementar sus secuencias.

## Objetivos

Conocer el software libre *JClic*.

Desarrollar un proyecto con una secuencia de actividades de aprendizaje utilizando *JClic*.

## Descripción

Los materiales interactivos de carácter lúdico que pueden ser trabajados de manera presencial o semi-presencial utilizando la computadora, resultan recursos efectivos que se pueden incluir dentro de las actividades de un curso en provecho del aprendizaje de los alumnos. La elaboración de estos materiales utilizando un software que sea de fácil acceso para los profesores, amigable para que aprendan su uso, y sencillo para manejarlo, permite incluir este tipo de actividades de manera eficaz en los cursos.

Las actividades lúdicas que se pueden generar con *JClic* incluyen, entre otras, rompecabezas, crucigramas, ejercicios de texto y asociaciones de parejas. Las actividades se acostumbran presentar empaquetadas en proyectos. Un proyecto está formado por un conjunto de actividades y una o más secuencias, que indican el orden en que se han de mostrar.

*JClic* está formado por cuatro aplicaciones:

---

<sup>1</sup>Universidad Nacional Autónoma de México, México.

[palencia@unam.mx](mailto:palencia@unam.mx), [noragoris@hotmail.com](mailto:noragoris@hotmail.com), [teresacr71@yahoo.com.mx](mailto:teresacr71@yahoo.com.mx)

Un applet que permite incrustar las actividades en una página Web.

Un programa independiente que, una vez instalado, permite realizar las actividades desde el disco duro de la computadora sin que sea necesario estar conectado a Internet (*JClic Player*).

La herramienta que permite crear, editar y publicar las actividades de una manera sencilla, visual e intuitiva (*JClic Author*).

Un módulo de recopilación de datos y generación de informes sobre los resultados de las actividades hechas por los alumnos (*JClic Reports*).

En este taller se expondrán algunas maneras de crear, organizar y manipular paquetes con *JClic* que incluyan una o más actividades, construidas en forma individual, con el fin de elaborar un pequeño proyecto. Los participantes podrán incluir objetos multimedia dentro de las actividades que planifiquen. La meta será la elaboración de un paquete que contenga diversas actividades de entre las que el programa ofrece.

El taller está dirigido a cualquier profesor o estudiante que tenga conocimientos básicos sobre el manejo de texto e imágenes en computadora y, preferentemente pero no necesariamente, objetos multimedia (sonidos o videos).

### **Metodología**

El primer módulo (applet) se descarga automáticamente la primera vez que se visita alguna página que contenga un proyecto *JClic* incrustado. Los otros tres se pueden instalar en la computadora mediante un programa ejecutable.

Los pasos para elaborar un proyecto con la herramienta *JClic Author*, una vez determinados los objetivos de aprendizaje que se espera alcanzar, son los siguientes:

1. Establecer los datos de identificación del proyecto.
2. Seleccionar qué tipo de actividades se utilizarán (rompecabezas, crucigrama, etc.) para los objetivos propuestos.
3. Diseñar cada actividad según su tipo.
4. Incluir en la mediateca del proyecto los objetos (imágenes, sonidos) que se vayan a utilizar en las actividades.

5. Generar cada actividad con la herramienta.
6. Elaborar una portada y una conclusión para el proyecto.
7. Determinar el diagrama de flujo de las actividades y establecer su secuencia con *JClic Author*.
8. Revisar el proyecto.
9. Empaquetar y guardar el proyecto.

### **Actividades**

- 1a.** Se conocerán el software libre *JClic*, la herramienta *JClic Author* para elaborar proyectos y varios tipos de actividades que pueden generarse con este software.
- 2a.** Se diseñarán actividades diversas para un proyecto.
- 3a.** Se generarán las actividades diseñadas de acuerdo con la metodología indicada, se elaborarán la portada y la conclusión.
- 4a.** Se establecerá la secuencia en que deben aparecer las actividades y se concluirá el proyecto.

### **Requerimientos**

Aula con computadoras que cuenten con acceso a Internet, o que tengan ya instaladas las herramientas *JClic Player*, *JClic Author* y *JClic Reports*.

### **Duración**

Una o dos sesiones, de dos a tres horas (los expositores se ajustarán a las necesidades de los organizadores del Congreso en cuanto a la duración).

### **Bibliografía**

Xarxa Telemàtica Educativa de Catalunya (2003). *¿Qué es JClic?* Disponible en: <http://clic.xtec.net/es/jclic/>

Red Telemática Educativa de Andalucía Averroes (2005). *Introducción a JClic*. Disponible en: <http://www.juntadeandalucia.es/averroes/jclic/>

Asociación Ibn Firnás. Observatorio Astronómico de La Rinconada (2007). *Creación de actividades educativas multimedia con JClic*. Disponible en: <http://clic.xtec.cat/es/jclic/curs.htm>

## ¿Cómo calcular la raíz n-ésima sin utilizar calculadora?

Franklin Hernández Clavera<sup>1</sup>

Eithel Trigueros Rodríguez<sup>2</sup>

### Resumen

Actualmente, en la educación secundaria el cálculo de las raíces (n-ésima) se limita a expresarlas de la forma  $b\sqrt[n]{a}$  lo que no permite al estudiante entender en qué consisten los llamados decimales infinitos no periódicos.

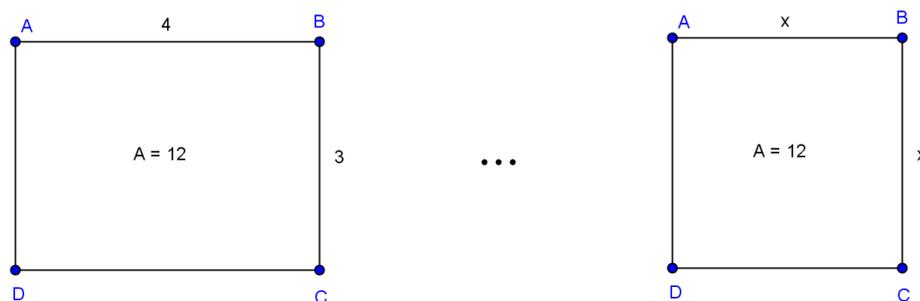
Es necesario llevar a las aulas métodos que le hagan ver al discente la gran diferencia que existe entre los números racionales y los irracionales.

Por otro lado es necesario, esquematizar los diferentes algoritmos para evidenciar la secuencia de pasos lógicos, en la aplicación de fórmulas y para esto puede utilizarse el software conocido como Dfd.

Así, ellos tendrán una idea más exacta de cómo usar la tecnología (informática) en el estudio y enseñanza de la matemática.

### ACTIVIDAD 1

- Calcular la raíz cuadrada utilizando el método babilónico.
  - a. Dado un rectángulo de área constante ( $A$ ), buscar las dimensiones  $l \times a$ .
  - b. Cambiar uno de los lados por el promedio  $\left(\frac{l+a}{2}\right)$  de las dimensiones halladas, y hallar la otra dimensión de manera tal que área ( $A$ ) dada no cambie.
  - c. Repetir el paso b, hasta que dicho rectángulo se convierta en cuadrado de lado  $x$ .
  - d. ¿Qué representa el valor de  $x$  respecto al valor de  $A$ ?



### ACTIVIDAD 2

---

<sup>1</sup>IPEC CINDEA Arabela Jiménez de Volio. Estudiante de la Carrera Licenciatura en la Enseñanza de la Matemática asistida por computadora (TEC)

<sup>2</sup>Estudiante de la Carrera Licenciatura en la Enseñanza de la Matemática asistida por computadora

- Calcular la raíz cuadrada de 65789 con al menos tres decimales, utilizando el método llamado “resolución”.

a.

6	57	89	256,4
<u>-4</u>			<u>45</u> · 5
257			<u>506</u> · 6
<u>-225</u>			<u>5124</u> · 4
3289			5128 ? · ?
<u>-3036</u>			
25300			
<u>-20496</u>			
480400			

### ACTIVIDAD 3

- Calcular la raíz cúbica de 12 utilizando su equivalente geométrico como en la actividad 1 (sugerencia: utilice un prisma de base cuadrada y volumen 12).

### ACTIVIDAD 4

- Con base en la actividad 1 y 3, escriba un algoritmo que le permita calcular la raíz  $n$ -ésima de un número  $x(\sqrt[n]{x})$

### ACTIVIDAD 5

- Utilizando el Dfd, diseñe los respectivos diagramas de flujo para todas las actividades anteriores.

### ACTIVIDAD 6

- Utilizando el Dfd, diseñe un diagrama de flujo que le permita hallar los ceros de una ecuación cuadrática, aplicando la formula general  $\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ .

### **ACTIVIDAD 7**

- ¿Cuáles temas pueden ser enseñados utilizando el Dfd?

### **ACTIVIDAD 8**

- ¿Qué software utiliza usted actualmente en sus lecciones?

### **BIBLIOGRAFÍA**

¿Desde cuándo data la raíz cuadrada? .Recuperado desde:

<http://ciudadanodelmundo.espacioblog.com/post/2006/07/12/ade-cuando-data-raiz-cuadrada->

Bellatín Pérez, Eva (2009). Raíz cuadrada. Video recuperado desde:

<http://www.youtube.com/watch?v=WYpzhZ>Ifcs>

# Contenido Interactivo para el Desarrollo de Cursos en Línea utilizando Articulate Studio Pro '09

Master Enrique Vílchez Quesada<sup>1</sup>

## Resumen:

Articulate Studio Pro '09 comprende un conjunto de aplicaciones (Presenter, Engage, Quizmaker y Video Encore) destinadas a la generación de contenido interactivo para desarrollar cursos e-learning. Con este trabajo se muestran este compendio de herramientas para la creación de presentaciones, quices, encuestas y post producción de video. Se pretende introducir al lector en el uso de Articulate como una alternativa eficaz para la generación de contenidos en la implementación de cursos a distancia o semi presenciales.

## 1. Introducción

La creación de contenidos interactivos es una tarea esencial para quienes nos dedicamos a la docencia en cualquier contexto, ya sea en forma presencial, virtual o mixta, sin embargo, generar contenido de alta calidad implica una inversión de recursos humanos e institucionales que frecuentemente escapan a las posibilidades reales de los cuerpos docentes que asumen múltiples responsabilidades en este ejercicio profesional.

Bajo esta perspectiva, la búsqueda de software para la creación de contenido, debería contemplar en el profesorado una condicionante adicional, la inversión de tiempo y recursos se debe minimizar en equilibrio con la calidad.

El software Articulate responde a estas necesidades de manera efectiva dado que permite generar contenido digital de buena calidad, sin necesidad de tener que invertir considerables cantidades de tiempo o recursos.



de manera versátil provee herramientas para el desarrollo de presentaciones dinámicas utilizando Microsoft Power Point e interacciones que pueden estar destinadas a diversos fines educativos.



Una versión de prueba por treinta días de este programa, se puede instalar a través del link:  
<http://www.articulate.com/downloads/freetrial-step1.aspx>.

---

<sup>1</sup>Profesor de la Escuela de Informática de la Universidad Nacional de Costa Rica, email: [evilchez@una.ac.cr](mailto:evilchez@una.ac.cr)

Con el presente trabajo se muestra el uso de Articulate Presenter, Articulate Engage, Articulate Quizmaker y Articulate Video Encore brindando importantes sugerencias e invitaciones para el diseño de materiales educativos computarizados en cualquier área de conocimiento.

## **2. Prerrequisitos**

Manejo del sistema operativo Windows.

## **3. Objetivos**

- Utilizar las principales funcionalidades del software Articulate Presenter.
- Crear interacciones a través del software Articulate Engage.
- Crear quices y encuestas mediante la aplicación Articulate Quizmaker.
- Utilizar el software Articulate Video Encore para convertir videos en formato FLV.

## **4. Contenido**

Se desarrollará en el taller la utilización de los siguientes programas:

- Articulate Presenter
- Articulate Engage
- Articulate Quizmaker
- Articulate Video Encoder

## **5. Metodología**

La metodología a aplicar durante este taller, se fundamentará en una explicación magistral de las principales características de las aplicaciones de Studio Pro'09 complementadas con diversas prácticas enunciadas en el apartado anterior. Se entregará a los participantes un CD con los contenidos necesarios para el desarrollo de cada una de las prácticas anteriormente citadas.

## **6. Conclusiones**

El conjunto de aplicaciones Articulate Studio Pro '09 pueden brindar a las instituciones educativas, opciones de desarrollo viables de contenido digital de buena calidad.

El rasgo más característico de Articulate reside en el ahorro sustancial de recursos que posibilita en diversos aspectos: temporales, económicos y humanos.

El presente trabajo proporciona una introducción a los cimientos básicos para iniciar de una forma intuitiva el diseño y desarrollo de materiales educativos para la implementación de cursos e-learning o b-learning.

Se espera que con los ejemplos expuestos y las explicaciones asociadas, el lector pueda por su propia cuenta iniciar la aventura de la producción y post producción digital.

## **7. Referencias**

Articulate Global, Inc. (2009). Presenter Documentation. Recuperado el 1 de setiembre del 2010 de <http://www.articulate.com/support/>.

Articulate Global, Inc. (2009). Engage Documentation. Recuperado el 1 de setiembre del 2010 de <http://www.articulate.com/support/>.

Articulate Global, Inc. (2009). Quizmaker Documentation. Recuperado el 1 de setiembre del 2010 de <http://www.articulate.com/support/>.

Articulate Global, Inc. (2009). Video Encoder Documentation. Recuperado el 1 de setiembre del 2010 de <http://www.articulate.com/support/>.

# Cuestionarios interactivos con *PowerPoint*

Víctor José Palencia Gómez

Nora del Consuelo Goris Mayans<sup>1</sup>

## Resumen

*PowerPoint*<sup>™</sup> es una herramienta de Microsoft Office frecuentemente utilizada para auxiliar la presentación de conceptos en múltiples áreas, y muy socorrida en el campo de la educación. En este taller se explorará una potencialidad poco conocida de esta herramienta,, consistente en la elaboración de objetos de aprendizaje (ejercicios, cuestionarios) que fomentan la interactividad entre el objeto de aprendizaje y el estudiante.

## Objetivos

Identificar la capacidad de *PowerPoint*<sup>™</sup> para generar contenidos interactivos.

Construir un objeto de aprendizaje (cuestionario) interactivo utilizando *PowerPoint*<sup>™</sup>.

## Descripción

Una vez establecido el contenido de un cuestionario de opción múltiple y/o de Falso-Verdadero, y determinado el tipo de retroalimentación que se desea dar a las respuestas correctas y a las incorrectas, los elementos fundamentales para la creación de una presentación interactiva del cuestionario utilizando *PowerPoint* son el establecimiento de un diagrama de flujo de las diapositivas y la inserción de hipervínculos en éstas.

En el taller se partirá de elaborar un cuestionario de cinco preguntas sobre conceptos elementales de aritmética y álgebra y se concluirá con una presentación interactiva en *PowerPoint* que contendrá el cuestionario.

El taller está dirigido a cualquier profesor o estudiante que tenga conocimientos básicos sobre el uso de *PowerPoint*.

## Metodología

---

<sup>1</sup>Universidad Nacional Autónoma de México, México.  
[palencia@unam.mx](mailto:palencia@unam.mx), [noragoris@hotmail.com](mailto:noragoris@hotmail.com)

Los pasos para elaborar un objeto de aprendizaje de este tipo son los siguientes:

1. Seleccionar el contenido del objeto de aprendizaje.
2. Crear las preguntas y la retroalimentación.
3. Elaborar un diagrama de flujo.
4. Elaborar la portada del objeto de aprendizaje.
5. Redactar las instrucciones.
6. Introducir en *PowerPoint* los elementos diseñados anteriormente.
7. Agregar hipervínculos.
8. Bloquear los clics.
9. Guardarla como pps.
10. Revisarla.

### **Actividades**

- 1a.** Se reconocerá la herramienta *PowerPoint* y la forma en que se introducen contenidos en las diapositivas. Se determinarán los contenidos del cuestionario a elaborar, se crearán las preguntas y la retroalimentación y se elaborará el diagrama de flujo.
- 2a.** Se elaborarán la portada, introducción e instrucciones y se introducirán en diapositivas los elementos que se han diseñado.
- 3a.** Se agregarán los hipervínculos y se terminarán los demás pasos señalados en la metodología.

### **Requerimientos**

Aula con computadoras que cuenten con cualquier versión de *PowerPoint 2000* o posterior.

### **Duración**

Una o dos sesiones, de dos horas (los expositores se ajustarán a las necesidades de los organizadores del Congreso en cuanto a la duración).

## **Bibliografía**

Kehoe, Jerard. *Writing Multiple-Choice Test Items*. Practical Assessment, Research & Evaluation, Vol. 4 (9). 1995. En línea: <http://pareonline.net/getvn.asp?v=4&n=9>

McGreal, Rory. *Learning Objects: A Practical Definition*. International Journal of Institutional Technology and Distance Learning. Vol. 1 No. 9. Sept 2004. pp 21-32

Rodriguez, Michael C. *Three Options Are Optimal for Multiple-Choice Items: A Meta-Analysis of 80Years of Research*. Educational Measurements: Issues and Practice, Vol. 24 – 2, Jun 2005. pp. 3-13

# Desarrollo de Sólidos con material concreto

Gilberto Vargas Mathey<sup>1</sup>

## Resumen

En este taller se construirán concretamente diferentes sólidos. Para ello, se comenzará por definir que sólidos se desean construir contando con un modelo como prototipo a seguir. A partir de estos prototipos, se explicaran las condiciones espaciales y su desarrollo plano teórico. Posteriormente, se procederá a concretar el desarrollo del sólido con material específico para finalmente construir el sólido. Finalmente, se tomarán medidas a los sólidos y sus desarrollos.

## Objetivo General

El objetivo que se persigue con este taller es el poder determinar para sólidos específicos, el desarrollo en un plano, y poder construir el sólido con material concreto a partir de su desarrollo siempre que esto sea posible.

## Aplicaciones

El desarrollo de sólidos tiene mucha importancia en diversas ramas de la técnica y en muchos oficios como en aplicaciones con chapas para los hojalateros. También es importante para el cálculo de materiales, costos, y la construcción de recipientes entre otros.

## Descripción del problema general

Se trata de desarrollar un sólido de cualquier forma “siempre que sea posible” en un plano abriendo su superficie con el menor número posible de cortes y extendiéndolo en el plano.

## Consideraciones Generales

Solo las superficies de algunos sólidos como poliedros, sólidos derivados del cilindro y del cono, son desarrollables en un sentido estricto. Las demás superficies como las esféricas de formas diversas, de silla, de anillo no se pueden desarrollar con exactitud aunque es posible obtener cierta aproximación y obtener así desarrollos que corresponden aproximadamente a los sólidos propuestos.

El principio fundamental que rige para realizar desarrollos es el siguiente:

---

<sup>1</sup> Instituto Tecnológico de Costa Rica, Costa Rica. [vargasmathey@gmail.com](mailto:vargasmathey@gmail.com)

Los lados correspondientes de los polígonos o de las figuras geométricas que se obtienen en el desarrollo, mediante cortes de la superficie de un sólido, tienen que ser de la misma longitud.

### **Desarrollo de actividades para la construcción de sólidos con material concreto.**

#### 1. Presentación de prototipo a desarrollar

En esta etapa, para cada caso, se presentará las condiciones espaciales del sólido ubicando las vistas, la condición isométrica, y estableciendo los cortes que se realizarán al sólido específico para su desarrollo.

#### 2. Establecimiento del desarrollo teórico del sólido

A partir del prototipo, y apoyado en los cortes establecidos en el paso anterior se comentará la deducción teórica del desarrollo de un sólido para cada caso.

#### 3. Construcción del desarrollo material del sólido a partir del desarrollo teórico

Se procederá a definir y concretar el desarrollo teórico del sólido en un material específico.

#### 4. Construcción del sólido material a partir del desarrollo material

En este paso se procederá a armar el sólido con diferentes técnicas de doblado y unión

#### 5. Medidas y comentarios. Para cada caso específico se procederá a establecer diferentes medidas tanto para el sólido como para su desarrollo.

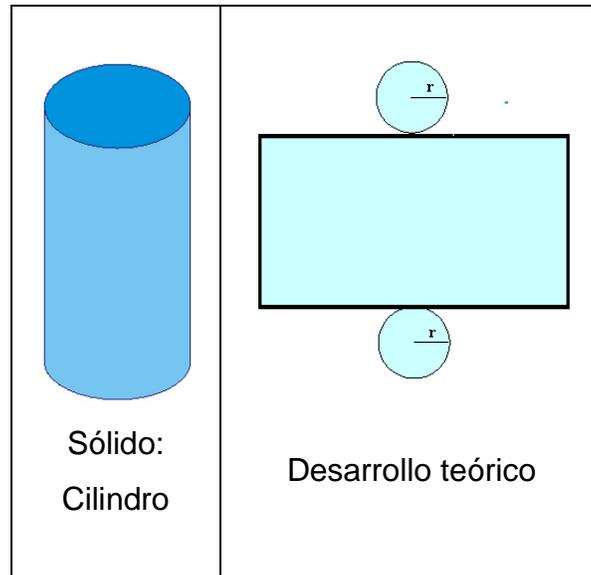
### **Casos específicos:**

Entre otros, se construirán:

- Un paralelepípedo recto de base rectangular
- Un cilindro.
- Un cono.
- Un prisma recto hexagonal.
- Una pirámide recta de base cuadrada.
- Un tronco oblicuo de prisma recto de base rectangular.
- Un tronco oblicuo de prisma hexagonal de base rectangular.
- Una superficie cilíndrica truncada oblicuamente.

- Algunos casos de derivaciones con tuberías para menor, o igual diámetro y con ángulo específico para el eje.

Ejemplo de un caso a implementar



**Bibliografía**

*F.E. Giesecke, A. M. (1986). Dibujo para Ingeniería. . México.: Editorial McGraw Hill .*

*Godino, J. D. (Febrero de 2002). ugr.es. Recuperado el 20 de Setiembre de 2011, de*

*www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/manual/4\_Geometria.pdf:*

*www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/manual/4\_Geometria.pdf*

*Ministerio de Educación de Guatemala. (2010). mineduc.edu. Recuperado el 18 de Setiembre de 2011, de*

*http://www.mineduc.edu.gt/recursos/images/1/16/Matematica\_6to\_-\_Unidad\_8\_-\_Solidos\_geometricos.pdf*

# Diseño rápido, fácil y gratuito de una página WEB

Ana Magali Salazar Ávila<sup>1</sup>

## Resumen

Nos encontramos en una sociedad donde nuestros estudiantes se encuentran muy familiarizados con el uso de las tecnologías. Es natural pensar que, por ello, tienden a no sentirse cómodos dentro de las aulas donde los contenidos académicos continúan transmitiéndose por medio de estrategias tradicionales y poco atractivas para ellos. Como docentes sabemos esto; sin embargo, encontramos muchas limitantes, tanto institucionales como personales o económicas. En el presente taller pretendo mostrar el uso de recursos que se encuentran disponibles para uso libre (mientras se manipulen sin afán de lucro publicitario). Estos recursos permitirán que los participantes sean capaces de diseñar y administrar su propio Sitio Web de manera muy sencilla, sin necesidad de conocer lenguaje HTML. Además, aprenderán a utilizar otras herramientas, como por ejemplo: Calendario de Actividades, procesador de texto (con editor de ecuaciones) para uso colaborativo de manera sincrónica o asincrónica y el blog docente. Considero que es importante cuestionarnos lo siguiente: ¿Hay mejor forma de preparar a tus estudiantes para las últimas tecnologías incorporadas al lugar de trabajo que presentándolas directamente como parte del programa educativo?

## OBJETIVOS

- **Diseñar y administrar sitios web, sin afán de lucro, para uso académico o personal.**
- Desarrollar destrezas, en los docentes, relacionadas con uso de software y el diseño de estrategias metodológicas que potencien el uso de la tecnología con el fin de mejorar los procesos de enseñanza-aprendizaje.

## DESCRIPCIÓN

Este taller pretende, de una manera fácil, rápida y gratuita, mostrar una serie de pasos básicos que permitan al usuario crear y administrar Sitios Web en la plataforma de Google Sites. Esto es posible sin necesidad de utilizar el lenguaje HTML; es tan sencillo como usar WORD. Como consecuencia, se describirán las distintas herramientas que complementan esta aplicación, por ejemplo: Gmail, Blogger, Google Docs, Google Calendar, entre otras. Con el fin de que al docente se le facilite desarrollar estrategias que posibiliten el trabajo colaborativo y el aprovechamiento de las herramientas tecnológicas que se ofrecen de manera gratuita y sin restricciones considerables.

---

<sup>1</sup>Licenciatura en enseñanza de la Matemática, Máster en Docencia Universitaria. Universidad Técnica Nacional – Universidad Nacional – ASOMED – [asalazaravila@yahoo.com](mailto:asalazaravila@yahoo.com)

**Estas herramientas pueden utilizarse, aunque el centro educativo no cuente con disposición libre en el uso del equipo de cómputo; sin embargo, requiere que, de alguna u otra manera, el docente y los estudiantes cuenten con la disposición (en el hogar o café Internet) de uso de una computadora con conexión a Internet.**

### **Actividades a desarrollar**

**A continuación se enumerarán las actividades principales que se pretenden desarrollar en el presente taller académico:**

1. Creación de una cuenta en Gmail, en caso de no poseerse.  
Una cuenta de correo electrónico permitirá, al usuario, tener acceso a diversas herramientas de uso libre y gratuito.
2. Discusión sobre la importancia y utilidad de herramientas tecnológicas con fines académicos.  
La importancia de la tecnología como estrategia metodológica, es un tema que se ha discutido en muchas ocasiones. En este taller, se pretende generar una discusión general, enfocándose en las herramientas que se mostrarán durante la actividad.
3. Diseño y administración de un sitio web con fines académicos y personales.  
Un sitio web puede ser de gran ayuda en los procesos académicos. Sea para difundir información sobre los proyectos o actividades, también como apoyo de las lecciones. Los estudiantes pueden tener, a disposición, el material, tareas, respuestas actividades, entre otros.
4. Mantenimiento del Calendario de Actividades que se puede implementar en el Sitio Web.  
Es de mucha utilidad mantener un planeamiento de las actividades próximas. Los estudiantes pueden estar al tanto de ello con sólo observar el calendario que el profesor haya diseñado. El calendario puede personalizarse para cada nivel educativo o para cada uno de los grupos a los que se imparte lecciones. Es decisión del docente cómo prefiera implementarlo, en caso que lo considere necesario.
5. Uso de Google Docs en la elaboración de documentos de forma colaborativa y en el diseño de formularios o encuestas.  
Es una aplicación que facilita la creación de documentos de texto, plantillas de cálculo o presentaciones multimediales sin necesidad de contar con ningún software instalado. Naturalmente, requiere de conexión a Internet. Esta herramienta no sólo permite que

varias personas accedan al mismo documento y trabajen de forma colaborativa (de manera sincrónica o asincrónica), sino que a la vez, el docente puede observar el historial y determinar quienes han realizado aportaciones y qué aportaciones realizó.

6. Diseño y aplicación del blog docente.

Aplicación que facilita la recopilación cronológica de textos, artículos. Además, funcionan como bitácoras académicas o personales. Son una herramienta muy útil para el docente, puede adaptarse para cualquier disciplina. Puede utilizarse para colocar material o recursos educativos, publicaciones periódicas donde se pueden permitir comentarios por parte de los lectores, entre otros.

Para culminar el presente documento, es importante reflexionar sobre si ¿hay mejor forma de preparar a tus estudiantes para las últimas tecnologías incorporadas al lugar de trabajo que presentándolas directamente como parte del programa educativo?, considerando, siempre, las posibilidades de recursos.

### Bibliografía

Gmail. Disponible en:  
<https://accounts.google.com/ServiceLogin?service=mail&passive=true&rm=false&continue=https%3A%2F%2Fmail.google.com%2Fmail%2F%3Fhl%3Des%26tab%3Dbm%26ui%3Dhtml%26zy%3Dl&bsv=llya694le36z&sc=1&ltmpl=default&ltmplcache=2&hl=es&from=login>

Google Sites. Disponible en:  
<https://accounts.google.com/ServiceLogin?continue=https%3A%2F%2Fsites.google.com%2F%3Fhl%3Des%26tab%3Db3&followup=https%3A%2F%2Fsites.google.com%2F%3Fhl%3Des%26tab%3Db3&hl=es&service=jotspot&passive=true&ul=1>

Google Docs. Disponible en:  
<https://accounts.google.com/ServiceLogin?service=writely&passive=1209600&continue=https://docs.google.com/?hl%3Des%26tab%3Dbo&followup=https://docs.google.com/?hl%3Des%26tab%3Dbo&ltmpl=homepage&hl=es>

Google Calendar. Disponible en:  
<https://accounts.google.com/ServiceLogin?service=cl&passive=1209600&continue=https://www.google.com/calendar/render?hl%3Des%26tab%3Dbc&followup=https://www.google.com/calendar/render?hl%3Des%26tab%3Dbc&hl=es>

Google Blogs. Disponible en:  
<https://accounts.google.com/ServiceLogin?service=blogger&passive=1209600&continue=http://www.blogger.com/home&followup=http://www.blogger.com/home&ltmpl=start>

# Edición de documentos Latex que incorporan imágenes editadas con Geogebra

Daniela Araya Román<sup>1</sup>

Adrián Sánchez Godínez<sup>2</sup>

## Resumen

El uso de software gratuitos que permiten la creación e impresión de trabajos de alta calidad, es de gran importancia para profesionales ubicados en campos que realicen investigación o bien que sean activos en cuanto a la creación de documentos como exámenes o unidades didácticas. El taller brinda una introducción sobre la edición de texto matemático con Latex y la inserción de imágenes creadas en el software Geogebra.

## Introducción

El uso de la tecnología en la elaboración de materiales para el desarrollo de actividades educativas es un asunto frecuente en la actualidad. Muchas de nuestras tareas docentes involucran el manejo de software computacional, que en muchos de los casos permiten la elaboración de un determinado trabajo, pero no proveen la calidad y la claridad en el documento elaborado; por ello, es importante buscar nuevas opciones de software que nos permitan simplificar o mejorar las características tanto en la edición del trabajo como en la presentación visual del documento final.

Por ejemplo, la edición de los exámenes o elaboración de guías didácticas es un tema que no podemos evitar, el cual en ocasiones se torna tedioso por el hecho de requerir ciertas particularidades que no se consiguen a través de los procesadores de texto usuales.

Ante esta situación, es atinado señalar la importancia de conocer la existencia de varios software gratuitos que permiten de manera sencilla y eficiente, realizar trabajos de alta calidad en cuanto a presentación de texto matemático y nitidez en las imágenes.

Aunque encontramos varios programas informáticos que cumplen con las características descritas, el presente taller hará énfasis al uso de los software TexMaker (editor Latex) y el software Geogebra (paquete dinámico para la enseñanza de temas como geometría, álgebra, cálculo, etc.), donde el primero nos permite la edición del texto matemático y el segundo es

---

<sup>1</sup>Universidad de Costa Rica. Liceo Regional de Flores. Costa [Rica.damaarro2708@gmail.com](mailto:Rica.damaarro2708@gmail.com)

<sup>2</sup> Escuela de Matemática. Universidad Nacional. Liceo Regional de Flores. Costa Rica. [asanche@una.ac.cr](mailto:asanche@una.ac.cr)

una impresionante herramienta para la elaboración de gráficos que pueden guardarse en una extensión compatible con el editor sugerido.

La combinación de ambos programas permite desarrollar documentos con características específicas que no pueden obtenerse de otros programas, por ejemplo LaTeX posibilita escribir textos dividiéndolos en capítulos, secciones, sub secciones, controlando en todo momento la numeración y las referencias cruzadas, construye índices de contenidos, tablas o figuras que pueden ser insertadas.

## **Detalles del taller**

*Nombre:* Edición de documentos Latex que incorporan imágenes editadas con Geogebra.

*Objetivo:* Editar documentos como exámenes o unidades didácticas en Latex las cuales contengan imágenes editadas con el software Geogebra.

*Población:*

El taller está dirigido a profesores de secundaria o universitarios que deseen aprender sobre la edición de texto matemático o inserción de imágenes en documentos LaTeX. Se recomienda tener conocimientos básicos sobre el uso de Windows o Linux, así como Geogebra.

*Listado de actividades:*

1. Introducción a Latex (uso de paquetes)
2. Edición de texto normal y matemático (Se realiza mediante guías de trabajo brindadas por los ponentes)
3. Formato de imágenes
4. Inclusión de imágenes en formato Latex
5. Creación de documento ilustrativo (Examen).

*Duración del taller:* 4 horas

## **Referencias**

Di Martino, M. (2009). Comandos Latex. pp 4-6.

Hohenwarter, J & Hohenwarter, M. (2008). Introduction to Geogebra.

Lopez, D. (2009). Las matemáticas en secundaria con software libre. CEP.

Mora,W & Borbon, A . (2009). Edición de textos científicos Latex, Latex to HTML y presentaciones beamer. Revista digital Matemática Educación e Internet. pp 49-54.

# Estrategias Metodológicas para el Tema de Probabilidades en la Enseñanza Secundaria

Rándall Brenes Gómez<sup>1</sup>

Adriana González Dobrosky<sup>2</sup>

## Resumen

El Ministerio de Educación Pública de Costa Rica (MEP) ha iniciado un proceso de estudio en el currículo, de los programas de secundaria, para que a partir del año 2012, se incorpore el tema de Probabilidad. Como parte del proceso capacitación que los y las docentes debemos llevar para afrontar la enseñanza y aprendizaje de este tema, se propone el presente taller. El cual va dirigido a los profesores y profesoras a nivel de secundaria, que laboran impartiendo lecciones de matemática en los ciclos de educación general básica III ciclo y el ciclo de la educación diversificada (IV ciclo).

El mismo consistirá en una serie de estrategias pedagógicas para abordar el tema de Probabilidad, según los posibles temas a enseñar en los ciclos mencionados. Se espera abrir en el taller una metodología participativa entre los asistentes y los proponentes, para generar ideas novedosas a la hora de enseñar el mencionado tema.

**Modalidad:** Taller

**Duración:** 4 horas (2 horas por día)

**Público Meta:** Profesores de Secundaria

## Descripción

El Ministerio de Educación Pública de Costa Rica (MEP) ha iniciado un proceso de estudio en el currículo, de los programas de secundaria, para que a partir del año 2012, se incorpore el tema de Probabilidad.

Hace un tiempo sucedió algo similar con el tema de Estadística en Tercer Ciclo. En ese momento los y las docentes tuvimos que preparar, enseñar y evaluar temas que, según nuestra formación universitaria conocíamos pero que por ser temas nuevos en secundaria hubo que realizar esfuerzos por capacitarnos en dichos temas. Pensamos que en esta ocasión sucederá algo similar, carecemos de las adecuadas estrategias metodológicas para explicar los contenidos de probabilidad o nos gustaría tener ideas de cómo preparar las lecciones para abordar dicho tema.

Es por lo que queremos presentar algunas estrategias que puedan ayudar al docente a la hora de preparar e impartir sus lecciones en el tema de Probabilidades.

---

<sup>1</sup> Profesor del Instituto Tecnológico de Costa Rica. Costa Rica ranbrenes@itcr.ac.cr

<sup>2</sup> Profesora del Liceo Elías Leiva Quirós. Costa Rica: adridobrosky@costarricense.cr

La idea es que sea en modalidad taller pues, precisamente es necesaria la discusión y propuestas que los docentes de secundaria tengan también sobre el tema en cuestión.

Proponemos que el taller se desarrolle en dos sesiones (dos días), así se podrá disponer mejor del tiempo de trabajo en clase y algunas ideas que puedan surgir como trabajo para la casa o para discusión del día siguiente.

### **Actividades propuestas:**

Como parte de las actividades que se proponen están:

- Presentación de los conceptos más importantes de la Probabilidad
- Trabajo dirigido con contenidos de probabilidad y posibles estrategias a abordaje
- Trabajo en subgrupos para el desarrollo y puesta en común de posibles metodologías para enseñar temas de probabilidad
- Como actividad de cierre: Conversatorio sobre abordajes del tema de probabilidad en la enseñanza secundaria en Costa Rica a nivel de secundaria.

### **Bibliografía**

Probabilidad y estadística / Murray R. Spiegel y otros 3. México : McGraw-Hill, 2010.[ISBN 9786071502704] (#000123977)

Moya Navarro, Marco : Probabilidad y estadística : un enfoque práctico y teórico / Marco Moya Navarro, Natalia Robles. Cartago, Costa Rica : Editorial Tecnológica de Costa Rica, 2010.[ISBN 9789977662268] (#000040069)

Sánchez Sánchez, Ernesto Alonso : Probabilidad y estadística / Ernesto Alonso Sánchez Sánchez, Santiago Inzunza Cazares, Roberto Avila Antuna México : Patria, 2009[ISBN 9786074380293] (#000046156)

Devore Jay L. : Probabilidad y estadística para ingeniería y ciencias / Jay L. Devore; traducción Jorge Humberto Romo; Revisión técnica Leonardo Bañuelos Saucedo. México : Cengage Learning Editores., [s.f.]. [ISBN 9706868313] (#000039496)

Probabilidad y estadística para ingeniería y ciencias / Ronald E. Walpole y otros 3. México : Pearson Educación, 2007.[ISBN 9789702609360] (#000038197)

# Fathom: una herramienta para resolver problemas controversiales de probabilidad

Greivin Ramírez Arce<sup>1</sup>

## Resumen

El taller pretende utilizar la simulación en Fathom para desarrollar el pensamiento intuitivo en la solución de problemas considerados controversiales de probabilidad. Los participantes trabajarán en actividades guiadas con el fin de determinar la riqueza didáctica aportada por el dinamismo del paquete en la solución de diversos problemas.

**Palabras claves:** Simulación, Probabilidad y Fathom.

**Modalidad:** Taller

## Justificación de pertinencia e interés del taller

Inzunsa (2006) resume el éxito de los estudiantes al usar la simulación computacional (sugerida por Shaughnessy, 1992; Burrill, 2002; Sánchez, 2002; Lipson, 2002):

Los estudiantes encuentran sentido a la resolución de problemas mediante la simulación en Fathom una vez que se apropiaron de los recursos del software y después de haber abordado algunas actividades. Son capaces de construir por ellos mismos las distribuciones, generando las poblaciones, tomando muestras, definiendo estadísticos y calculado sus probabilidades. (p. 215)

Además, el Ministerio de Educación Pública de Costa Rica (2005) aporta que “es conveniente que se parta de lo concreto, en los temas que es posible, estimular al estudiante, para que empiece a crear sus propias estrategias y a resolver problemas en forma autónoma, sin tener que recurrir a recetas preestablecidas”.

Todo esto justifica lo fundamental que es una culturalización en procesos estocásticos a través de la simulación.

## Objetivo del taller

El taller busca colaborar con el impacto de la simulación computacional, hecha con Fathom, en la solución de problemas difíciles de resolver con el formalismo estocástico.

---

<sup>1</sup>Instituto Tecnológico de Costa Rica, Costa Rica. Correo: [gramirez@itcr.ac.cr](mailto:gramirez@itcr.ac.cr)

## **Plan y metodología del taller**

El taller se dividirá en tres etapas:

**Primera etapa:** Duración: 10 minutos

Etapla introductoria donde se les expone a los participantes la importancia de incluir en el aula herramientas tecnológicas, esto con el fin de poder utilizar la simulación para mejorar la enseñanza aprendizaje de la estocástica.

**Segunda etapa:** Duración: 60 minutos

Se resolverán dos actividades guiadas, con el fin de que se familiaricen con el paquete en la resolución de los problemas 1 y 2.

*Problema 1. Frecuencias relativas y absolutas*

Al lanzar una moneda justa, ¿cuál de los siguientes eventos considera que es más probable?

- Obtener dos escudos en cuatro intentos
- Obtener 50 escudos en 100 intentos
- Los dos anteriores son igualmente probables

*Problema 2. Probabilidad condicional (en Shaughnessy, 1992)*

Se tienen tres monedas cuyas caras son de colores e igualmente probables de extracción. Una moneda es “blanca” por un lado y “roja” por el otro, otra tiene “rojo” por ambas caras y la otra “blanco” por ambas caras. Si se introducen las monedas en una bolsa y se extrae una al azar sin ver uno de sus lados, ¿qué es más probable con respecto al color que está por el revés de esta misma moneda si el lado visto de la moneda ocurrió que era rojo?

- Que sea rojo
- Que sea blanco
- Son igualmente probables
- No se puede determinar

**Tercera etapa:** Duración: 40 minutos

Se resolverá el problema 3 sin tener una guía formal, sino que sean los participantes que desarrollen las etapas del proceso de simulación

*Problema 3. Dilama de Monty*

En un concurso, un presentador le ofrece al concursante la posibilidad de elegir entre tres puertas, atrás de dos de ellas hay una cabra y en la otra se encuentra un auto. El concursante elige una puerta, y de forma inmediata el presentador abre dentro de las otras dos opciones aquella que tiene una cabra y le ofrece al concursante la posibilidad de cambiar su escogencia original. ¿Será bueno cambiar de puerta o quedarse con la selección original?

En caso de tener tiempo se desarrollará alguno de los problemas complementarios bajo esta última modalidad.

### ***Problemas complementarios***

#### *Problema 4. Problema del taxi (en Shaughnessy, 1992)*

Una cierta noche un taxi se ve involucrado en un accidente de pega y escapa. En la ciudad operan dos compañías, la de los taxis verdes con el 85% y la de los azules con el 15%. Un observador de la escena identifica al taxi que se escapó como un taxi azul. Este observador fue probado bajo condiciones normales de visibilidad e hizo una correcta identificación del color en 80% de los casos. ¿Cuál es la probabilidad de que el taxi fugado sea azul y no verde?

#### *Problema 5. El fenómeno de Falk (en Shaughnessy, 1992)*

Una caja tiene en su interior tres bolas rojas y tres bolas azules. Se extraen dos bolas sin reemplazar la primera.

1. ¿Cuál es la probabilidad de que la segunda bola sea roja dado que la primera fue roja?
2. ¿Cuál es la probabilidad de que la primera bola sea roja, dado que la segunda es roja?

<b>Información general</b>
Título del taller: Fathom: una herramienta para resolver problemas controversiales de probabilidad
Nombre de los autores: Greivin Ramírez Arce
Institución de los autores: Instituto Tecnológico de Costa Rica
Número de horas solicitadas: 2 horas
Nivel educativo al que va dirigido: Cualquier nivel
Número máximo de personas: 20

Equipo audiovisuales o informáticos que se requieren: Laboratorio de 20 computadoras con Fathom (versión 2) instalado. Proyector de multimedia. Una pizarra acrílica.

### Referencias bibliográficas

- Burrill, G. (2002). Simulation as a tool to develop statistical understanding. En B. Phillips (Ed). *Proceedings of the Sixth International Conference on Teaching Statistics*. Cape Town South Africa.
- Inzunza, S. (2006). Significados que estudiantes universitarios atribuyen a las distribuciones muestrales en un ambiente de simulación computacional y estadística dinámica. Tesis doctoral no publicada. CINVESTAV-IPN. México.
- Lipson, K. (2002). The role of computer based technology in developing understanding of the concept of sampling distribution. En B. Phillips (Ed.). *Proceedings of the Sixth International Conference on Teaching Statistics*. Cape Town South Africa.
- Ministerio de Educación Pública (2005). Programa de Estudio de Matemática: Tercer Ciclo, Costa Rica.
- Ministerio de Educación Pública (2005). Programa de Estudio de Matemática: Cuarto Ciclo, Costa Rica.
- Sánchez, E. (2002). Teacher's beliefs about usefulness of simulation with the educational software Fathom for developing probability concepts statistics classroom. En B. Phillips (Ed.). *Proceedings of the Sixth International Conference on Teaching Statistics*. Cape Town South Africa.
- Shaughnessy, M. (1992). Research in Probability and Statistics: Reflections and Directions. En Grouws, D. A.(Ed.). *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. New York. Macmillan Publishing Company, 465-494.

# Función lineal y cuadrática mediante el uso de hoja de cálculo

Msc. Jorge Luis Chinchilla V<sup>1</sup>

Dr. Mario Villalobos Arias<sup>2</sup>

## Resumen

En la actualidad los métodos de animación que proporciona cualquier software que contenga la hoja de cálculo, aportan herramientas de fácil aprendizaje, además poseen comandos de fácil acceso para los profesores de recién inicio en este campo. En este sentido, el objetivo de este taller es de desarrollar en los y las participantes, estrategias y herramientas didácticas empleando el uso de hoja de cálculo, sea esta Excel Microsoft u Open Office, con el propósito de que cada uno de ellos logre posteriormente implementarlo en su labor docente. Para ello, se pretende llevar a cabo dos etapas: la primera corresponderá a la introducción al uso de las hojas de cálculo, como Excel Microsoft u Open Office. Se mostrará algunas herramientas básicas y su manejo. La segunda parte corresponde al desarrollo práctico con ejemplos e imágenes, referidas técnicas de manejo de algunos conceptos que permitan comprender mejor para la enseñanza de la función lineal y cuadrática en secundaria.

## Contenido

1. Introducción al manejo de la hoja Cálculo.
  - a. Que es la hoja de cálculo.
  - b. Operaciones básicas en la hoja de Cálculo.
  - c. Dibujo de Gráficos con la hoja de cálculo.
  - d. Ejemplo: Control de evaluaciones.
2. Funciones con la Hoja de cálculo
  - a. Gráfico de Funciones con la hoja de cálculo.
  - b. Dibujo de Gráfico de Funciones lineales y cuadráticas.
  - c. Animaciones sencillas con la Hoja cálculo.

## Desarrollo de una guía didáctica

A continuación se ofrecen algunos ejemplos que se desarrollaran en el taller.

1. Ecuaciones de primer grado.

---

<sup>1</sup>Escuela de Matemática, Instituto Tecnológico de Costa Rica, Email: [jochinchilla@itcr.ac.cr](mailto:jochinchilla@itcr.ac.cr)

<sup>2</sup>Escuela de Matemática, Universidad de Costa Rica, Email: [mario.cr@gmail.com](mailto:mario.cr@gmail.com)

	A	B	C	D	E
1					
2			Ecuaciones de primer grado		
3			(Una variable)		
4					
5		dado los valores de $a$ y de $b$			
6					
7		a=		3	
8		b=		16	
9					
10		x=		5	
11					

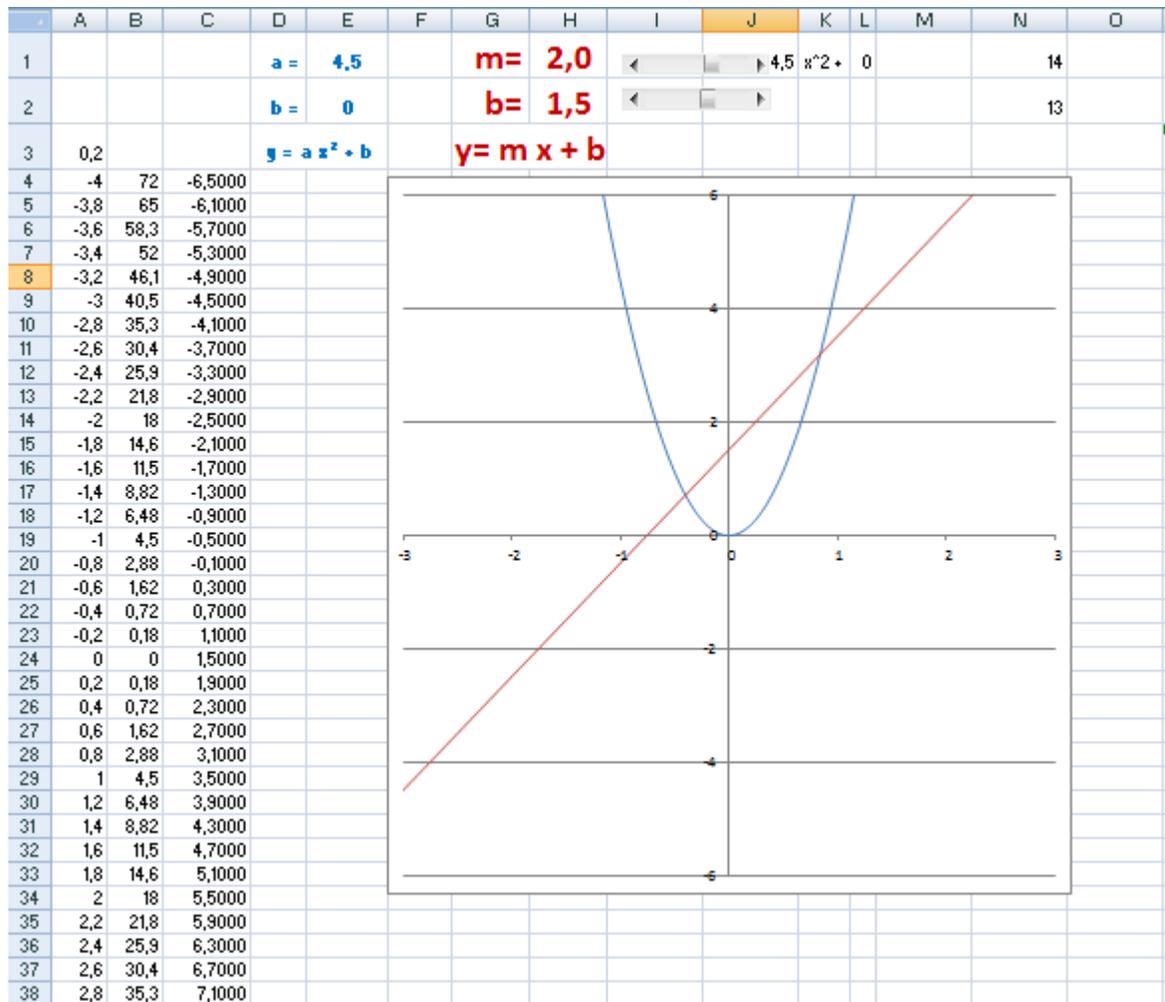
## 2. Tipos o clases de controles

En Office Excel 2007 el cuadro de controles se encuentra en la ficha Programador (esta nos ayuda a Insertar Cuadros de Controles y ActiveX, para ello busque Insertar Controles y seleccione algún tipo de control de formulario o control ActiveX clic en ellos).



## 3. Gráfico de funciones lineales y cuadráticas con operadores.

Se expondrá la graficación de funciones lineales y cuadráticas de forma simple, creación de fórmulas, manipulación de tables y uso de controladores, para gráficos dinámicos.



## Bibliografía

Belliard. M (2006). Aprendiendo Matemáticas y Trigonometría con Excel. Editorial Omicrom System. Argentina

González. J (2010). Matemáticas con Word y Excel. Microsoft Office 2007. Recuperado en red:<http://www.espagle.org/doc/31823423/matem%C3%81ticas-con-word-y-excel-office-2007/>

# Geogebra como recurso para el desarrollo de guías didácticas en el aula de matemática

Lic. Marco Vinicio Gutiérrez Montenegro<sup>1</sup>

## Resumen

El objetivo de este taller es desarrollar estrategias y herramientas didácticas empleando el software GeoGebra, para que el participante sea capaz de implementarlas en su práctica de aula. El taller será dividido en dos etapas: la primera corresponderá al conocimiento del software, que incluye una inducción a las principales herramientas y sus posibilidades en la creación de actividades dinámicas, donde el participante logre elaborar varias simulaciones que correspondan a ciertos contenidos matemáticos que se imparten en la educación secundaria. En la segunda etapa se incluye el diseño y planificación de guías didácticas, asociadas a las actividades creadas con el GeoGebra. Para ello, se incluirán los elementos que se deben tomar en cuenta a la hora de planificar una unidad didáctica con el uso de un software como el GeoGebra. El taller tendrá una duración de cuatro horas.

## Introducción

El uso del programa GeoGebra como recurso didáctico se ha convertido en los últimos diez años en un programa versátil y de fácil manejo para sus usuarios, convirtiéndolo en una poderosa herramienta para la enseñanza de la Matemática, donde su implementación en el aula, posibilita la creación de escenarios con mayor motivación y aprendizaje significativo para el alumno, de acuerdo a los resultados de muchas investigaciones. Sin embargo, a pesar de ser un potente software para matemática, no se puede excluir la planificación didáctica, ya que en esta etapa, el docente debe realizar un plan educativo que logre centrar la atención en lo que realmente se persigue, y con mayor razón, cuando se utiliza la tecnología para apoyar el proceso.

El software educativo GeoGebra es un programa de Geometría Dinámica que entre sus múltiples funcionalidades permite la manipulación libre de objetos y la representación gráfica de funciones.

La utilización didáctica del programa GeoGebra requiere de un manejo adecuado del software por parte del docente, para ello es necesario conocer las herramientas que permiten la construcción de objetos, así como aquellas que posibiliten movimientos y simulaciones.

---

<sup>1</sup>Escuela de Matemática. ITCR. Correo: [vgutierrez@itcr.ac.cr](mailto:vgutierrez@itcr.ac.cr)

Para que el uso de la tecnología en el aula de matemáticas cumpla con los objetivos planteados, es necesario que las actividades sean acompañadas de una guía didáctica, que oriente a las y los estudiantes en el proceso de descubrimiento y exploración del contenido matemático planteado, y para ello las y los docentes de matemática, deben planificar este proceso con cuidado y dedicación para alcanzar el éxito en el uso de la tecnología.

Sin lugar a duda las y los docentes deben comprometerse al mejoramiento en el proceso de enseñanza y aprendizaje, adoptando nuevas metodologías, y en particular en el uso de software matemático, desarrollando estrategias de aprendizaje constructivas con nuevos fines educativos, logrando así mejores resultados pedagógicos, lo cual implica actualizarse en el conocimiento y buena aplicación de estas tecnologías.

GeoGebra es sin lugar a duda el software de la actualidad, ya que es de fácil, es libre y cuenta con múltiples actualizaciones, que lo han llevado a ser más que un paquete de apoyo para la enseñanza de la Matemática, por esta razón el interés de desarrollar este taller, con la intención de aprovechar sus extraordinarias posibilidades.

## **Desarrollo de una guía didáctica**

Se ofrece un ejemplo de una guía didáctica empleando el programa GeoGebra como recurso didáctico fundamental.

---

---

### **SESIÓN DE APRENDIZAJE**

---

---

**Objetivo:** Caracterizar las posiciones relativas de dos circunferencias.

**Tema:** Circunferencias concéntricas, circunferencias tangentes y circunferencias secantes.

#### **Instrucciones**

---

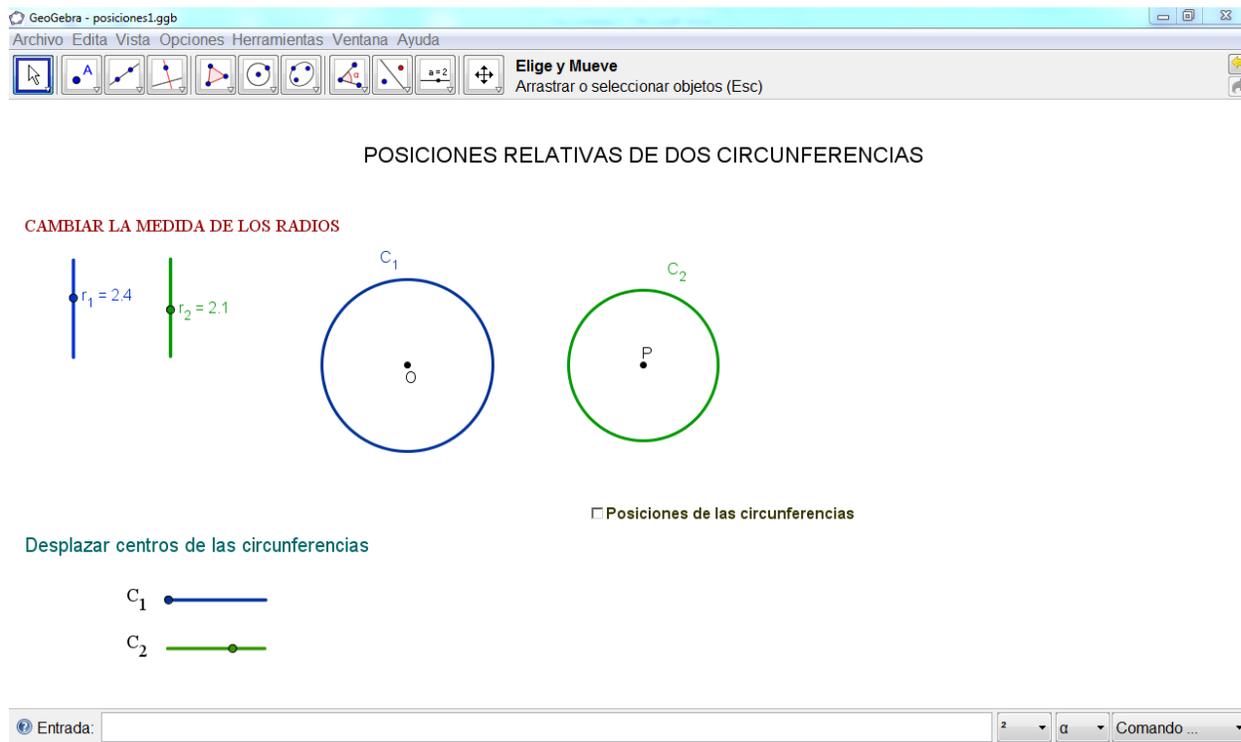
1. Cargue el archivo **posiciones1.ggb**.
2. Familiarícese con los objetos de la pantalla (use el mouse y explore).
3. En el extremo izquierdo de la pantalla aparecen dos deslizadores que permiten cambiar la medida de los radios de las dos circunferencias y otros dos que permiten desplazar horizontalmente las dos circunferencias.

4. Active la casilla “Posiciones de las circunferencias”.
5. Observe que al activar esta casilla se muestra una imagen con dos circunferencias exteriores.
6. ¿Qué caracteriza a dos circunferencias exteriores?  
\_\_\_\_\_
7. Haga coincidir, usando los deslizadores horizontales, los centros de las dos circunferencias.
8. ¿Qué nombre reciben las circunferencias cuando mantienen la posición según lo indicado en el punto anterior?  
\_\_\_\_\_
9. ¿Qué puede concluir acerca de dicha posición?  
\_\_\_\_\_
10. Arrastre los cuatro deslizadores en pantalla, observe cuidadosamente y nombre las distintas posiciones que pueden tomar las circunferencias, ayudándose con la figura de la parte inferior derecha.
11. Mencione las características que cumple cada una de las posiciones en la circunferencia que nombró en el paso anterior.
  - a. \_\_\_\_\_
  - b. \_\_\_\_\_
  - c. \_\_\_\_\_
  - d. \_\_\_\_\_
  - e. \_\_\_\_\_
  - f. \_\_\_\_\_

### Actividad adicional

12. ¿En cuál de las posiciones anteriores se puede trazar un segmento que sea cuerda en una de ellas y tangente en la otra?  
\_\_\_\_\_
13. Cargue el archivo **posiciones.ggb**.
14. Dé clic sobre el botón animar y observe cuidadosamente.
15. ¿Coinciden las posiciones que se observan en la animación con las anotadas por usted en el paso 11? Justifique  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

En la figura se muestra una imagen con los elementos del archivo {\bf posiciones1.ggb} asociado a la guía didáctica.



## Bibliografía

- Cortez, C. (2009) *Desarrollo de actividades matemáticas de enseñanza media con Geogebra*. Colegio Peruano Norteamericano Abraham Lincoln.
- Gutiérrez, A. (2008). *Enseñanza de las Matemáticas en entornos informáticos*. GeoGebra. Departamento de Matemática, Universidad de Valencia, España.
- González L. y Gómez L. (2001). *Formación inicial de profesores de matemática de secundaria: actividades basadas en la utilización de software de geometría dinámica*. Revista de Didáctica de las Matemáticas, 28-110-1245
- Raposo M., Fuentes E. y González M. (2006). *Desarrollo de competencias tecnológicas en la formación inicial de maestros*. Revista Latinoamericana de Tecnología Educativa.

# GeoGebra, una herramienta para la Enseñanza de la Matemática en Secundaria

Ronald Andrés Arias Madriz <sup>(1)</sup>

Carlos Enrique Guillén Pérez <sup>(2)</sup>

Luis Andrés Ortiz Hernández <sup>(3)</sup>

## Resumen

Las herramientas tecnológicas brindan una oportunidad de abrir paso al constructivismo en la educación matemática. El uso adecuado de programas educativos como el GeoGebra permite modelar o visualizar problemas o situaciones matemáticas, ayudando a comprender y superar obstáculos presentes en el proceso de enseñanza- aprendizaje. El objetivo de este taller es el de dar a conocer al GeoGebra como herramienta didáctica en una clase asistida por computadora. Se realizarán pues, construcciones básicas y dinámicas para luego crear un ejemplo de cómo se puede utilizar en una clase de matemática. Se espera que al finalizar el taller, el participante sea capaz de crear construcciones dinámicas a un nivel básico y poder crear con ellas clases asistidas con el GeoGebra.

## Antecedentes

El simple hecho de considerar utilizar herramientas tecnológicas para mejorar el aprendizaje de la matemática es sinónimo de preocupación y desconocimiento por parte muchos docentes. Así lo señala Garrido, J. et al (2006):

“Por lo general, los planes de estudios para futuros docentes abundan en pedagogía y en estrategias para presentar los contenidos; sin embargo, a menudo no se refieren a cómo integrar las herramientas tecnológicas para apoyar dicho aprendizaje.” (p. 4)

Es necesario capacitar en el uso adecuado de herramientas tecnológicas a docentes, tanto en formación como a los ya formados. Biehler, R. (2003) e Inzunza, S. & Juárez, J. (2010) indican que la computadora ha demostrado un gran potencial para ayudar a los estudiantes a entender conceptos difíciles y que puede ser utilizada como una herramienta pedagógica, permitiendo una mejor visualización de problemas y entes matemáticos y ayudando a comprender de mejor manera temas esenciales.

Así, el programa GeoGebra ofrece varias ventajas pues es un software libre, orientado a la enseñanza y aprendizaje de la matemática y que, como mostró Ferreira, N et al (2009), es una herramienta provechosa en la formulación de hipótesis por parte de los estudiantes. Mediante una investigación en el 2009 por un equipo interdisciplinario del Ministerio de Educación Pública de Costa Rica (MEP) y el Instituto de Investigación en Educación de la Universidad de Costa Rica (INIE) se determinó que el GeoGebra facilita el aprendizaje del álgebra, geometría y la integración de otros contenidos matemáticos, esto mediante un ambiente colaborativo con la utilización de las TIC en el aula.

Así también lo hace ver Póyla cuando dice que enseñar es dar una oportunidad a los estudiantes de descubrir por sí mismos, siendo GeoGebra útil para realizar comprobaciones y demostraciones visuales de teoremas y propiedades. Además, el uso de este software puede ser acompañado de material concreto, como complemento de las actividades diseñadas en él, para así potenciar los resultados de su uso durante el proceso de enseñanza-aprendizaje, ya que como el Ministerio de Educación Pública (2005) sugiere:

“es conveniente que se parta de lo concreto, en los temas que es posible, estimular al estudiante, para que empiece a crear sus propias estrategias y a resolver problemas en forma autónoma, sin tener que recurrir a recetas preestablecidas”.

Objetivos del taller:

El objetivo de este taller es experimentar con la interfaz gráfica, las herramientas y el entorno interactivo del programa mediante construcciones base para otras más elaboradas, construir simulaciones y animaciones y diseñar lecciones asistidas por computadora utilizando GeoGebra.

**Plan del taller:** El taller consta de dos sesiones de dos horas cada una y se dividirá en 4 etapas:

**Primera etapa:** Duración: 10 minutos

Esta es una etapa meramente introductoria en donde se les habla a los participantes de la importancia de incluir en el aula herramientas tecnológicas, esto con el fin de poder utilizar estrategias constructivistas para mejorar la enseñanza aprendizaje de la matemática. Además se mostrarán algunas construcciones que se pueden hacer, útiles para una clase de matemática.

**Segunda etapa:** Duración: 30 minutos

Objetivo a cubrir: Experimentar con la interfaz gráfica, las herramientas y el entorno interactivo del programa mediante construcciones elementales, base para otras más elaboradas.

Se realizará una construcción guiada con el fin de que el participante se familiarice con diversas herramientas y opciones del software. La construcción corresponde a la de un cuadrado. Se usará dicha construcción para conocer otras herramientas para determinar su área, ángulos, estilo de los segmentos, uso de colores, entre otros.

**Tercera Etapa:** Duración: 100 minutos

Objetivo: Construir simulaciones y animaciones que se pueden realizar con el programa.

Se realizará tres construcciones guiadas: una construcción que ayude al estudiante a comprender y reconocer los intervalos de crecimiento y decrecimiento de una función cualquiera; una construcción dinámica de una función cuadrática ( $f(x) = ax^2 + bx + c$ ), en donde el docente podría utilizarla para su estudio: concavidad, intersecciones en los ejes “x” y “y”, entre otros, y una construcción dinámica, la cual se basa en la comprobación visual del teorema de la suma de los ángulos externos de un triángulo.

**Cuarta Etapa:** Duración 60 minutos

Objetivo: Diseñar lecciones asistidas por computadora utilizando GeoGebra.

Se les dará inicialmente a los participantes consejos y recomendaciones acerca del planeamiento de una clase asistido por computadora. Luego se procederá a crear alguna guía para estudiantes a partir de alguna de las construcciones realizadas previamente, siguiendo las recomendaciones y tomando en cuenta el objetivo que se quiere aplicar en el estudiante.

### **Referencias y Bibliografía**

Biehler, R. (2003). *Interrelated learning and working environments for supporting the use of computer tools in introductory courses*. En L. Weldon y J. Engel (Ed.), *Proceedings of IASE Conference on Teaching Statistics and the Internet*. Berlin: IASE.

Ferreira, N. et al (2009). *Trabajo conjetural con el uso de GeoGebra (Ed.)*, Memorias del sexto Congreso Internacional de Enseñanza de la Matemática Asistida por Computadora (CIEMAC 6). [en línea] Recuperable en: [http://www.cidse.itcr.ac.cr/ciemac/6toCIEMAC/Ponencias/Parodi\\_Ferreyra\\_Geogebra.pdf](http://www.cidse.itcr.ac.cr/ciemac/6toCIEMAC/Ponencias/Parodi_Ferreyra_Geogebra.pdf). Costa Rica, Cartago

Garrido, J. et al (2006). Estándares en tecnologías de la información y la comunicación para la formación inicial docente: situación actual y el caso chileno. *Revista Iberoamericana en Educación* 7(1). [en línea] Recuperable en: [http://www.comportamiento.dsm.usb.ve/revista/vol\\_7\\_1/art\\_3.pdf](http://www.comportamiento.dsm.usb.ve/revista/vol_7_1/art_3.pdf).

Hohenwarter, Markus. *Introduction to GeoGebra*. En <http://www.GeoGebra.org/book/intro-en/>. Consultada en Noviembre, 2010.

Inzunza, S. & Juárez, J. (2010). *High School Teacher's Reasoning about Data Analysis in a Dynamics Statistical Environment*. In C. Reading (Ed.), *Data and context in statistics*

education: Towards an evidence-based society. Proceedings of the Eight International Conference on Teaching Statistics (ICOTS 8). Ljubljana, Slovenia.

Ministerio de Educación Pública (2005). *Programa de Estudio de Matemática: Tercer Ciclo*, Costa Rica.

Ministerio de Educación Pública (2005). *Programa de Estudio de Matemática: Cuarto Ciclo*, Costa Rica.

National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principios y Estándares para la Educación Matemática*. Sevilla: Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales.

Pólya, G. (1966). *Matemáticas y razonamiento plausible*. Madrid: Tecnos

# Jugando con las ecuaciones: La magia del material concreto

Ana Cecilia Durón González<sup>1</sup>

Grettel León Arguedas<sup>2</sup>

Milena Hernández Mora<sup>3</sup>

## Resumen

En este taller se presenta una propuesta para introducir el tema de la solución de ecuaciones de primer grado con una incógnita. Se inicia representando ecuaciones de diversos tipos mediante el uso de material concreto a fin de que los participantes se familiaricen con el material a utilizar. En la segunda etapa los estudiantes resuelven las ecuaciones con el apoyo del material concreto y escriben de forma simbólica cada uno de los pasos realizados para encontrar la solución.

*Palabras clave:* Pensamiento abstracto, álgebra, ecuaciones, incógnita, estrategias metodológicas, material concreto.

## Justificación

El trabajo en el aula con estudiantes de octavo año de la enseñanza general básica en Costa Rica, permite al docente verificar que éstos presentan dificultades para integrar las operaciones básicas estudiadas en la primaria con operaciones algebraicas como la suma y resta de polinomios, así como la resolución de ecuaciones. También se les dificulta manejar el concepto de cantidades variables y el uso de letras para representar un valor desconocido (incógnita). Por las razones expuestas, se propone trabajar una actividad que mediante el uso de material concreto combinado con el juego, facilite al estudiante comprender el procedimiento para resolver ecuaciones de primer grado con una incógnita.

Siendo el álgebra un campo de la matemática que requiere un alto nivel de abstracción, y dado que existe poco material disponible en el mercado que contenga actividades para desarrollar adecuadamente los contenidos propuestos en el programa de estudio, es pertinente que el docente investigue sobre estrategias metodológicas adecuadas para mejorar el proceso enseñanza - aprendizaje en esta área de la matemática. Al diseñar actividades de mediación que sean llamativas para el estudiante y que integren algoritmos algebraicos que presentan un alto grado de dificultad para el estudiante se facilita el aprendizaje significativo y el desarrollo del pensamiento abstracto.

El material concreto como apoyo en la aplicación de estrategias metodológicas para la enseñanza de los contenidos matemáticos, permite que el estudiante de forma experimental

---

<sup>1</sup> Unidad Pedagógica José Breinderhoff, [cedugo@costarricense.cr](mailto:cedugo@costarricense.cr)

<sup>2</sup> Colegio Nacional Virtual. Marco Tulio Salazar, [grettella@costarricense.cr](mailto:grettella@costarricense.cr)

<sup>3</sup> Liceo Académico de Buenos Aires, [Milena16@costarricense.cr](mailto:Milena16@costarricense.cr)

observe, pueda entender, comprender y obtener conclusiones válidas referentes a patrones y relaciones que se dan entre los diferentes entes matemáticos. Según Báez y Hernández (2002) el uso de material concreto en la enseñanza de la matemática permite que el estudiante haga uso de la intuición, facilita la exploración que hace posible que los estudiantes hagan uso del razonamiento y a medida que el estudiante entiende los conceptos matemáticos dependen menos de este material sirviendo este como un puente hacia el entendimiento de ideas abstractas.

El uso de material concreto para representar variables es una alternativa viable que puede utilizar el docente a fin de que el estudiante pueda explorar conceptos y construir un enlace entre un concepto y el símbolo utilizado para representarlo. Así el estudiante podrá inicialmente construir una imagen del concepto antes de iniciar la etapa de la representación simbólica.

### **Plan de las acciones a desarrollar en el taller, contenido y objetivos.**

#### **Contenido.**

Resolución de ecuaciones de primer grado con una incógnita

#### **Objetivo General.**

Utilizar material concreto como recurso lúdico para introducir el tema de resolución de ecuaciones de primer grado con una incógnita.

#### **Objetivos específicos**

- Representar diferentes ecuaciones de primer grado con una incógnita.
- Interiorizar el concepto de ecuación.
- Resolver ecuaciones de forma intuitiva.
- Deducir el algoritmo para resolver ecuaciones.
- Desarrollar el pensamiento abstracto.
- Promover el trabajo en equipo.

#### **Plan de acción**

La actividad se desarrollará bajo la modalidad de taller en una jornada con una duración de dos horas, que se desarrollará en cuatro etapas.

La primera etapa, incluye la presentación de los autores, justificación del taller y entrega del material con una duración de 15 minutos.

En la segunda fase, los participantes representarán mediante material concreto ecuaciones del tipo:  $ax = b$ ,  $ax + b = c$ ,  $ax + b = cx + d$ , con una duración de 30 minutos. A través de esta actividad se pretende que los participantes se familiaricen con el material a utilizar.

Durante la tercera etapa, los participantes resolverán y representarán de forma simbólica ecuaciones del tipo:  $ax = b$ ,  $ax + b = c$ ,  $ax + b = cx + d$  utilizando el material concreto, deben escribir los resultados obtenidos de forma simbólica, con una duración de una hora.

Durante la cuarta etapa, los participantes del taller realizarán comentarios, expondrán dudas y aportarán ideas para mejorar la propuesta didáctica, tiempo 15 minutos

### **Descripción de la metodología**

Para la realización del taller los participantes contarán con dos guías de trabajo, un juego de fichas de colores para representar la variable (x) y las unidades, una plataforma en donde se identifica el primer y segundo miembro de una ecuación. Con la orientación del facilitador cada participante representará y resolverá las ecuaciones de primer grado con una incógnita con soluciones enteras propuestas en las guías de trabajo expresando sus resultados de forma simbólica.

### **Referencias bibliográficas**

Báez M & Hernández. (2002). El Uso de Material Concreto para la Enseñanza de la Matemática. Consultado el 11 de agosto del 2011 en: [http://www.mireddocente.org.pe/2010/descargas.php?ruta=fileproject/files\\_docentes/d1396/&file=1396894310062774HAYO80.doc](http://www.mireddocente.org.pe/2010/descargas.php?ruta=fileproject/files_docentes/d1396/&file=1396894310062774HAYO80.doc)

Moya M, Troncoso M y Yáñez M. (2007). El poder de la generalización. Santiago, Chile: R y R. Impresores.

# Matemática activa

Ana Magali Salazar Ávila<sup>1</sup>

## Resumen

En este taller se desarrollan una serie de actividades con material concreto con el fin de presentarles a los docentes de matemáticas diferentes opciones pedagógicas que le permitan crear ambientes de aprendizaje realmente motivantes donde el estudiante aprenda la matemática en forma divertida, opcionalmente se presentan actividades cuyo fin es construir materiales sencillos que se pueden usar en el aula con diferentes fines formativos.

## Introducción

Las actividades que se presentarán en este taller se elaboraron como parte de las acciones del Proyecto Interinstitucional<sup>2</sup> (UCR-TEC-UNA-UNED) Educación Continua Norte Sur (adscrito al CONARE) cuyo propósito es “Potenciar la superación académica de los profesores de la educación secundaria para la implementación de metodologías que propicien el desarrollo de competencias acordes con las necesidades y realidades del estudiante y del entorno para elevar el impacto de su acción en las Regiones Norte y Sur”.

### El cual tiene dentro de sus objetivos:

- Mostrar a docentes y estudiantes que existen diversas estrategias que pueden implementarse para propiciar el desarrollo de competencias acordes con las necesidades y realidades de los estudiantes.
- Potenciar la superación académica de los profesores de la educación secundaria para la implementación de metodologías que propicien el desarrollo de competencias acordes con las necesidades y realidades de los estudiantes.

En los últimos años el proceso de globalización ha provocado la inserción de empresas transnacionales en el país, las cuales dentro de sus requerimientos básicos demandan individuos emprendedores, creativos con dominio del inglés, las ciencias y las TICs; lo que ha hecho notorio la necesidad de reorientar las metodologías de enseñanza en busca de un sistema educativo que genere individuos que puedan insertarse al mercado laboral atendiendo satisfactoriamente las demandas establecidas a nivel internacional.

---

<sup>1</sup> UTN – UNA – UNED - ASOMED – [asalazaravila@yahoo.com](mailto:asalazaravila@yahoo.com)

<sup>2</sup> Este proyecto de investigación estuvo bajo la supervisión de la Mag. Alejandra Sánchez Ávila, profesora de la UNED y encargada de la Cátedra Didáctica de la Matemática.

Tradicionalmente el aprendizaje se asocia con clases magistrales en espacios cerrados (aulas) con una estructura organizacional rígida de filas que limita al educando: la libre expresión, la creatividad y la socialización. Cabe mencionar que si el profesor fue formado dentro de este tipo sistema educativo repite los patrones con sus estudiantes. De aquí radica la importancia de una educación continua y sistematizada que permita la apertura ideológica, ideal para cumplir con las realidades nacionales.

### **Actividades a desarrollar**

A continuación se enumerarán las actividades que se desarrollan en cada uno de las sesiones del taller.

#### **Primera sesión**

**Guía: Caja – Origami**

**Guía: Sobre**

**Guía: Simetría Axial**

**Guía: Construcción de polígonos regulares e irregulares**

---

#### **Segunda Sesión**

**Guía: Rompecabezas**

**Guía: Cubo inflable**

**Guía: Cubos móviles**

**Guía: Fracciones**

**Guía: Multiplicar con los dedos.**

---

### **Conclusiones**

La necesidad de brindar una educación cada vez mas motivante y lograr que el estudiante asimile en una mejor forma los conceptos matemática plantea al educador el uso de diferentes estrategias matemáticas y variedad de recursos didácticos, lo que obliga al docente buscar su capacitación continua y actualización

## **Bibliografía**

Corbalán, F., y Deulofeu, J. (2003) (1996). *Juegos manipulativos en la enseñanza de las matemáticas*. UNO, 7, 71-80.

Coriat, M., (2001) *Materiales didácticos y recursos*. En E.Castro (Ed). Didáctica de la matemática en la Educación Primaria, pp 61 – 82, Madrid: Síntesis

Godino J.D., Batanero C., Font V., (2003), *Fundamentos de la enseñanza y aprendizaje de la matemática para maestros*. Recuperado de: <http://matesup.usalca.cl/modelos/articulos/fundamentos.pdf>

# OpenOffice: Math, Módulo para la edición de texto matemático

Jorge Arroyo Hernández<sup>1</sup>

María Fernanda Víquez Ortiz<sup>2</sup>

## Resumen

La edición de texto matemático siempre ha sido muy importante dentro del quehacer de los matemáticos y educadores afines a esta área, es por esto el complemento Math que incorpora la Suite de OpenOffice permite editar con elegancia todo tipo de fórmulas y expresiones matemáticas. Este trabajo hace una descripción de la sintaxis y edición de texto matemático con el uso de esta herramienta de uso libre. Al final, se exponen algunos beneficios del uso de este paquete.

Tipo de actividad: Taller.

Público meta: Docentes y estudiantes en carreras de enseñanza de la Matemática o carreras afines que necesiten escritura de texto matemático.

Conocimientos previos: No se requieren.

## 1. Introducción

En tiempos de crecimiento de las Tecnologías de Información y Comunicación, el uso de software libre ha venido ganando auge debido a la gran versatilidad de herramientas digitales cada vez mejores, y con el beneficio de la economía de los recursos.

La suite ofimática más popular de libre acceso es Openoffice (frecuentemente escrito OOO para abreviar). Ésta incluye procesador de textos, hoja de cálculo, presentaciones, herramientas para el dibujo vectorial y base de datos. Es un software de independencia tecnológica, es decir, está disponible para varias plataformas, tales como Microsoft Windows, GNU/Linux, BSD, Solaris y Mac OS X. Soporta numerosos formatos de archivo, incluyendo como predeterminado el formato estándar ISO/IEC OpenDocument (ODF), entre otros formatos comunes, así como también soporta numerosos idiomas. El paquete OpenOffice está disponible bajo la Licencia pública general limitada de GNU (LGPL), lo que la hace una herramienta de acceso universal.

Asimismo, permite importar y exportar documentos en diferentes formatos de archivo. El formato predeterminado para la escritura de documentos es el estándar ISO OpenDocument. Además es capaz de leer y grabar los formatos de fichero de Microsoft Office.

---

<sup>1</sup> Escuela de Matemáticas, Universidad Nacional. Costa Rica. Correo: [jarroy@una.ac.cr](mailto:jarroy@una.ac.cr)

<sup>2</sup> Escuela de Matemáticas, Universidad Nacional. Costa Rica. Correo: [mfdaviquez@hotmail.com](mailto:mfdaviquez@hotmail.com)

Una de las herramientas que incluye OOo es el editor de texto matemático Math. En el paquete Writer, se incluye como el módulo Math, pero su funcionalidad es idéntica. Facilita la creación y edición de fórmulas gracias a numerosos operadores, funciones y ayudas de formatos. Las fórmulas editadas son de gran calidad. El objetivo de este trabajo es dar a conocer el paquete Math de la Suite OpenOffice, su sintaxis y las ventajas de su uso. Se pretende dar al usuario una opción gratis que le puede servir para la edición de sus exámenes y trabajos con gran elegancia.

## **2. Objetivos**

### **2.1 Objetivo General**

Aprender a utilizar el módulo Math de OpenOffice para la edición para texto matemático.

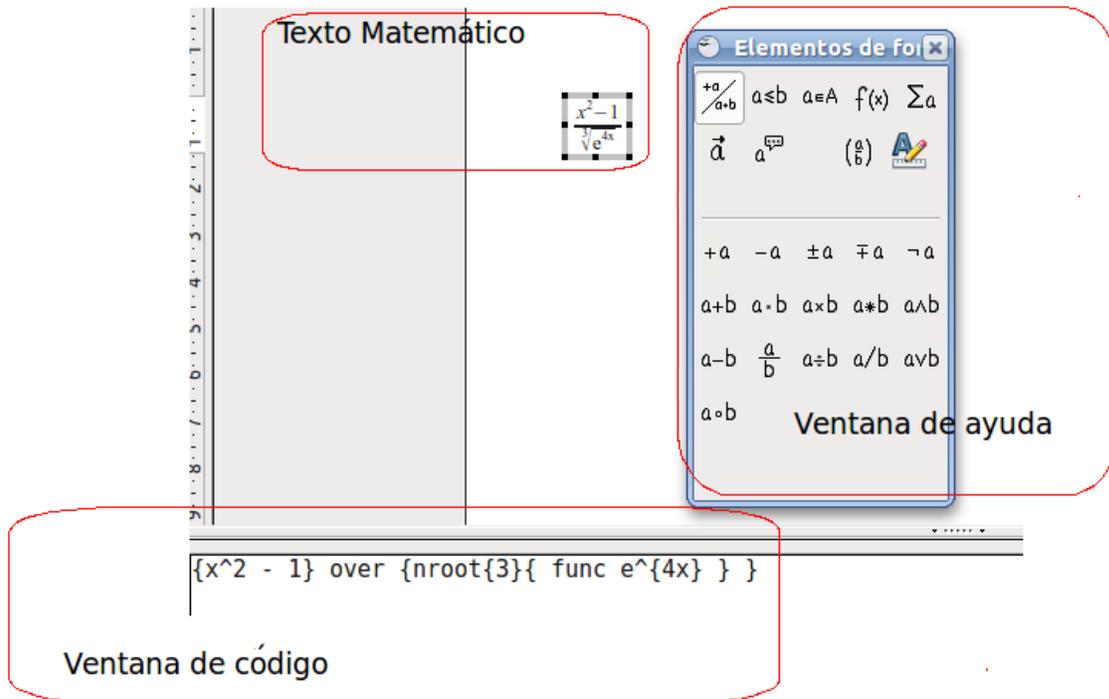
### **2.2 Objetivos Específicos**

- Conocer el manejo básico del módulo Math de OpenOffice.
- Motivar a los y las docentes a utilizar e implementar software matemáticos libres para su quehacer en la enseñanza de la matemática.

## **3. Aspectos generales**

Al igual que las imágenes y gráficos, para la edición e inserción de una fórmula matemática debe de acceder al módulo Math e ingresar el código correspondiente a la fórmula. El módulo incluye un editor incluye y una ventana de ayuda por lo que no es necesario aprender el código pero si la forma en que se trabaja. Con el tiempo, el código y la sintaxis le resultarán familiares.

Para crear una expresión con texto matemático, sobre el menú principal del procesador de texto Writer, se abre el editor el menú Insertar >> Objeto >> Fórmula. Se despliega la ventana con las siguientes partes: Texto matemático, Ventana de Ayuda y Ventana de código. Ver figura 1.



**Figura 1.** Interfaz del módulo Math de Openoffice

La ventana de ayuda es una plantilla de fórmulas, de operadores unarios y binarios, relaciones, operaciones de conjuntos, funciones, sumatorias, productorias, flechas, y caracteres especiales, entre muchos otros. Permite modificar los formatos que vienen por defecto.

En la ventana de código se escribe la fórmula. En la ventana de texto matemático se despliega el resultado de la fórmula insertada en el lugar necesario. Para modificar fórmulas, simplemente se hace doble clic sobre ésta y se retorna a la interfaz del módulo Math.

#### 4. Reflexión

El módulo Math de OpenOffice es una de las herramientas más versátiles por su elegancia en la apariencia de las fórmulas y su facilidad de edición.

La dinámica de la inserción de las fórmulas y su sintaxis es relativamente sencilla y de fácil aprendizaje. Esto permitirá de forma gradual familiarizarse con el código y con sus singularidades. Para la inserción de fórmulas resulta muy importante tener en cuenta un listado de tablas, aunque la ventana de ayuda que proporciona el módulo Math permite editar sin mayor dificultad las fórmulas.

Es importante mencionar que es una herramienta de uso libre y que cuenta con muchas guías y foros de ayuda en línea. Openoffice permite exportar cualquier fichero a formato .pdf. Como recomendación, es importante que cada vez que se finalice un documento y se envíe para su revisión o impresión sea exportando a dicho formato para que no se desacomoden las fórmulas si se abre el archivo con otro procesador de texto.

#### **4. Bibliografía**

Carrera, D., Belzunce, A., Kupfer, P., Laurenson, I. Swisher, J. y Weber, J. (2010). Chapter 9 Getting Started with Math OpenOffice.org's Equation Editor. OpenOffice.org 3.2. Getting Started Guide. Recuperado el 25 de agosto del 2011, de

<http://wiki.services.openoffice.org/w/images/9/96/0109GS3-GettingStartedWithMath.pdf>

# Proporcionalidad geométrica, semejanza y tecnología

Héctor Osorio A.<sup>1</sup>

## Resumen

El taller consta de un conjunto de actividades de aprendizaje que tienen por objeto proveer al docente participante de ideas para desarrollar clases activas sobre teoremas básicos de proporcionalidad geométrica y semejanza de triángulos, donde el estudiante mediante observación, exploración, experimentación y formulación de conjeturas pueda llegar a conocer dichos teoremas por sí mismo y con guía del docente. Las actividades han sido diseñadas teniendo como fundamento el modelo de razonamiento de Van Hiele y para su desarrollo se requiere disponer de computadoras y del programa Cabri Geometry II o Cabri II Plus.

Los conceptos de proporcionalidad geométrica y semejanza están contemplados en el curriculum escolar de los diferentes países y el tratamiento que se les ha dado a lo largo de la historia de su enseñanza refleja diferentes enfoques metodológicos. Igualmente ha sucedido con los conceptos geométricos en general. En algún momento, hace varias décadas, apareció la idea de que había que trabajar más la geometría, pero de manera abstracta con excesivo formulismo. En (Luengo y cols., 1997) se señala que bajo este enfoque, fieles a la tendencia axiomática y a fundamentar rigurosamente la matemática, se pretendió dar construcciones rigurosas y formales de demostraciones como la del Teorema de Thales a nivel de básica, para llegar al final a no demostrar nada y recurrir a una mera comprobación por la medida, dado que éste teorema no puede demostrarse correctamente en básica.

Posteriormente, en la década de los ochenta del siglo pasado, se sugieren cambios en el enfoque antes señalado. Se propone que se intensifique la geometría del triángulo y que se realicen construcciones con regla y compás, se estudie la semejanza y los movimientos. La justificación es que de esta manera se le permite al estudiante desarrollar la intuición creadora y adquirir hábitos correctos de pensar, iniciarse en el razonamiento lógico y en la comprensión de lo que es una demostración. “Es necesaria una amplísima base intuitiva en el conocimiento de las figuras y sus relaciones, una clara comprensión de las propiedades del espacio, antes de poder razonar sobre ellas sin otro soporte que la mera deducción lógica.” (Martínez y cols., 1989, p.40). En el mismo orden de ideas Alsina, Burgués y Fortuny (1997) manifiestan “Cualquier aprendizaje debe pasar necesariamente por una etapa previa de observaciones. En el caso de la Geometría las

---

<sup>1</sup> Universidad Autónoma de Chiriquí. Panamá. [hosorioa@cwpanama.net](mailto:hosorioa@cwpanama.net)

experiencias sensibles, visuales y táctiles han de constituir la base sobre la cual fundamentar las actividades y abstracciones posteriores.” (p.90).

Un aspecto que se tiene presente en las nuevas propuestas curriculares relativas a la matemática es la influencia de las innovaciones tecnológicas. Por ejemplo, en el sistema educativo panameño, con relación al enfoque metodológico del plan de estudio de la Educación Básica General, en Dirección Nacional de Currículo y Tecnología Educativa. (2002) se señala:

Con miras al nuevo siglo, se hace esencial plantear el papel que la tecnología, la información y la comunicación tecnológica (Internet, correo electrónico, otros) debe asumir dentro de los procesos metodológicos que se propicien para el desarrollo de los procesos de enseñanza aprendizaje (p.18).

En el mismo documento aludido se expresa: “Integrar, en la medida de lo posible, el aporte de la tecnología, la informática y la comunicación electrónica como nuevas formas y medios para modernizar y tecnificar los procesos metodológicos que se empleen en la nueva propuesta curricular” (p.19).

Con base a lo indicado en los párrafos anteriores hemos diseñado un taller, dirigido a docentes de nivel Medio Básico (13-15 años), que consta de un conjunto de actividades de aprendizaje que tienen como objetivo que el estudiante a través de la observación, la exploración, la experimentación y la reflexión descubran el teorema fundamental de la proporcionalidad, el recíproco del teorema fundamental de la proporcionalidad, el teorema de Thales, el teorema de la semejanza AAA, el teorema de la semejanza LAL y el teorema de la semejanza LLL. Las actividades han sido diseñadas para realizarse utilizando la computadora y el programa Cabri Geometry II (Texas Instruments Instructional Communications, 1996) y se fundamentan en el modelo de razonamiento de Van Hiele (Gutiérrez y Jaime, 1995).

Por lo señalado anteriormente, para el desarrollo del taller se requiere un laboratorio de cómputo donde pueden trabajar dos participantes por computadora. A los asistentes se les facilitarán copias de las actividades de aprendizaje programadas, las cuales constituyen guías para la realización de la fase “orientación dirigida” del modelo de Van Hiele. Así mismo, se proponen y facilitan copias de actividades que son la base de la fase de “orientación libre” del modelo mencionado. Los problemas incorporados en esta fase constituyen verdaderas situaciones nuevas

que podrán los estudiantes resolver satisfactoriamente aplicando los conocimientos adquiridos en la fase de “orientación dirigida”.

Todas las actividades están enmarcadas en el segundo nivel de razonamiento de Van Hiele caracterizado por el conocimiento de los elementos de las figuras, de sus propiedades básicas, pero esas propiedades se utilizan de manera independiente, sin establecer relaciones entre ellas, o sea, no se tiene en cuenta que unas implican otras. El descubrimiento y la comprobación de propiedades se lleva a cabo mediante experimentación.

### **Referencias Bibliográficas**

Alsina, C., Burgués, C. y Fortuny, J. M. (1997). *Invitación a la Didáctica de la Geometría*. Madrid, España: Síntesis.

Dirección Nacional de Currículo y Tecnología Educativa. (2002). *Educación Básica General. Programas de Matemática. 7°, 8° y 9° Grado*. Panamá: Ministerio de Educación.

Gutiérrez, A. y Jaime, A. (1995). *Geometría y algunos aspectos generales de la educación matemática*. México, D.F., México: Grupo Editorial Iberoamérica.

Luengo, R., Blanco, L., Mendoza, M., Sánchez, C., Márquez, L. y Casas., L. (1997). *Proporcionalidad geométrica y semejanza*. España: Síntesis.

Martínez, A., Rivaya, F. J., Aguila F., Cara, S., Arnal, J., Burgos, E. y cols. (1989). *Una metodología activa y lúdica para la enseñanza de la Geometría*. España: Síntesis.

Texas Instruments Instructional Communications. (1996). *Cabri Geometry II*. Temple, EE.UU.: Texas Instruments Incorporated.

# Talleres: Estrategias para la resolución de problemas

*Randall Blanco B<sup>1</sup>*

*Andrés Márquez G<sup>2</sup>*

*María Inés Gómez J<sup>3</sup>*

*Cindy Calderón A<sup>4</sup>*

## Resumen

Se desarrollarán tres talleres: Estrategias de resolución de problemas en primaria, Estrategias de resolución de problemas en secundaria y Apoyo computacional para la resolución de problemas matemáticos. Cada taller tendrá una duración de cuatro horas, distribuidas en dos sesiones de dos horas cada una. Los tres talleres tendrán una sesión en común, donde se expondrán algunas estrategias de resolución de problemas como los son: razonamiento inverso, búsqueda de patrones, representación visual, razonamiento lógico y apoyo computacional para la resolución de problemas. En la segunda sesión de los talleres Estrategias de resolución de problemas en primaria y secundaria se abarcará ejercicios basados en las técnicas de resolución de problemas estudiadas en la primer sesión, así como su aplicación en cada uno de los niveles educativos. Similarmente, en la segunda sesión del taller Apoyo computacional para la resolución de problemas matemáticos está orientado al uso de la tecnología como medio para la resolución de problemas, para el análisis de datos y la obtención de resultados a partir de la experimentación e intuición.

## Materiales requeridos para la realización del taller

Estos materiales deberán estar a disposición de los y las participantes del taller.

- Fotocopias de ejercicios
- Laboratorio de computación, deberá estar instalado el GeoGebra, Excel y winplot.

## Materiales de los participantes

Los participantes requerirán únicamente de lápiz y papel para hacer anotaciones y una computadora.

## Problemática en la que se centra el taller

---

<sup>1</sup> Profesor de Matemática, ITCR, Costa Rica. Correo electrónico: [rblanco@itcr.ac.cr](mailto:rblanco@itcr.ac.cr)

<sup>2</sup> Profesor de Matemática, ITCR, Costa Rica. Correo electrónico: [smarquez@itcr.ac.cr](mailto:smarquez@itcr.ac.cr)

<sup>3</sup> Profesora de Matemática, Coordinadora Académica de Canguro Costarricense, Costa Rica. Correo electrónico: [magoso64@hotmail.com](mailto:magoso64@hotmail.com)

<sup>4</sup> Profesora de Matemática, ITCR, Costa Rica. Correo electrónico: [ccalderon@itcr.ac.cr](mailto:ccalderon@itcr.ac.cr)

Necesidad de los docentes de contar con herramientas para trabajar con sus estudiantes en diferentes estrategias de resolución de problemas mediante diferentes estrategias en técnicas de papel y lápiz y el uso de la tecnología.

### **Planteamiento del taller**

El taller está planteado para realizarse en dos sesiones:

1. Componentes teóricos del tema de resolución de problemas. Para esto se realizará una presentación de parte de los expositores sobre algunos conceptos importantes relacionados con la temática, los cuales serán necesarios para la segunda etapa.
2. Sesión de ejercicios de razonamiento y uso de las diferentes estrategias estudiadas en la primera parte. Esta segunda parte estará dividida en tres talleres:

Nombre	A cargo de
Estrategias de resolución de problemas en secundaria.	María Inés Gómez Cindy Calderón
Estrategias para la resolución de problemas en primaria	Andrés Márquez
Apoyo computacional para la resolución de problemas matemáticos	Randall Blanco

### **Fundamentación teórica**

A nivel internacional existe desde hace algunas décadas un fuerte movimiento que promueve la resolución de problemas como una estrategia para favorecer el aprendizaje de las matemáticas escolares. En Costa Rica, los programas vigentes de Matemática del Ministerio de Educación Pública le dan gran importancia a que los estudiantes desarrollen, mediante el aprendizaje de las matemáticas, una capacidad para resolver problemas cotidianos. Esto se evidencia en el siguiente párrafo tomado del programa de tercer ciclo:

(...) la resolución de problemas constituye el mecanismo privilegiado, para llevar a cabo la educación matemática así planteada. La orientación constructivista y empírica y el mecanismo general de la resolución de problemas que están presentes en la Educación General Básica, deben concebirse como la actitud cognoscitiva para la enseñanza de las matemáticas en todos los niveles. (MEP, 2005c, p. 16).

Además, dichos programas dan relevancia a la utilización de las herramientas tecnológicas tanto en la formación general de los estudiantes, así como en la educación matemática en particular. Al respecto, el MEP indica que “en este momento histórico, en el que la tecnología ha puesto al servicio de la humanidad un sin número de inventos novedosos, se lucha por incrementar el interés y el agrado hacia el estudio de la Matemática, mediante sus aplicaciones” (MEP, 2005c, p. 35)

Más recientemente, la participación de Costa Rica en las pruebas PISA, así como la propuesta de nuevos programas de estudio orientados hacia la resolución de problemas, hacen que esta orientación cobre mayor importancia en el país.

### 1. Resolución de problemas

Hay una diferencia básica entre el concepto problema y ejercicio, no es lo mismo hacer un ejercicio que resolver un problema. Resolver un ejercicio está relacionado con aplicar algoritmos de forma más o menos mecánica, evitando las dificultades que introduce la aplicación de reglas cada vez más complejas. Resolver un problema implica dar una explicación coherente a un conjunto de datos relacionados dentro del contexto, la respuesta suele ser única, pero la estrategia de resolución puede variar y está determinada por la madurez en cuanto a pensamiento y utilización de los métodos para resolver el problema.

Por ejemplo, existe una notable diferencia entre lo que se espera que un estudiante haga al plantearle las siguientes dos situaciones relacionadas con el tema de ecuación de una recta:

1. La recta definida por  $\frac{y}{8} - \frac{16x+1}{5} = 1$  interseca al eje “y” en

(A)  $\left(\frac{-3}{8}, 0\right)$

(B)  $\left(0, \frac{-3}{8}\right)$

(C)  $\left(\frac{48}{5}, 0\right)$

(D)  $\left(0, \frac{48}{5}\right)$

Ejercicio tomado del examen de bachillerato de matemática del MEP (junio, 2010)

2. **Tiempos récord en la milla.** Los tiempos de marca mundial (*en s*) para la carrera de una milla se detallan en la tabla siguiente:

Año	Tiempo
1954	238.0
1957	237.2
1958	234.5
1962	234.4
1964	234.1
1965	233.6
1966	231.3
1967	231.1
1975	229.4
1979	229.1
1980	228.8
1981	227.3

- (a) Grafica los datos
- (b) Encuentra una recta de la forma  $T = aY + b$  que aproxime estos datos, donde  $T$  es el tiempo y  $Y$  es el año. Grafica recta y datos de los mismos ejes coordenados.
- (c) Utiliza la recta para pronosticar el tiempo récord en 1985, y compáralo con la marca real de 226.3 segundos.
- (d) Interpreta la pendiente de esta recta

Ejercicio tomado de Swokowski, E y Cole, J (2002, p. 175)

La estrategia de resolución de problemas es mucho más rica que la aplicación mecánica de un algoritmo, pues implica crear un contexto donde los datos guarden una cierta coherencia. Desde este análisis se han de establecer jerarquías: ver qué datos son prioritarios, rechazar los

elementos que no sirvan, escoger las operaciones que los relacionan, estimar el rango de la respuesta, etc.

Una parte importante de los errores en la resolución de problemas son las dificultades de comprensión a la hora de leer. La tendencia de trabajar todos los datos presentados, ya sea que se ocupen o no, certifica esta falta de comprensión global. El docente debería considerar la posibilidad de proponer también enunciados de problemas donde se brinde información insuficiente, otros donde alguna sea innecesaria, y no solamente proporcionar los datos necesarios y suficientes para encontrar la solución.

Sobre esto, Codina ( 2000) afirma que

En una instrucción basada en la resolución de problemas, un proceso donde el alumno no consigue alcanzar la solución de un problema puede resultar un recurso significativo de enseñanza para el docente, y puede ser aprovechado por el profesor como fuente de análisis y reflexión los intentos de resolución sin éxito. Quizá en algunos casos el profesor puede provocar estas situaciones, por ejemplo, planteando problemas con carencia de datos o puede plantear enunciados de problemas con información innecesaria, tratando de llevar a los alumnos a un análisis de la formulación del problema para discriminar lo irrelevante de lo relevante. Otra situación interesante, es la que se genera con problemas que tienen más de una solución y, nótese que no decimos soluciones correctas ya que nuestra definición lleva implícita esta cualidad. (p. 33)

### **Categorías en la resolución de problemas**

Siguiendo los resultados expuestos por Schoenfeld se tiene que el proceso de resolución de problemas se divide en cuatro etapas:

1. Recursos: son los conocimientos previos y herramientas con las cuales cuentan los estudiantes a la hora de enfrentarse a un problema. Al estudiante se le provee una serie de información y posiblemente él piense que la domina ya que ha realizado “práctica” suficiente, sin embargo el objetivo más importante no es llenar a los estudiantes de ejercicios repetitivos hasta estar seguros que es capaz de repetirlo sin mucho esfuerzo sino caracterizar la información por medio de la experimentación y de esa manera ser capaz de organizar, almacenar y acceder a la información estudiada. Por esa razón, es importante

hacer un “inventario de recursos” ya que de esa manera el educador conoce los conceptos que el estudiante tiene y así puede identificar conocimientos “defectuosos”.

2. **Heurísticas:** funcionan como una guía en la resolución de problemas, pueden ser reglas utilizadas para aproximar la solución de un problema, por ejemplo: analogías, elementos o problemas auxiliares, gráficos, generalizaciones, contradicciones, pruebas directas, razonamiento “hacia atrás”, patrones, entre otras estrategias. Cada problema se puede tratar de entender o analizar por medio de una heurística para darse una idea de qué camino seguir. Sin embargo, son procedimientos que simplemente dan una idea general del problema pero esto no representa o sustituye la solución real del problema.
3. **Control:** se concentra en la toma de decisiones al resolver un problema, indica cuál estrategia o camino podría ser más adecuado seguir y así obtener una respuesta certera. Limita el banco de métodos para resolver el problema por lo cual de esto depende que el camino tomado sea correcto o no. Además, le permite al profesor monitorear, evaluar, guiar y revisar el proceso, considerando diferentes formas de resolución e indicando a los estudiantes si el proceso va bien o no.
4. **Sistema de creencias:** se refiere a los “estereotipos” que recaen hacia un concepto o hacia la Matemática misma, que el estudiante ha adquirido por experiencias propias o de manera influenciada por el entorno social. Determina muchos aspectos relacionados con el aprendizaje y además condiciona la disponibilidad de los estudiantes al trabajar en esta ciencia. Es importante hacer un estudio de las creencias del profesor y de los estudiantes inmersas a las creencias sociales, como ¿qué será posible hacer? y ¿qué se desea hacer? antes de empezar a resolver un problema.

### **Etapas en la resolución de problemas**

Según Polya (1980), citado por Buján & Jiménez (1988), “Resolver un problema es hallar los medios y el camino desconocidos, hacia un fin claramente concebido”, para encontrar ese medio y camino desconocido existen etapas en la resolución de problemas que nos facilitan un poco el trabajo:

1. **Entender el problema:** En esta etapa es importante que el estudiante adquiera hábitos como
  - Leer el problema más de una vez.

- Hacerse preguntas internas como: ¿qué me pide hacer el problema?, ¿qué información es necesaria para resolver el problema?, entre otras.
- Subrayar cualquier palabra cuyo significado no conozcan y ver si hay alguna información que no sea necesaria para resolver el problema.
- Realizar un dibujo del problema, en caso que sea posible.

## 2. Decidir una estrategia o un plan:

Establecer un plan para resolver un problema pensando en las diferentes estrategias que pueden usar. Muchas veces pensar en un caso particular nos lleva a desarrollar una buena estrategia que después se pueda generalizar. No se debería incentivar a los estudiantes que hagan conjeturas sin pensar, pero si debemos incentivarlos para que tomen riesgos. Algunas estrategias a considerar son:

- Hacer un dibujo, un gráfico o una tabla con los datos
- Usar materiales concretos.
- Organizar una lista.
- Identificar un patrón.
- Conjeturar y tratar de verificar.
- Realizar trabajo “inverso”.
- Usar herramientas de lógica y algunas “pistas”.
- Dividir el problema en “partes pequeñas”.

## 3. Resolver el problema:

Algunas consideraciones útiles en esta etapa son las siguientes:

- Una buena estrategia consiste en ir escribiendo las ideas conforme se va trabajando para así no olvidar como fue que se abordó el problema.
- Si durante la resolución del problema el estudiante se bloquea, es bueno volver a leer el problema con detenimiento.

## 4. Reflexionar:

Una vez que el estudiante logra resolver un problema es importante que reflexione acerca de:

- Observar si la respuesta propuesta tiene concordancia con lo pedido en el problema.
- Explicar verbalmente el proceso seguido.
- Preguntarse ¿Qué pasaría si cambiara alguno de los pasos realizados?, esto para tratar de buscar otro camino para la resolución del problema.

## 2. Algunas estrategias para resolver problemas

### *Trabajo inverso (Working Backwards)*

La estrategia “trabajo inverso” es usada para resolver problemas que incluyen cierto número de factores entrelazados en un mismo evento, en donde la información no ha sido brindada al principio del problema sino al final.

Un uso del Trabajo Inverso lo vemos aplicado a la hora de realizar demostraciones por contradicción. Por ejemplo Euclides probó que la cantidad de números primos es infinita y Aristóteles que  $\sqrt{2}$  es un número irracional con esta estrategia. En ambos casos se asumió lo opuesto a lo que se pedía y se trabajó inversamente hasta llegar a una contradicción.

Cuando se resuelven problemas comenzando “desde el final y trabajando hacia atrás”, cualquier operación matemática que se presente se deberá contar con su operación inversa. Esto significa que si el problema requiere una suma, con la estrategia Trabajo Inverso se deberá restar y si el problema requiere que se divida, deberá multiplicar y así sucesivamente.

### *Razonamiento lógico (Logical reasoning)*

Cuando en una conversación se tiene el cuidado de decir alguna cosa pensando en las consecuencias que puede traer o no lo dicho, se está haciendo uso del razonamiento lógico, es decir, cuando se intenta predecir el potencial de los argumentos mencionados en alguna discusión. Así por ejemplo, si Juanita dijo “voy a estudiar mucho matemática” posiblemente Pedro piense “entonces Juanita va a obtener muy buenas calificaciones”.

El ejemplo anterior es un caso muy sencillo donde se está haciendo uso de la lógica, suponiendo que A: Estudiar mucho matemática y B: Obtener buenas calificaciones, entonces ese ejemplo citado antes se puede expresar simbólicamente como, lo cual es una proposición lógica.

En un negocio, cuando se intenta construir un plan de trabajo o cuando se quiere presentar y defender argumentos entre colegas se está haciendo uso de las proposiciones lógicas, ya que se analizan cada una de las situaciones y sus posibles consecuencias, evidentemente la validez de los

argumentos presentados depende del razonamiento lógico utilizado. El éxito o fracaso en un negocio puede depender de la facilidad que se tenga al hacer relaciones lógicas entre las posibles situaciones.

#### *Búsqueda de patrones (Finding a Pattern)*

Una de las bellezas de la matemática es la lógica y el orden que en ella podemos encontrar. Las matemáticas usan patrones como ayuda para resolver problemas en geometría y en otros campos. En primaria o secundaria es muy común encontrar enunciados como:

“Encuentre los siguientes dos números en la secuencia 1, 3, 4, 7, 11, , ” en los cuales debemos buscar y reconocer un patrón para llegar a la solución.

El reconocer patrones implica una observación de los datos para lograr identificar orden y secuencias que generalmente no son fáciles de notar. Nos vemos en la necesidad de cambiar algunas condiciones de la situación del problema tratando de adaptarlo a las condiciones iniciales del problema.

#### *Representación visual (Making a drawing)*

La representación visual no solamente se utiliza en problemas relacionados con geometría. Muchos problemas hacen uso de esta técnica, ya que como es usual decir “una pintura dice más que mil palabras”.

En la vida diaria constantemente utilizamos mapas para encontrar el camino exacto hacia algún destino, haciendo un pequeño gráfico en el mapa sobre la ruta a seguir. Usamos dicho bosquejo para lograr explicarle con precisión a otra persona como llegar a dicho lugar, a pesar que se puede hacer verbalmente los gráficos describen clara y fácilmente por donde se debe seguir.

### **3. El uso de la tecnología en el proceso de solución de problemas**

Dentro del trabajo en el enfoque de solución de problemas para la enseñanza de la matemática, resulta natural cuestionarse sobre el papel de las diferentes herramientas tecnológicas que se tienen a disposición de los docentes.

Al respecto, el NCTM (2000) considera el uso de la tecnología como un elemento esencial que debe ser contemplado en las propuestas curriculares:

Las computadoras y las calculadoras cambian lo que los estudiantes pueden hacer con las representaciones convencionales y expanden el conjunto de representaciones con las que

pueden trabajar. Por ejemplo, los estudiantes pueden mover, invertir, reducir, visualizar relaciones a través de programas de utilidades o software dinámico. . . . pueden manipular expresiones, e investigar conjuntos complejos de datos usando hojas de cálculo. Cuando los estudiantes aprenden a utilizar estas nuevas herramientas versátiles, pueden también analizar las formas en que algunas representaciones que se realizan empleando la tecnología difieren de las representaciones convencionales (p.68-69).

En particular, en la resolución de problemas Zbiek, Heid, Blume & Dick (2007), citado por Santos, L. (2011, p.15), distinguen dos tipos de actividad matemática donde el empleo de herramientas computacionales juega un papel importante: las actividades técnicas y conceptuales. Las técnicas se refieren a las acciones sobre los objetos matemáticos o sobre sus representaciones como realizar una construcción geométrica, una medición, un cálculo numérico, una manipulación algebraica, resolver una ecuación, recoger datos, ordenarlos, etc. Mientras que una actividad conceptual se refiere a aspectos relacionados con formas de comprender ideas y resolver problemas matemáticos.

Por lo tanto, un docente de matemática debe cuestionarse acerca de la disponibilidad de herramientas tecnológicas: calculadoras científicas, calculadoras graficadoras o software específico para matemática; y más aún sobre la mejor manera de incorporarlas en las actividades que realizan los estudiantes como parte de la construcción de conocimiento matemático. Como afirma Santos (2011) “el empleo del software puede funcionar como una herramienta de gran utilidad para que los estudiantes participen en procesos de búsqueda y formulación de conjeturas o relaciones y argumentos o justificaciones matemáticas” (p. 5).

## **Referencias**

- Altier, W. (1999). *The Thinking Manager's Toolbox, Effective Processes for Problem Solving and Decision Making*. University Press, Oxford.
- Buján, V. & Jiménez, M. (1988). *Resolución de problemas de matemática en la Escuela Primaria*. Alma Mater, San José.
- Codina, A. (2000). *Elementos para una Reflexión acerca del Uso de la Computadora en el Aprendizaje de Estudiantes de Bachillerato Vía Resolución de Problemas*. (Tesis de Especialidad para obtener el grado de maestro en Ciencias, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional, México).

- De Faria, E. (2008, abril). Resolución de problemas en los programas de estudio de matemática del Ministerio de Educación Pública de Costa Rica. Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática. 4, 157 - 173.
- Hohenwarter, M. y Preiner J. (2009). Documento de Ayuda de GeoGebra. Manual Oficial de la Versión 3.2. Recuperado en febrero de 2010 desde: <<http://www.geogebra.org/help/docues.pdf>>.
- Ministerio de Educación Pública (2005a). Programa de estudio, Matemática I Ciclo. San José: Editorial del Ministerio de Educación Pública.
- Ministerio de Educación Pública (2005b). Programa de estudio, Matemática II Ciclo. San José: Editorial del Ministerio de Educación Pública.
- Ministerio de Educación Pública (2005c). Programa de estudio, Matemática III Ciclo. San José: Editorial del Ministerio de Educación Pública.
- Ministerio de Educación Pública (2005d). Programa de estudio, Matemática Ciclo Diversificado. San José: Editorial del Ministerio de Educación Pública.
- National Council of Teachers of Mathematics (2000). Principles and standards for school mathematics. Reston VA: The Council.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (2000). Principles and standards for school mathematics. Reston VA: The Council.
- PISA (Programme for International Student Assessment) (2006). Assessing Scientific, Reading and Mathematical Literacy. A Framework for PISA 2006. Paris: Organization for Economic Co operation and Development.
- Polya, G. (1945). How to Solve it. Princeton, NJ: Princeton University Press.
- Posamentier, A & Krulik, S. (1998). Problem-Solving Strategies for Efficient and Elegant Solutions. Sage Publications Company Thousand Oaks, California.
- Santos, L. (2011). La Educación Matemática, resolución de problemas, y el empleo de herramientas computacionales En: Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática. Año 6. Número 8. pp 35-54.

Santos, M. & Espinoza H. (2002). Searching and exploring properties of geometric configurations via the use of dynamic software. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 33(1), pp. 37-50.

Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical problem solving*. New York: Academic Press, INC.

Schoenfeld, A., H. (1998). Reflections on a course in mathematical problem solving. *Research in Collegiate Mathematics Education III.*, pp. 81-113.

Swokowski, E y Cole, J (2002). *Álgebra y trigonometría con geometría analítica*. Décima edición. México. Editorial Thomson.

# Texto matemático y presentaciones con LaTeX

Alexander Borbón Alpízar<sup>1</sup>

Alejandra Jiménez Romero<sup>2</sup>

## Resumen

La edición de texto mediante las herramientas que proporciona LaTeX es cada vez más común, entre profesores al nivel de secundaria y universitario. El conocer este ambiente es necesario para realizar propuestas de artículos en revistas internacionales así como al presentar tesis en algunas universidades. Con este taller se pretende dar los conceptos básicos para la edición de texto así como el uso de LaTeX para realizar presentaciones digitales con acabados de gran nivel.

## Introducción

LaTeX es un programa de edición de texto matemático con el que se pueden realizar desde documentos sencillos como cartas o memos hasta documentos más robustos como libros y tesis. Su principal función es la de combinar texto normal con texto matemático, su modo de edición es en un archivo de texto plano, lo que logra que el documento fuente sea sumamente liviano pero el resultado final tenga un acabado de impresión impecable.

LaTeX maneja los principales aspectos de un documento por defecto (ya sea que se esté escribiendo un libro, un artículo, una carta, etc.) y posee un fácil manejo de referencias cruzadas y objetos flotantes (como tablas y figuras), aspectos vitales en la edición final de libros o tesis ya que si se realiza cualquier cambio en el documento (como por ejemplo en los márgenes) LaTeX se encarga de acomodar todos estos objetos flotantes con el texto en la mejor posición posible de manera automática, todo un problema en muchos otros procesadores de texto.

Por estas y muchas otras razones LaTeX es el editor preferido (y muchas veces exclusivo) en muchas revistas internacionales de prestigio, una gran cantidad de universidades del mundo también piden sus artículos y tesis en este editor (incluyendo la Universidad de Costa Rica).

El programa requiere un poco de práctica, sobre todo al inicio, para acostumbrarse y lograr los documentos que se quieren, tiene una curva de aprendizaje un poco lenta (en

---

<sup>1</sup> Instituto Tecnológico de Costa Rica, [aborbon@itcr.ac.cr](mailto:aborbon@itcr.ac.cr)

<sup>2</sup> Instituto Tecnológico de Costa Rica, [ajimenez@itcr.ac.cr](mailto:ajimenez@itcr.ac.cr)

comparación a otros procesadores de texto visuales), sin embargo, al comparar las ventajas bien vale la pena el trabajo que toma aprenderlo.

## **Beamer**

Beamer es una librería muy útil de LaTeX para la realización de presentaciones de alta calidad que incluyan texto matemático, existen de forma predefinida diversos temas que se pueden utilizar para las presentaciones, además de muchos otros temas que se pueden encontrar en Internet, todos ellos visualmente atractivos.

**Requisitos:** Dominio básico del ambiente Windows/Linux.

**Duración:** 6 horas (2 horas por día)

### **Necesidades del taller:**

- Laboratorio con Windows o Linux, con TexMaker , MikTeX (en Windows) o TexLive (en Linux), ambos completos.
- Geogebra.
- Inkscape
- Una persona por computadora.

Día 1:

#### 1. Introducción

1.1 Plantilla (preámbulo)

1.2 Edición de texto

1.3 Texto matemáticos

1.4 Dudas

1.5 Sugerir traer preguntas para hacer examen de secundaria.

2. Materiales: Guías, posible llave maya del evento.

Día 2:

1. Plantilla para examen.

2. Insertar imágenes.

Día 3:

1. Beamer

- 1.1 Instalación

- 1.2 Tipos de temas

- 1.3 Crear una presentación:

- 1.3.1 Items (velos)

- 1.3.2 Insertar imágenes

- 1.3.3 Tablas

## **Bibliografía**

Hahn, J. *LaTeX for everyone*. Prentice Hall, New Jersey, 1993.

L. Lamport. *LaTeX*. Addison-Wesley. 1996.

M. Goossens; F, Mittelbach; A. Samarin. *The LaTeX Companion*. Addison-Wesley. 1993.

# Trabajando cooperativamente en Geometría

M.Sc. Sandra Schmidt

M.Ed. Zuleyka Suárez

## Resumen

Con este taller se pretende desarrollar el razonamiento lógico matemático con estudiantes y maestras de Primaria mediante la resolución de ejercicios de Geometría. La metodología empleada será el trabajo cooperativo, a través de la técnica JIGSAW, donde cada integrante del grupo es imprescindible para la resolución de los ejercicios.

La educación costarricense necesita cambios urgentes para eliminar las altas tasas de deserción y repitencia como lo reporta el Estado de la Educación (2011). Un dato considerado negativo que se menciona es que “uno de cada cinco estudiantes reprobó en el 2009” y que en ese mismo año en Primaria la repitencia y deserción estuvo reportada en un 15% y en Secundaria en un 22%. (Estado de la Educación, 2011, pp. 130-131).

Específicamente en el campo de la Matemática se necesitan actividades que mejoren el desempeño y el rendimiento de nuestros estudiantes como se menciona en la página 134 del Estado de la Educación (2011), cuestionando si realmente lo que se enseña en la actualidad y la forma en que se enseña en las aulas, prepara a los estudiantes para desenvolverse en la vida, puesto que las pruebas matemáticas diagnósticas de segundo ciclo y las pruebas Serce, PISA y Timss en las que Costa Rica ha participado develan deficiencias que se deben corregir.

Diversos autores han aplicado esta metodología en el aula, obteniendo resultados favorables. Pueden mencionarse entre ellos:

1. Escobedo, Aguirre y Doménech (2011a) con una experiencia de aprendizaje cooperativo realizada en un centro de la provincia de Castellón (España) , de Educación Primaria e Infantil, durante el curso 2008 - 2009.
2. Di Fatta, García, y Gorman (2009) con un proyecto durante seis meses con 40 estudiantes de Secundaria en Estados Unidos. Con esta investigación lograron determinar dentro de los resultados obtenidos que los estudiantes perciben estas técnicas como algo beneficioso para su aprendizaje.

3. Domingo (2008) reporta los resultados de un largo proceso con estudiantes universitarios de una universidad en Cataluña y afirma lo siguiente: "...el aprendizaje cooperativo (AC) permite a los estudiantes actuar sobre su propio proceso de aprendizaje, implicándose más con la materia de estudio y con sus compañeros". (p.232).
4. Pérez y Poveda (2008) mediante una investigación donde utilizaron un diseño de grupo de control pretest-postest confirmaron las hipótesis planteadas: el aprendizaje cooperativo favorece la adaptación escolar de los alumnos, mejora las relaciones paterno-filiales; los efectos del aprendizaje cooperativo son independientes del cociente intelectual de los alumnos y previene conductas inadaptadas que son fuente de conflicto en el aula.
5. Alarcón (2004) demostró con estudiantes de 8° grado en una institución privada y bilingüe de Colombia y utilizando un grupo de control y uno experimental de 24 estudiantes cada uno, que los alumnos que trabajaron en grupos cooperativos mejoraron su desempeño académico al final del proceso, disminuyeron la agresión verbal, aumentaron su capacidad de escucha y mejoraron su nivel de responsabilidad.
6. Johnson, Johnson & Stanne (2000), que revisaron 158 estudios, evaluaron el impacto de 8 técnicas específicas de aprendizaje cooperativo sobre el desempeño de los estudiantes, comparados con los métodos competitivo e individual.

Los estudios se hicieron en diferentes países y décadas con participantes de diversas culturas, clases socioeconómicas, edades y género, y en todos se encontró evidencia de que las técnicas de aprendizaje cooperativo producen un mejor desempeño y logro en los alumnos.

Para lograr un ambiente cooperativo, deben darse una serie de condiciones. Al respecto, Johnson, Johnson & Holubec (1999), Bará y Domingo (2005), Aguirre et al. (2001), Pujolás (2009), Díaz Barriga y Hernández (2010) y Escobedo et al. (2011b) señalan que algunos componentes esenciales de la cooperación son los siguientes:

- a) Interdependencia positiva. Hay interdependencia positiva cuando todos los miembros persiguen el mismo objetivo.
- b) Exigibilidad personal. Debe haber un compromiso individual y una responsabilidad personal de cada miembro del equipo.

- c) Interacción cara a cara constructiva. Se pone de manifiesto con la facilitación de los mutuos refuerzos para realizar las tareas con la finalidad de alcanzar los objetivos compartidos. (Explicar, discutir, enseñar, compartir).
- d) Responsabilidad individual y grupal. El objetivo no es sólo que realicen algo entre todos, sino que todos aprendan a realizarlo, cada uno según sus propias posibilidades y capacidades.
- e) Agrupamiento heterogéneo de los alumnos del grupo. La diversidad es vista como fuente de enriquecimiento.
- f) La igualdad de oportunidades para el éxito. Todos tienen las mismas oportunidades para contribuir al éxito del equipo.

### Referencias

- Aguirre, A., Amaya, & R. Espinosa, L. (2001). Trabajo cooperativo. Una técnica pedagógica de gran impacto. Revista de Ciencias Humanas. No.26. Recuperado de <http://www.utp.edu.co/~chumanas/revistas/revistas/rev26/aguirre.htm>
- Alarcón, J. (2004). Estudio sobre los beneficios académicos e interpersonales de una técnica del aprendizaje cooperativo en alumnos de octavo grado en la clase de matemáticas. Revista EMA 9(2). pp 106-128
- Bará, J. & Domingo, J. (2005). Taller de formación: Técnicas de aprendizaje cooperativo. Universidad Autónoma de Madrid. Recuperado de <http://www.uam.es/calidad/documentos/cursoEPS.pdf>
- Consejo Nacional de Rectores. (2011). Estado de la Educación. (3ºed.) Costa Rica.
- Díaz Barriga, F. & Hernández, G. (2010). Estrategias docente para un aprendizaje significativo: una interpretación constructivista. 3º Ed. México: Mc Graw Hill.
- Di Fatta, J., García, S. & Gorman, S. (2009). Increasing student learning in mathematics with the use of collaborative teaching strategies. Recuperado de <http://www.eric.ed.gov/PDFS/ED504828.pdf>
- Domingo, J. (2008). El aprendizaje cooperativo. Revista Cuadernos de trabajo social. Vol. 21. pp. 231-246

- Escobedo, P., Aguirre, A. & Doménech, A. (2011a). Aprendiendo juntos en la escuela: una experiencia cooperativa. Jornada sobre aprendizaje cooperativo. Junio 2011. Castellón. España. Recuperado de <http://spie.uji.es/JAC/Revisados/AC/3.pdf>
- Escobedo, P., Aguirre, A. & Doménech, A. (2011b). La perspectiva del docente: el aprendizaje cooperativo en educación primaria. Jornada sobre aprendizaje cooperativo. Junio 2011. Castellón. España. Recuperado de <http://spie.uji.es/JAC/Revisados/AC/16.pdf>
- Johnson, D., Johnson, R. & Holubec, E. (1999). El aprendizaje cooperativo en el aula. Buenos Aires: Paidós.
- Johnson, D., Johnson, R. & Stanne, M. (2000). Cooperative Learning methods: A Meta-Analysis. Cooperative Learning Center at the University of Minnesota. Recuperado de <http://www.clcrc.com/pages/cl-methods.html>
- Pérez, A. & Poveda, P. (2008). Efectos del aprendizaje cooperativo en la adaptación escolar. Revista de Investigación educativa, vol. 26 (1). pp. 73- 94.
- Pujolás, P. (2009). 9 ideas clave. El aprendizaje cooperativo. Barcelona: Graó.

# Un viaje por los diversos métodos para multiplicar

Allan Porras Aguilar<sup>1</sup>

Carlos Monge Madriz<sup>2</sup>

## Resumen

Este taller tiene como objetivo ofrecer a los docentes de primaria algunos métodos de multiplicación. El aprender las tablas de multiplicar suele ser una fastidiosa tarea de memorización, lo que estos métodos permiten impregnarle interés a este proceso. Estas diversas formas de multiplicar tienen la ventaja de que explotan otras habilidades lógicas y conocimientos matemáticos.

En la educación primaria es común encontrar estudiantes que lideran con las tablas de multiplicar. El solo hecho de aprenderlas de memoria se vuelve fastidioso, el enseñar y aprender un solo método para multiplicar, se transforma en una tarea tediosa y rutinaria.

El taller está orientado a docentes de primaria que puedan utilizar los conocimientos adquiridos en sus respectivas lecciones escolares.

Mediante este taller se pretende enseñar diversos métodos para multiplicar, unos afianzados en el aporte de algunas culturas del mundo y otros un poco más novedosos. Estos métodos no garantizan que la multiplicación sea más rápida y fácil de calcular, sin embargo ponen en práctica otras habilidades y operaciones aritméticas.

Al estar algunos métodos relacionados con distintas civilizaciones, en el taller se estará comentando el aporte de esas culturas a la matemática, lo que hace más valioso el método que se desea aprender.

También se estudiarán métodos que obligarán al alumno a dibujar figuras geométricas, lo cual favorece ciertas destrezas, así como también refuerzan distintos aspectos geométricos.

---

<sup>1</sup> Estudiantes de la carrera Enseñanza de la Matemática Asistida por Computadora del Instituto Tecnológico de Costa Rica. Correo [allanpa88@hotmail.com](mailto:allanpa88@hotmail.com)

<sup>2</sup> Estudiantes de la carrera Enseñanza de la Matemática Asistida por Computadora del Instituto Tecnológico de Costa Rica. Correo: [carlos-mm27@hotmail.com](mailto:carlos-mm27@hotmail.com)

Uno de los métodos estudiados requiere del uso del ábaco neperiano, lo que propicia a que el estudiante pueda multiplicar usando un instrumento precursor de las calculadoras modernas, ampliando y valorando la historia de estas tecnologías.

El taller se realizará mediante el siguiente esquema de orden:

1. Mediante una presentación en “Power Point” se mostrará una breve repercusión de la matemática en la cultura.
2. En la pizarra se explicará, con un ejemplo, el método.
3. Los asistentes al taller practicarán el método realizando otra multiplicación.
4. Se comentarán las ventajas y desventajas del mismo.

A continuación adjuntamos la información de cada uno de los métodos que se utilizarán:

- **Método Maya**
- **Método Musulmán**
- **Método Ruso**
- **Método Árabe**
- **Método hindú**
- **Método con círculos**
- **Método del ábaco neperiano**

La duración del taller es de 2 horas y los materiales requeridos son:

- Pupitre para cada asistente al taller
- Pizarra acrílica
- Pilots de pizarra acrílica
- Video Beam
- Computadora

### **Referencias Bibliográficas**

Díaz, S. (2011). *Formas de multiplicar*. Consultado en:  
<http://formasdemultiplicar.webnode.es/>

Guardia, J. (s.f). *Biografía de Jonh Napier*. Consultado en:  
<http://www.astroseti.org/articulo/4493/>

[Instituto de Educación Las Norias. \(2009\). \*Procedimientos para multiplicar\*. Consultado en:http://intercentres.cult.gva.es/ieslasnorias\\_mcid/Departamentos/Matem%C3%A1ticas/Juegos/M%C3%A9todos%20de%20multiplicaci%C3%B3n.htm](http://intercentres.cult.gva.es/ieslasnorias_mcid/Departamentos/Matem%C3%A1ticas/Juegos/M%C3%A9todos%20de%20multiplicaci%C3%B3n.htm)

[Maor, E. \(2006\). \*e: Historia de número\*. Distrito Federal, México: Librería.](#)

[Ruiz, A. \(2003\). \*Historia y filosofía de las matemáticas\*. San José, Costa Rica: EUNED.](#)

# Uso de material concreto y actividades lúdicas en la enseñanza de la matemática: Propuestas didácticas

Licda. Angie Solís Palma<sup>1</sup>

## Resumen

*El taller consiste en la elaboración de materiales concretos para ser utilizados en una clase de matemática. Se mostrará a los participantes como elaborar algunos recursos didácticos usando papel, cartón, regla, tijeras y marcadores. Se dará énfasis en cómo utilizarlos apropiadamente y la importancia de realizar previamente un planeamiento de sus lecciones, con una guía para el estudiante (en el caso en que sea necesario) si se desea que éste trabaje de forma independiente.*

## Introducción

Dentro de los actuales planteamientos que se le hacen a la enseñanza de la matemática está la necesidad de utilizar diferentes estrategias didácticas y la utilización de diferentes recursos didácticos que tomen en cuenta el tipo de contenido que se pretende enseñar así como las diferencias individuales de los alumnos para realizar el aprendizaje de los conceptos, según se plantea en los planes de estudio del MEP a nivel de primaria y secundaria.

Sin duda alguna, dentro de los recursos didácticos uno de los que requieren menos costo en el tiempo y de dinero, lo constituye el material concreto y el cual es muy versátil y fomenta la percepción visual.

Otra propuesta didáctica que se le quiere plantear al educador, dentro de este taller, es el uso del juego, como una forma de evaluar en forma más entretenida los contenidos propuestos por el MEP, tanto a nivel de primaria como secundaria.

Dentro del contexto educativo, entendemos el juego, como un medio que no sólo busca entretener por sí mismo, sino como una estrategia previamente planificada, por la cual puede hacer un diagnóstico (fin preinstruccional), presentar contenidos nuevos (fin instruccional), o simplemente evaluar contenidos ya cubiertos en clases (fin postinstruccional).

---

<sup>1</sup> Profesora de la Escuela de Matemática, del Instituto Tecnológicos de Costa Rica. Dirección electrónica [ansolis@itcr.ac.cr](mailto:ansolis@itcr.ac.cr)

Algunas de las ventajas que presentan este tipo de recursos (material concreto y juegos) es que se puede utilizar tanto en primaria como secundaria de forma tal que se ajuste a los objetivos planteados en los diferentes niveles del sistema educativo costarricense.

## **Desarrollo**

El taller está planeado para que se desarrolle en dos sesiones, de la siguiente forma:

### **Primera Sesión:**

#### **1. *Operaciones con fracciones.***

Esta actividad consiste en un bingo, mediante el cual los participantes, utilizando las características de este tipo de juegos, practican las diferentes operaciones con los números racionales.

#### **2. *Conceptos básicos de geometría.***

En forma similar mediante un bingo se evaluarán algunos conceptos básicos de la geometría plana.

### **Segunda Sesión:**

#### **1. *Operaciones con números enteros.***

Esta actividad consiste en un juego donde el participante utiliza un material elaborado por él mismo en el taller y tiene como objetivo evaluar operaciones con números enteros.

#### **2. *Fórmulas notables.***

Mediante la actividad, el participante, utilizando material concreto, y conceptos de áreas logrará establecer geoméricamente la validez de algunas fórmulas notables.

**Requerimientos:** Hoja tamaño carta (colores), Hoja de cartulina tamaño carta (colores), tijeras, reglas, marcadores y lápiz de colores, goma, mesas amplias para recortar, medir y pegar trabajos con papel u otros materiales.

## **Conclusiones**

Como docentes debemos procurar el mayor aprendizaje de parte de los estudiantes, es por esto que, parte de nuestra labor es buscar la capacitación y actualización en el uso de

metodologías didácticas que estimulen al estudiante al estudio de una disciplina que muchas veces es caracterizada, como el sufrimiento y tortura de los alumnos en cualquiera de los niveles educativos.

### **Bibliografía**

De Guzmán, M., (2004), **Juegos Matemáticos en la enseñanza**. Recuperado de:  
<http://www.sinewton.org/numeros/numeros/59/Articulo01.pdf>.

Moreno H. I., (2004), La utilización de medios y recursos didácticos en el aula. Recuperado de: <http://www.ucm.es/info/doe/profe/isidro/merecur.pdf>

Schunk, D.H. (1997), **Teorías del Aprendizaje**, Prentice – Hall Hispanoamericana, S.A. México.

# Wxmaxima: un recurso para la enseñanza y el aprendizaje de la matemática

Dr. Luis Gerardo Meza Cascante<sup>1</sup>

**Propósito:** con en el taller se pretende que los/as participantes conozcan el programa computacional *wxmaxima*, aprendan el uso de algunas funciones básicas y entren en contacto con el uso del programa como recurso didáctico.

**Duración:** dos sesiones de dos horas cada una.

**Requerimientos:** un laboratorio de computadoras en el cual esté instalado el programa wxmaxima. Lo ideal es que cada participante cuente con acceso a una computadora de uso individual. Para el desarrollo de las sesiones se necesitará fotocopiar las guías de trabajo.

**Requisitos de los participantes:** ninguno en particular.

**Delimitación del taller:** en el taller se cubrirán los temas ubicados de 1 a 6 según la lista que se muestra en la sección titulada ¿Qué podemos hacer con wxmaxima?. En cuanto a las estrategias didácticas se cubrirán las primeras cuatro.

## ¿Qué es wxmaxima?

- Maxima es un programa que permite realizar cálculos matemáticos simbólicos (y también numéricos), capaz de manipular expresiones algebraicas, resolver ecuaciones, derivar e integrar funciones, realizar diversos tipos de gráficos, calcular transformadas de Laplace, etc.
- Wxmaxima es una versión para Windows.
- Se origina 1967 en el MIT AI Lab (Laboratorio de Inteligencia Artificial del Instituto Tecnológico de Massachussets) como una parte del proyecto MAC (Machine Aided Cognition).
- William Schelter en la Universidad de Texas mantuvo una versión del código y logró permiso para distribuirlo bajo la licencia GNU-GPL.

## ¿Qué podemos hacer con wxmaxima?

1. Simplificar expresiones

---

<sup>1</sup> Escuela de Matemática, Instituto Tecnológico de Costa Rica. Correo: [gemeza@itcr.ac.cr](mailto:gemeza@itcr.ac.cr)

2. Factorizar polinomios
3. Resolver ecuaciones
4. Hallar raíces de polinomios
5. Derivar funciones
6. Integrar funciones
7. Transformadas de Laplace y transformadas inversas
8. Matrices y determinantes
9. Sistemas de ecuaciones
10. Gráficas 2D y 3D
11. ...

#### **Estrategias didácticas**

1. Descubrimiento
2. Verificación
3. “Jugarle la vuelta al software”
4. Ejercitación y práctica
5. Herramienta
6. Simulación

#### **Referencias bibliográficas**

- Alaminos, J., Aparicio del Prado, C., Extremera, J., Muñoz, P. y Villena, A. Prácticas de ordenador con wxMaxima. <http://euler.us.es/~renato/clases/maxima/manualesPDF/maxima-manual-UGR.pdf>
- Meza, G. Estrategias didácticas para el desarrollo de procesos de enseñanza-aprendizaje de la matemática asistida por computadora. En libro de Memorias del II Congreso Internacional de Enseñanza de la Matemática Asistida por Computadora. 2001
- Rodríguez, J. Maxima con wxMaxima: software libre en el aula de matemáticas. Departamento de Matemáticas de la Universidad de Cádiz. Oficina de Software Libre de la Universidad de Cádiz. Febrero de 2007. [https://forja.rediris.es/docman/view.php/209/.../guia\\_wxmaxima.pdf](https://forja.rediris.es/docman/view.php/209/.../guia_wxmaxima.pdf)
- Rodríguez, M. Maxima: una herramienta de cálculo. Universidad de Cádiz. Diciembre, 2006. <http://softwarelibre.uca.es/cursos/maxima/cadiz.pdf>

Vallejo, J. Manual de uso de Maxima y wxMaxima en asignaturas de cálculo diferencial. Facultad de Ciencias Universidad Autónoma de San Luis Potosí. <http://galia.fc.uaslp.mx/~jvallejo>

# PONENCIAS



# Actitud hacia la matemática de las y los estudiantes de undécimo año de los colegios del Cantón Central de Cartago

Dr. Luis Gerardo Meza Cascante<sup>1</sup>

M.Sc. Roberto Azofeifa Cubero<sup>2</sup>

## 1. Introducción

En la ponencia se presentan los resultados del proyecto de investigación “Actitud hacia la matemática de las y los estudiantes de undécimo año de los colegios del Cantón Central de Cartago”, que bajo el código 5402-1440-2501 fue desarrollado en la Escuela de Matemática durante el primer semestre del 2010. Se trata de una investigación educativa de corte cuantitativo de tipo descriptivo.

La investigación se realizó con 727 estudiantes de último nivel de colegios del Cantón Central de Cartago, matriculados en el año 2010.

La población estuvo integrada por estudiantes de las siguientes instituciones de educación media: Liceo Vicente Lachner, Colegio San Luis Gonzaga, Colegio Científico Costarricense (Sede Cartago), Colegio Miravalle, Liceo Francisca Carrasco, Colegio Jorge Volio, Liceo de Dulce Nombre, Liceo Daniel Oduber Quirós, UPRHM, Colegio Bilingüe Sonny y Colegio Vocacional de Artes y Oficios (COVAO).

Para medir la actitud de los estudiantes hacia la matemática se les aplicó un diferencial semántico, validado mediante el juicio de expertos en una investigación anterior de los mismos investigadores y que mostró un alto índice de confiabilidad en ambas investigaciones.

---

<sup>1</sup> Doctor en Educación con énfasis en Investigación Educativa (UNED), Costa Rica y Licenciado en la Enseñanza de la Matemática, Universidad Nacional (UNA), Costa Rica. Docente e investigador en la Escuela de Matemática del Instituto Tecnológico de Costa Rica (ITCR). También es docente en la División de Educología del Centro de Investigación y Docencia (CIDE), Universidad Nacional, Costa Rica. Actualmente, es Director de la Escuela de Matemática del Instituto Tecnológico de Costa Rica (ITCR). Correo electrónico: [gemeza@itcr.ac.cr](mailto:gemeza@itcr.ac.cr)

<sup>2</sup> Instituto Tecnológico de Costa Rica, Universidad de Costa Rica, Correo: [razofeifa@itcr.ac.cr](mailto:razofeifa@itcr.ac.cr)

Los resultados obtenidos nos permiten conocer la actitud hacia la matemática para toda la población, así como estudiar la existencia de posibles diferencias en la actitud por género o según la institución a que pertenece el o la estudiante.

El uso del análisis factorial por componentes principales nos permitió identificar cuatro factores que subyacen a los datos, información que a la vez nos permitió estudiar la validez de constructo del instrumento utilizado.

## **2. El problema y su importancia**

La investigación abordó como problema el siguiente:

*¿Cuál es la actitud hacia la matemática de las y los estudiantes de undécimo año de los colegios del Cantón Central de la Provincia de Cartago?*

Tal como plantea Chaves (2008), conceptos como actitudes, creencias, emociones, entre otros, son aspectos fundamentales dentro del proceso educativo; no obstante, la mayoría del tiempo no son tomados en cuenta ni por docentes ni por las autoridades magisteriales. Agregando que, por ello, cualquier investigación que analice el rol de estos conceptos en la enseñanza de las Matemáticas, no solo resulta interesante desde el punto de vista pedagógico, sino que es realmente pertinente en el actual contexto educativo nacional.

Al compartir plenamente el planteamiento de Chaves (2008), encontramos en su posición la justificación suficiente de la importancia de la investigación.

En la investigación se busca medir la actitud hacia la matemática de las y los estudiantes de undécimo año de los colegios del Cantón Central de Cartago, desde una concepción de que la actitud hacia la disciplina tiene importancia en los procesos de aprendizaje de la matemática y eventualmente en la selección de carrera profesional.

## **3. Objetivos**

La investigación se planteó con el propósito de alcanzar los siguientes objetivos:

### **Objetivos generales**

Los objetivos generales de la investigación son los siguientes:

1. Diagnosticar la actitud hacia la matemática de las y los estudiantes de undécimo año de los colegios del Cantón Central de Cartago.
2. Establecer si existen diferencias significativas en la actitud hacia la matemática según el género de los estudiantes.
3. Comprobar si existen diferencias significativas en la actitud hacia la matemática según el colegio a que pertenecen las y los estudiantes.

### **Objetivos específicos**

A cada uno de los objetivos generales se les identificaron los siguientes objetivos específicos:

- 1.1. Aplicar un diferencial semántico para medir la actitud hacia la matemática de los estudiantes de tres colegios urbanos.
- 1.2. Identificar elementos en los cuales la actitud de las y los estudiantes hacia la matemática resulte positiva.
- 1.3. Identificar elementos en los cuales la actitud de las y los estudiantes hacia la matemática resulte negativa.
- 2.1. Someter a prueba la hipótesis de que no existen diferencias significativas por género en la actitud hacia la matemática.
- 3.1. Someter a prueba la hipótesis de que no existen diferencias significativas en la actitud hacia la matemática según el colegio al que pertenecen.

### **4. Conclusiones**

La investigación realizada permite arribar a las siguientes conclusiones:

1. Las y los estudiantes muestran una actitud positiva moderada acerca de que la matemática es una disciplina útil, necesaria, agradable, formativa y aplicable.

2. Las y los estudiantes también muestran una actitud positiva, pero en grado de actitud positiva baja, hacia la matemática como disciplina relevante y entendible.
3. Las y los estudiantes muestran una actitud negativa hacia la matemática como disciplina aburrida, confusa, frustrante, estresante y compleja.
4. En ninguno de los rubros estudiados los y las estudiantes muestran una actitud hacia la matemática en la categoría de “muy positiva”, pero tampoco muestran una actitud de “muy negativa” o “negativa moderada” hacia la disciplina.
5. Para aquellas parejas en las que las y los estudiantes mostraron una actitud positiva hacia la matemática, en modalidad de positiva moderada, un 78.5% seleccionaron valores positivos para la pareja inútil-útil, un 77.4% para la pareja innecesaria-necesaria, un 76.3% para la pareja no formativa-formativa, un 75.23% para la pareja no inaplicable-aplicable.

Para estas mismas parejas de adjetivos bipolares, las y los estudiantes seleccionaron valores negativos en porcentajes menores al 12%, salvo en el caso de la pareja desagradable-gradable que alcanza el valor de 21%.

En las parejas en que mostraron una actitud positiva, en la modalidad de positiva baja, un 59.7% seleccionaron valores positivos para la pareja irrelevante-relevante, un 58.6% para la pareja inentendible-entendible y un 48,8% para la pareja desagradable-gradable.

Para estas parejas de adjetivos bipolares, las y los estudiantes seleccionaron valores negativos en porcentajes de 16, 2% y 16.7%, respectivamente.

En aquellas parejas de adjetivos bipolares en las que las y los estudiantes mostraron una actitud negativa, en la modalidad de negativa baja, un 33.2% seleccionó valores positivos para la pareja difícil-fácil, un 32.9% en la pareja aburrida-divertida, un 31.4% en la pareja confusa-clara, un 31% en la pareja frustrante-motivadora, un 18.8% en la pareja estresante-relajante y un 28.9% en la pareja compleja-sencilla.

Para estas parejas de adjetivos bipolares, un 40.2% seleccionaron valores negativos para la pareja difícil-fácil, un 38% en la pareja aburrida-divertida, un 41.4 en la pareja confusa-clara, un 43.1% en la pareja frustrante-motivadora, un 58.7% en la pareja estresante-relajante y un 42.9% en la pareja compleja-sencilla.

6. En todos los rubros estudiados las medias de los hombres son mayores que las correspondientes a las mujeres, y también se dan diferencias en la categoría de clasificación en las siguientes parejas de adjetivos bipolares: difícil-fácil, aburrida-divertida, confusa-clara, estresante-relajante, irrelevante-relevante e inentendible-entendible, en las cuales las mujeres ocupan categorías que muestran una actitud más negativa hacia la matemática que los hombres.
7. No obstante, un análisis de cada una de las parejas de adjetivos bipolares en que las mujeres tienen categorías de clasificación distintas a los hombres, evidencia que aunque formalmente son categorías distintas, ello ocurre por diferencias muy leves.
8. En las parejas difícil-fácil, aburrida-divertida, confusa-clara, irrelevante-relevante e inentendible-entendible los hombres tienen categorías de clasificación distintas a la población, alcanzando categorías donde la actitud hacia la matemática es más positiva que la mostrada por la población. No obstante, un análisis más detallado evidencia que estas diferencias se deben a leves incrementos en los valores de las medias.
9. La pareja estresante-relajante es la única en la que las mujeres ocupan una categoría más baja que la que tiene la población total, mas la diferencia en el valor de las medias es leve.
10. El Colegio Científico Costarricense y el Colegio Bilingüe Sonny ocupan una categoría distinta al resto de las instituciones para la pareja inútil-útil. En efecto, para estas dos instituciones la categoría es "Muy positiva", mientras que para el resto es "Positiva moderada".

11. Al Colegio Científico Costarricense, el Liceo de Dulce Nombre, la UPRHM y al Colegio Bilingüe Sonny, les corresponde una categoría distinta a la de la población total, para la pareja difícil-fácil. En efecto, estas cuatro instituciones se ubican en la categoría “positiva baja”, mientras que las otras mantienen la misma categoría que cuando se analiza la población total, a saber, “negativa baja”.

Por tanto, las y los estudiantes del Colegio Científico Costarricense, del Liceo de Dulce Nombre, de la UPRHM y del Colegio Bilingüe Sonny, muestran una actitud hacia la matemática más positiva en el sentido de la facilidad de la disciplina que los estudiantes de los otros colegios.

12. Las y los estudiantes del Liceo de Dulce Nombre, la UPRHM y el Colegio Bilingüe Sonny se ubicaron en una categoría distinta al resto de las instituciones consideradas individualmente y de la población en general, para la pareja aburrida-divertida. En efecto, las y los estudiantes de estos tres colegios se ubican, para la pareja aburrida-divertida, en la categoría “positiva baja”, mientras que las otras instituciones quedan ubicadas en la categoría “negativa baja”.

Se concluye que para las y los estudiantes del Liceo de Dulce Nombre, el UPRHM y Colegio Bilingüe Sonny la actitud en cuanto a que la matemática es divertida es positiva, aunque en el nivel de positiva baja, en tanto para las y los estudiantes de los otros colegios es negativa, aunque para estas últimas es negativa baja.

13. Las y los estudiantes del Liceo de Dulce Nombre y de la UPRHM muestran una actitud hacia la matemática, en el rubro frustrante-motivadora, ubicable en la categoría “positiva baja”, mientras que en las otras carreras la actitud se ubica en la categoría “negativa baja”, siendo esta última la categoría que alcanza la población.

En otras palabras, las y los estudiantes del Liceo de Dulce Nombre y de la UPRHM muestran una actitud positiva hacia la matemática como disciplina clara, mientras que las y los estudiantes de las otras instituciones muestran una actitud negativa, aunque baja.

14. Las y los estudiantes del Colegio Francisca Carrasco muestran una actitud hacia la matemática más negativa que las y los estudiantes de los otros colegios, en el sentido de que la matemática es relajante. Este es el primer caso encontrado en el cual un colegio cambia de categoría a una que tiene condición más negativa que el que obtiene la población total.
15. El gráfico No. 10 muestra los datos de la Tabla No. 7 para la pareja de adjetivos bipolares complicada-sencilla. De acuerdo con la Tabla No. 7 la diferencia máxima para esta pareja de adjetivos es de 1, razón por la cual cabe esperar que alguna institución alcance una categoría distinta a las otras. Del gráfico No. 10 se observa que el Colegio Científico Costarricense, el Liceo de Dulce Nombre, la UPRHM y el Colegio Bilingüe Sonny quedan ubicados en la categoría “positiva baja”, mientras que las otras mantienen la categoría de “negativa baja” que alcanza la población total.
16. El Colegio Científico Costarricense y el Colegio Bilingüe Sonny tienen la categoría “muy positiva” para la pareja innecesaria-necesaria, mientras que los otros colegios mantienen la categoría “positiva moderada” que es la misma que corresponde a la población total. Consecuentemente, las y los estudiantes manifiestan una actitud positiva acerca de que la matemática es necesaria, pero los del Colegio Científico Costarricense y el Colegio Bilingüe Sonny muestran una actitud más positiva.
17. La UPRHM y el Colegio Bilingüe Sonny se ubican en la categoría de “positiva moderada” para la pareja desagradable-gradable, mientras los otros colegios se mantienen en la categoría de “positiva baja”, que es la categoría que alcanza la población en general.
18. Los colegios San Luis Gonzaga, Científico Costarricense y Miravalle se ubican en una categoría superior en cuanto a actitudes positivas para la pareja irrelevante-relevante, pues les corresponde la categoría de “positiva moderada”, mientras que el colegio Bilingüe Sonny alcanza la categoría “muy positiva”. Los otros colegios

mantienen la categoría de “positiva baja” que es la que obtiene la población total. Este es el primer caso en el que un colegio alcanza una categoría superior que se ubica a dos categorías de la que alcanza la población total.

19. El colegio Bilingüe Sonny se ubica en la categoría “muy positiva” para la pareja no formativa-formativa, mientras que las otras instituciones mantienen la categoría de la población en general, a saber, “positiva moderada”.

Por tanto, las y los estudiantes del Colegio Bilingüe Sonny muestran una actitud más positiva que la que muestran las y los estudiantes de las otras instituciones, acerca de la que la matemática es formativa.

20. Los colegios Científico Costarricense, UPRHM y Bilingüe Sonny, se ubican en la categoría “positiva moderada” para la pareja intentendible-entendible, mientras que los otros colegios mantienen la categoría de “positiva baja”, que es la que alcanza la población en general.

En conclusión, las y los estudiantes de los colegios Científico Costarricense, UPRHM y Bilingüe Sonny muestran una actitud ligeramente más positiva, que las y los estudiantes de las otras instituciones acerca de que la matemática es entendible.

21. El Colegio Bilingüe Sonny se ubica en una categoría distinta al resto para la categoría inaplicable-aplicable., a saber, le corresponde la categoría “muy positiva”. Para este colegio la actitud hacia la matemática como disciplina aplicable es más alta que para el resto de los colegios, quienes quedan ubicados en la categoría “positiva moderada”.

22. El análisis factorial permitió identificar cuatro factores que subyacen a las variables estudiadas, a saber: utilidad, agrado, dificultad y entendibilidad. Por tanto, de acuerdo con estos resultados, podemos pasar de un conjunto de trece parejas de adjetivos bipolares a un conjunto de cuatro nuevas variables, no directamente observables, de tal forma que:

- La variabilidad total está explicada en un 76,198%.

- El primer factor, “Utilidad”, representa la información de las parejas bipolares inútil-útil, innecesaria-necesaria, irrelevante-relevante.
- El segundo factor, “Agrado” representa la información de las parejas de adjetivos bipolares aburrida-divertida, frustrante motivadora, estresante-relajante, desagradable-gradable
- El tercer factor, “Dificultad”, representa la información de las parejas de adjetivos bipolares difícil-fácil, confusa-clara y complicada-sencilla.
- El cuarto factor, “Entendibilidad”, representa la información las parejas de adjetivos bipolares inentendible-entendible, no formativa-formativa e inaplicable-aplicable”.

## **5. Recomendaciones**

Concluida la investigación nos permitimos recomendar:

- a. El desarrollo de nuevas investigaciones tendientes a identificar estrategias metodológicas que favorezcan que la matemática pueda ser percibida como una disciplina atractiva y agradable por una cantidad mayor de estudiantes.
- b. El desarrollo de otras investigaciones que profundicen en la identificación de las causas que pueden explicar el hecho de que a los hombres les resulte ligeramente más atractiva y divertida la matemática que a las mujeres.
- c. Es conveniente realizar más investigaciones sobre el hecho de que una institución privada como lo es la Bilingüe Sonny muestre índices más altos en las respuestas de algunas de las parejas bipolares. La identificación de algunas causas podría contribuir a estimular un mejoramiento en otros colegios.
- d. Investigar a fondo las causas que provocan que la matemática sea percibida como una disciplina frustrante.
- e. Hay un 20 % de estudiantes que cree que la matemática no es necesaria. Es importante indagar cuales son las razones que los lleva a tener esa actitud, y por eso se recomienda hacerlo.

- f. En muy pocos colegios los estudiantes opinaron que la matemática es divertida. Lo recomendable es que se indague más a fondo el porqué en algunos colegios se percibe a la matemática como divertida y en otros no.

## **6. Bibliografía**

Alsina y otros. (2000). Enseñar matemática. Barcelona: Ediciones Graó.

Barraza, A. (2008). Apuntes sobre metodología de la investigación. INTERNET. [dialnet.unirioja.es/servlet/fichero\\_articulo?codigo=2292993&orden=84237](http://dialnet.unirioja.es/servlet/fichero_articulo?codigo=2292993&orden=84237)

Barrantes, R. (1999). Investigación. Un camino al conocimiento. Un enfoque cuantitativo y cualitativo. San José: EUNED.

Bazán, J. y Sotero, H. Una aplicación al estudio de actitudes hacia la matemática en la unalm. Tomado de INTERNET.

Bazán, J. y Aparicio, A. (2006). Las actitudes hacia la Matemática-Estadística dentro de un modelo de aprendizaje. En Revista Semestral del Departamento de Educación. Vol. 15. No. 28.

Chaves, E. (2008). Oficio FCEN-EM-302-2008. Universidad Nacional.

Cook, T. y Reichardt, CH. (1986). Métodos cualitativos y cuantitativos en Investigación Evaluativa. Madrid: Morata.

Espinosa, J. y Román, T. La medida de las actitudes usando las técnicas de likert y de diferencial semántico. Tomado de INTERNET.

Gómez, I. (2000). Matemática emocional. Los afectos en el aprendizaje matemático. Madrid: Narcea S.A.

Hernández, R., Fernández, C. y Baptista, P. (2006) Metodología de la investigación. Mc Graw Hill. México.

Méndez, D y Macía, F. (2007). Análisis factorial confirmatorio de la escala de actitudes hacia la estadística. En: Cuadernos de Neuropsicología. I(3).

Meza, G. y Hernández, F. (2001). Enseñanza de la matemática en el Instituto Tecnológico de Costa Rica: patrones de interacción en el aula. En: Libro de Memorias del II Congreso Internacional de Enseñanza de la matemática asistida por computadora. Cartago.

Nolasco, M. (1988). Relación entre las actividades hacia la matemática, diferencias por razón de sexo, y el aprovechamiento en la matemática en estudiantes universitarios.  
Tesis doctoral

Varios autores (2008). Creencias sobre matemáticas. En: CUADERNOS DE INVESTIGACIÓN Y FORMACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA. Año 3. No. 4.

# Autovalores y autovectores en un entorno virtual

Marta Caligaris

Georgina Rodríguez

Mercedes Marinsalta

Lorena Laugero

Jordán Tello<sup>1</sup>

## Resumen

Entre los distintos recursos tecnológicos destinados al proceso de aprendizaje, se destacan los entornos virtuales como una opción que permite romper las barreras espacio – temporales que existen en las aulas tradicionales.

El objetivo de este trabajo es mostrar el sitio web que se ha elaborado como complemento para el desarrollo de uno de los temas que se dicta en la cátedra Álgebra y Geometría Analítica en forma presencial: autovalores y autovectores. Además se relatará una experiencia piloto de su utilización en un curso cuatrimestral de la Facultad Regional Bahía Blanca. Este sitio es un ejemplo de cómo los recursos tecnológicos pueden contribuir tanto al mejoramiento del proceso de enseñanza y aprendizaje como al desarrollo de diversas competencias por parte del alumno.

## Introducción

El impacto que tienen las nuevas tecnologías de la información y comunicación en la actualidad se ha extendido también a la educación universitaria. Cada vez más instituciones de educación superior se apropian de las nuevas tecnologías y aceptan la posibilidad de crear entornos que mejor se adapten a las necesidades de sus alumnos. Esta situación, exige no sólo una actitud de cambio y apertura a las nuevas posibilidades tecnológicas, sino también a las transformaciones de los modelos pedagógicos dominantes [1]. En este nuevo contexto, el alumno, en lugar de memorizar contenidos específicos, deberá “aprender a aprender” y el docente dejará de ser el transmisor de conocimientos para convertirse en un “facilitador” del proceso de aprendizaje. Sin embargo, esto no significa que el docente deba limitarse a la simple gestión del aprendizaje. Por medio de la orientación y de la inducción, su acción tendrá como objetivo ofrecer al estudiante herramientas y pistas que le ayuden a desarrollar su propio proceso de aprendizaje, a la vez que atienda sus dudas y sus necesidades [2].

---

<sup>1</sup>Grupo Ingeniería & Educación – Facultad Regional San Nicolás – Universidad Tecnológica Nacional – San Nicolás – Argentina – [gie@frsn.utn.edu.ar](mailto:gie@frsn.utn.edu.ar)

Entre los distintos recursos tecnológicos destinados al proceso de aprendizaje, se destacan los entornos virtuales como una opción que permite romper las barreras espacio – temporales que existen en las aulas tradicionales.

La UNESCO en su informe mundial de la educación, señala que los entornos de aprendizaje virtuales constituyen una forma totalmente nueva de Tecnología Educativa y ofrece una compleja serie de oportunidades y tareas a las instituciones de enseñanza de todo el mundo [3]. Teniendo en cuenta estas ideas, el Grupo Ingeniería & Educación (GIE) comenzó a trabajar en el diseño de entornos virtuales de aprendizaje para abordar distintos temas de asignaturas del ciclo básico de carreras de Ingeniería.

El objetivo de este trabajo es mostrar el sitio web que se ha elaborado como complemento para el desarrollo de uno de los temas que se dicta en la cátedra Álgebra y Geometría Analítica en forma presencial: autovalores y autovectores. Además se comentará una experiencia piloto de su utilización en un curso cuatrimestral de la Facultad Regional Bahía Blanca (FRBB).

### **Los entornos virtuales de aprendizaje**

La organización de un proceso de enseñanza aprendizaje con el empleo de entornos virtuales es un proceso pedagógico que tiene como objetivo el desarrollo de la capacidad de aprender, a partir de la creación de las condiciones específicas que lo favorezcan, apoyado en el empleo de la tecnología.

Para algunos autores, un Entorno Virtual de Aprendizaje (EVA) es un espacio donde se crean condiciones para que el alumno se apropie de nuevos conocimientos, experiencias y elementos que le generen procesos de análisis, reflexión y apropiación [4]. Otros autores consideran un EVA como un conjunto de facilidades informáticas y telemáticas para la comunicación y el intercambio de información en el que se desarrollan procesos de enseñanza – aprendizaje ya sea a distancia, presencial, o de una naturaleza mixta [5].

Aún cuando existen diferencias entre las distintas definiciones del concepto de EVA, la mayoría de los autores coinciden en señalar un grupo de componentes principales: el espacio, los estudiantes, los docentes, los materiales didácticos y la estrategia didáctica para el desarrollo del proceso de enseñanza aprendizaje.

## **¿Por qué usar un entorno virtual de aprendizaje?**

La introducción de un EVA en una institución de educación superior está justificada por las ventajas y potencialidades que ofrece, relacionadas con la mejora de la calidad de la enseñanza y el aprendizaje [6]. Algunos de ellas son:

- aumentar la cantidad y calidad de los materiales y recursos de aprendizaje, propios y ajenos, y facilitar su acceso a los estudiantes.
- incrementar las posibilidades de comunicación didáctica entre los docentes y los alumnos y entre los propios alumnos.
- aumentar la flexibilidad y variedad de las actividades didácticas que forman el núcleo del currículum.
- contribuir a la formación de los estudiantes en habilidades instrumentales y metacognitivas (“aprender a aprender”, planificación del propio aprendizaje, autoevaluación).
- flexibilizar el tiempo de estudio con el fin de adaptarse a las necesidades y posibilidades de los estudiantes.

No obstante estas ventajas, la adopción de un EVA no garantiza, por sí solo, la mejora de la calidad del aprendizaje. Es necesario contar con docentes que posean las competencias en cuanto al uso de recursos tecnológicos y que puedan enseñar de manera eficaz las asignaturas, integrando en su enseñanza conceptos, ejemplos y habilidades de las mismas.

### **Los sitios web educativos**

Actualmente la aplicación de las TIC en los procesos de enseñanza – aprendizaje se han visto plasmadas en los entornos virtuales de aprendizaje. Entre ellos se destacan los sitios web, que incluyen herramientas adaptadas a las necesidades de los estudiantes.

El uso de sitios web, en la educación presencial, contribuye a enriquecer y potenciar la enseñanza ofrecida en el aula física en muchos aspectos. Por un lado, su utilización permite ampliar los límites de la clase y, por otro, la utilización de recursos didácticos representados por materiales digitales hipertextuales y/o multimedia permite enriquecer el abordaje de la temática estudiada [7].

A continuación, se mostrará el sitio web que el GIE ha diseñado y elaborado como complemento para el dictado del tema autovalores y autovectores.

### **El por qué del sitio “Autovalores y autovectores”**

El álgebra lineal es reconocida generalmente como una asignatura difícil de aprender. Esto se debe a que la mayor parte de los conceptos se presentan como definiciones formales de objetos cuya existencia no tiene, en la mayoría de los casos, conexión con conocimientos previos ni argumentos geométricos o físicos que motiven la definición presentada [8].

Dos conceptos que comúnmente se estudian en el álgebra lineal en carreras de ingeniería son los de autovalor y autovector, debido a la gran utilidad que tienen los mismos en diversas aplicaciones de las distintas especialidades. Para ayudar a los alumnos a construir y entender adecuadamente dichos conceptos, se hizo uso de las potencialidades que brindan los recursos tecnológicos para crear recursos personalizados que se adapten a los requerimientos pedagógicos.

Como herramienta complementaria para el estudio de los autovalores y autovectores se elaboró un sitio web de acceso libre. Debido a que los alumnos usualmente no tienen la posibilidad de acceder a software propietario, pero sí a programas gratuitos disponibles en Internet, se decidió crear todo el material ofrecido en el sitio web utilizando tales recursos. De esta manera, los alumnos podrán utilizar el material disponible las veces que sea necesario y en diferentes contextos de aprendizaje, así como también realizar las modificaciones que crean pertinentes.

En el sitio “Autovalores y autovectores” los alumnos tendrán acceso, entre otras cosas, a definiciones, ejemplos que sirvan para clarificar algunas cuestiones conceptuales, aplicaciones clásicas, demostraciones gráficas y ventanas personalizadas. El alumno, al interactuar con dichas ventanas, podrá descubrir conceptos matemáticos o conjeturar generalizaciones y en otras, a partir de su visualización, podrá comprender determinados conceptos. Además, los usuarios del sitio podrán realizar ejercicios y autoevaluaciones que los ayudarán a profundizar en un mayor autoconocimiento y comprensión del proceso de aprendizaje realizado y dejar comentarios o las preguntas que les surjan al navegar o interactuar con los distintos recursos disponibles en el sitio.

## Descripción del sitio “Autovalores y autovectores . . . ”

Se accede al sitio “Autovalores y autovectores . . . .” mediante la URL <http://www.frsn.utn.edu.ar/av>. En la Figura 1 se muestra su página de inicio. Como se puede observar en la misma, el tipo de navegación que se utiliza es jerárquica: se presentan las diversas secciones a las que el alumno puede acceder y algunas de estas secciones están subdivididas.

Además de la interactividad propia de la navegación por el sitio, se podrán establecer conversaciones asincrónicas entre los usuarios del sitio, ya que es posible escribir comentarios, preguntas o sugerencias a través del link **Comentarios** y responder a los ingresos realizados.

**G&E**  
Grupo  
Ingeniería & Educación

### Autovalores y autovectores...

¿Qué son? ... ¿Para qué sirven? ....

Bienvenido a nuestro sitio web, un espacio creado especialmente para que puedas recordar o aprender las definiciones y propiedades más importantes de los autovalores y autovectores, así como también, conocer algunas de sus tantas aplicaciones.

Al recorrer las distintas páginas encontrarás, además, recursos interactivos, videos y ejercicios propuestos. También podrás realizar autoevaluaciones para saber si has comprendido correctamente cada uno de los conceptos.

A medida que navegues por el sitio, encontrarás textos para leer y analizar, y actividades para pensar y desarrollar. Hay dos imágenes que las identifican:

Textos para lectura y análisis

Actividades para realizar

Las aplicaciones que se presentan en el sitio se han realizado utilizando el software libre Scilab, que se puede obtener desde [www.scilab.org](http://www.scilab.org).

No dudes en dejar tus comentarios ya que de esa manera podremos realizar cambios o agregar información en función de tus necesidades.

¡Esperamos que este sitio sea una herramienta útil que te acompañe en tu proceso de aprendizaje!

Marta, Georgina, María Mercedes, Lorena y Jordán  
Grupo de Ingeniería & Educación

Contacto

Figura 1. Página de inicio del sitio Autovalores y autovectores

Las secciones a las que puede acceder el alumno desde el menú que se halla en la página de inicio son: **Conceptos básicos**, **Ventanas interactivas**, **Aplicaciones**, **Algo de historia**, **Ejercicios**, **Autoevaluación**, **Comentarios**, **Bibliografía** y **Encuesta**.

La sección **Conceptos básicos**, que se muestra en la Figura 2, está formada por diferentes subsecciones en las que se puede encontrar definiciones, ejemplos y propiedades relativas a los autovalores y autovectores. Para quienes se inician en el tema, esta sección tiene como objetivo brindar los conceptos básicos necesarios para comprender el tema y resolver los

ejercicios propuestos en el sitio. En cambio, a quienes ya lo han estudiado, les sirve como repaso para poder enfrentar las actividades que les permiten afianzar y poner en juego los conceptos adquiridos.

En la sección **Ventanas interactivas**, es posible acceder a distintas aplicaciones realizadas en Scilab, un software de fácil obtención debido a que se encuentra disponible en forma gratuita en Internet. El mismo se puede descargar desde el sitio [www.scilab.org](http://www.scilab.org).

The screenshot shows a web page with the following elements:

- Logo:** GIE Grupo Ingeniería & Educación.
- Title:** Autovalores y autovectores... ¿Qué son? ... ¿Para qué sirven? ....
- Navigation:**
  - Definiciones
  - Propiedades
  - Interpretación geométrica
  - Semejanza
  - Conceptos básicos
- Left Menu:**
  - Inicio
  - Conceptos básicos
  - Ventanas interactivas
  - Aplicaciones
  - Algo de historia
  - Ejercicios
  - Autoevaluación
  - Comentarios
  - Bibliografía
  - Encuesta
- Main Content:**

Esta última igualdad expresa que  $T(\mathbf{x}_1) = -2 \mathbf{x}_1$ , es decir, si al vector  $\mathbf{x}_1$  se le aplica la transformación  $T$ , no cambia su dirección pero sí su sentido y también aumenta su longitud al doble del vector original. Se puede ver esto en la figura 1.

Figura 1

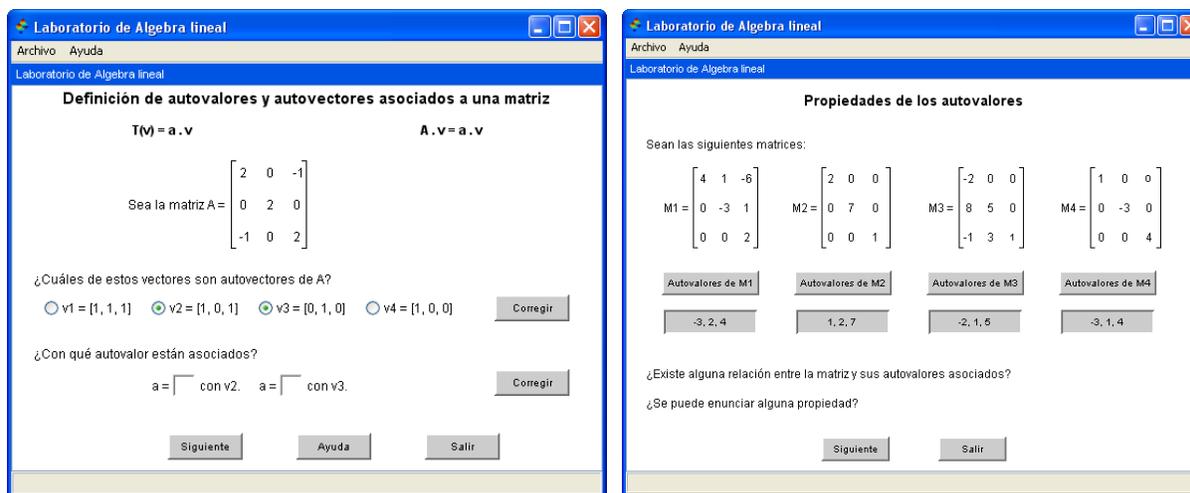
El vector  $\mathbf{x}_1$  determina la dirección de una recta  $r_1$  que pasa por el origen de coordenadas. Por esta razón, geoméricamente, se puede pensar que  $T$  es una transformación lineal que refleja cualquier vector  $\mathbf{x}$  de  $r_1$  respecto al origen de coordenadas y lo dilata en un factor 2.
- Contacto:** A small image of a building and a 'Contacto' button.

Figura 2. Interpretación geométrica de los autovalores y autovectores

En la página de presentación de las ventanas interactivas, se ofrece un video que explica cómo se trabaja con las mismas. Es importante tener en cuenta que para poder ejecutarlas, se debe tener instalado el mencionado software.

En la Figura 3 se muestran las interfaces de dos de las cinco ventanas que se encuentran disponibles: Definición de autovalores y autovectores asociados a una matriz, Cálculo de los autovalores y autovectores asociados a una matriz, Propiedades de los autovalores, Propiedades de los autovectores e Interpretación geométrica de los autovalores y autovectores. La primera tiene como finalidad que los alumnos determinen cuál de los vectores propuestos es autovector de la matriz dada, utilizando la definición que relaciona el autovalor con su correspondiente autovector y realizando el producto adecuado. Así los estudiantes podrán internalizar y afianzar los conceptos involucrados. En la

segunda, aplicando un pensamiento inductivo y teniendo en cuenta las preguntas que se plantea en cada situación, los alumnos podrán enunciar las distintas propiedades que verifican los autovalores. No obstante, es importante aclarar que para que una propiedad sea válida no es suficiente con mostrar que para algunos ejemplos se cumple. Por esta razón, esta situación plantea la necesidad de realizar una demostración formal de cada una de las propiedades analizadas [9 – 10].



(a)

(b)

Figura 3. Interfaces de las ventanas personalizadas desarrolladas en Scilab.

Si bien las ventanas han sido diseñadas con interfaces gráficas de fácil entendimiento, es posible obtener breves descripciones de las mismas mediante el menú **Ayuda**.

En la Figura 4, se muestra una de las páginas de la sección **Aplicaciones**. En esta sección, se pueden encontrar distintos ejemplos donde se utilizan autovalores y autovectores: sistemas dinámicos, determinación del número cromático, rototraslación y resolución de sistemas de ecuaciones diferenciales ordinarias.

Con el propósito de que el alumno afiance y utilice todos los conocimientos aprendidos, el sitio web dispone de dos secciones para tal fin. Una de ellas es la sección **Ejercicios**, donde el alumno podrá acceder a una cartilla donde se le propone la resolución de diversas actividades. Cabe destacar, que esta cartilla puede ser bajada con facilidad por el estudiante debido a que se encuentra disponible en formato pdf. La otra sección es la de **Autoevaluaciones**, donde el alumno al resolver las situaciones planteadas podrá determinar su estado con respecto al proceso de aprendizaje realizado. Estas autoevaluaciones,

realizadas con el software Hot Potatoes, de fácil lectura y navegabilidad, se corrigen automáticamente y se pueden realizar cuantas veces se desee.

**GIE**  
Grupo  
Ingeniería & Educación

**Autovalores y autovectores...**  
¿Qué son? ... ¿Para qué sirven? ....

Sistemas dinámicos   Número cromático   Rototraslación   Sistemas EDO   Aplicaciones

**Rototraslación**

Inicio  
Conceptos básicos  
Ventanas interactivas  
Aplicaciones  
Algo de historia  
Ejercicios  
Autoevaluación  
Comentarios  
Bibliografía  
Encuesta

Se tiene una membrana elástica circular, de radio 1, de modo que si se elige un sistema de coordenadas cartesianas con centro coincidente con el centro de la membrana. La misma se muestra en la figura 1, y en este sistema de coordenadas, la ecuación de los puntos frontera de la misma es:

$$x^2 + y^2 = 1 \quad (1)$$

La membrana es sometida a una deformación tal que cada punto de coordenadas  $(x_1, y_1)$  se convierte en el punto de coordenadas  $(x_2, y_2)$  por la transformación lineal:

$$T \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4x_1 + 2y_1 \\ 2x_1 + 4y_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix} \quad (2)$$

Membrana original   Membrana deformada

Figura 4. Aplicación de los autovalores y autovectores a la rototraslación.

En la sección **Comentarios**, es posible dejar comentarios sobre el sitio, hacer sugerencias o formular preguntas en general. De esta manera, se podrán establecer conversaciones (asincrónicas) entre los usuarios del sitio, ya que se pueden escribir respuestas a los ingresos realizados.

Para consultar los libros que se utilizaron en la obtención de la información que se halla en el sitio es necesario ir a la sección **Bibliografía**.

Por último, en la sección **Encuestas**, se presenta un cuestionario sobre el sitio para que sea contestado por los usuarios. Esta encuesta tiene por finalidad que los alumnos manifiesten su opinión acerca del sitio y saber así qué función cumplió el mismo en su proceso de aprendizaje del tema.

### Experiencia de uso

Luego de haber trabajado los conceptos teóricos y algunas aplicaciones referidas al tema de Autovalores y autovectores, se presentó el sitio web a los alumnos de primer año de la asignatura Álgebra correspondiente a la Licenciatura en Organización Industrial de la FRBB - UTN. Utilizando un cañón proyector se realizó primero un recorrido por el sitio, mostrándoles las principales secciones que presenta el mismo. Posteriormente, se les mostró el procedimiento para bajar e instalar el software SCILAB y se ejecutaron algunas ventanas interactivas, en las cuales los alumnos participaron anticipando los resultados que obtendrían y seleccionando las respuestas que consideraban correctas. Luego de esa presentación cada estudiante utilizó el sitio cuando lo consideró conveniente.

Para saber que opinión tenían sobre el sitio, se les pidió que contestaran el cuestionario que se encuentra en la sección **Encuesta**. En general, los alumnos manifestaron que el mismo es de gran ayuda para terminar de entender los conceptos que se ven en clase, resaltaron la importancia de los gráficos en la explicación de los temas y la posibilidad de actuar en forma interactiva. A continuación, se transcriben algunos de los comentarios realizados por los alumnos:

*“Te permite terminar de comprender mejor los conceptos. Además, es bueno tener material extra que podamos revisar en nuestras casas”.*

*“Es muy útil ya que por medio de las ventanas interactivas pude entender algunos conceptos que me eran difíciles”.*

*“Es una opción muy buena para ayudar al alumno en paralelo con la materia”.*

## **Conclusiones**

Las nuevas tecnologías aplicadas a la educación superior no sólo abren un nuevo escenario en cuanto a la forma de enseñar y aprender, sino que permiten que las instituciones universitarias se adapten a modalidades de formación alternativas más acordes con las necesidades que esta nueva sociedad presenta. El sitio web presentado en este trabajo es un ejemplo de cómo los recursos tecnológicos pueden contribuir tanto al mejoramiento del proceso de enseñanza y aprendizaje como al desarrollo de diversas competencias por parte del alumno. No obstante, el uso de este tipo de recursos en la enseñanza por sí solos no provoca un cambio metodológico en la forma de enseñar y aprender. Es el docente,

mediante el diseño de situaciones didácticas apropiadas que involucren el empleo de este tipo de herramientas, quien posibilitará tales cambios.

## **Bibliografía**

- [1] Páez, M. F. & Martínez, E. (2008). *Educación superior: una mirada desde lo virtual*. Revista Ciencias de la Educación. Vol. 18, Nº 31. Valencia.
- [2] Sangrá, A. & Duart, J. M. (2000). *Formación universitaria por medio de la web: un modelo integrador para el aprendizaje superior*. En Duart, J. M. & Sangrá, A. (Comp.). *Aprender en la virtualidad*. Barcelona: Gedisa.
- [3] Estrada Sentí, V. Lara, Y., Cruz B, M., Andino, M. & Rodríguez, J. (2010). *El aprendizaje virtual y la gestión del conocimiento*. Ponencia evento Virtual Educa 2010. República Dominicana.
- [4] Friss, I. (2003). *Modelo para la creación de entornos de aprendizaje basados en técnicas de gestión del conocimiento*. Tesis de doctorado. Universidad Politécnica de Madrid. Facultad de Informática.
- [5] Gisbert, M., Segura, J., Rallo, R. & Bellver, A. (1997 – 1998). *Entornos virtuales de enseñanza – aprendizaje. El proyecto get*. Cuadernos de Documentación Multimedia. Nº 6 – 7. Madrid.
- [6] Adell, J., Castellet, J. M. & Pascual, J. (2004). *Selección de un entorno virtual de enseñanza/aprendizaje de código fuente abierto para la Universitat Jaume I*. Centro de Educación y Nuevas Tecnologías de la Universitat Jaume I.
- [7] Salinas, M. & Viticcioni, S. (2008). *Innovar con blogs en la enseñanza universitaria presencial*. Revista Electrónica de Tecnología Educativa. Nº 27.
- [8] Costa, V. & Vacchino, M. (2007). *La enseñanza y aprendizaje del Álgebra Lineal en la Facultad de Ingeniería, UNLP*. XXI Congreso Chileno de Educación en Ingeniería. Universidad de Chile. Actas de Congreso.

- [9] Caligaris, M., Rodriguez, G. & Laugero, L. (2011). *Laboratorio de Álgebra lineal. Autovalores y autovectores*, Educación Matemática en Carreras de Ingeniería: XVI Encuentro Nacional, VIII Internacional. Olavarría.
- [10] Caligaris, M., Rodriguez, G., Laugero, L., M. M. Marinsalta & M. Delauro (2011). *Diseño de materiales didácticos para entornos virtuales de aprendizaje: una labor del docente actual*, Conferencia Internacional ICDE 2011, III Foro Internacional de Educación Superior en Entornos Virtuales. Universidad Nacional de Quilmes.

# Construcción de una Ingeniería Didáctica Matemática para la Enseñanza del Concepto de Derivada y su Idoneidad

Daniela Araya Román<sup>1</sup>

Juan Pablo Prendas Rojas<sup>2</sup>

Óscar Salas Huertas<sup>3</sup>

## Resumen

Ante la incertidumbre reinante en los docentes sobre cómo determinar si la forma en la que dirigen los procesos de enseñanza en las aulas logra un aprendizaje significativo y si las actividades que seleccionan son adecuadas para lograr los objetivos propuestos, se presenta una iniciativa sobre cómo valorar la idoneidad de una secuencia de clase. En primera instancia se describen los referentes teóricos sobre ingeniería didáctica y criterios para determinar idoneidad didáctica, luego se presenta la aplicación concreta de una ingeniería didáctica para la enseñanza del concepto de derivada con la incorporación de los indicadores de idoneidad cognitiva.

### 1. Introducción

En las últimas décadas han proliferado investigaciones sobre las problemáticas en la enseñanza de los principios elementales del cálculo, esto ha puesto en primer plano los estudios ubicados a nivel universitario. (Artigue (1995), Cantoral (1993), Godino et al (2006)).

Un aspecto interesante es que aunque el cálculo (primer acercamiento a la matemática superior) es una asignatura señalada por los estudiantes como difícil, y en la cual normalmente se obtiene una baja promoción; los mismos estudiantes reconocen la importancia de estos conocimientos para un buen ejercicio de sus profesiones.

Diversos autores como Artigue (1995), Dolores (2000) y Ramírez (2009) señalan que existe una predisposición ambiciosa para la enseñanza del cálculo a nivel universitario. Es decir, en la mayoría de los casos, los profesores y las cátedras universitarias proyectan cursos cargados de formalismo en la línea de la didáctica clásica, omitiendo e ignorando en su concepción las problemáticas existentes inherentes a su enseñanza.

Algunas dificultades en la enseñanza del cálculo son señaladas y agrupadas por Artigue (1995) como: dificultades asociadas a la complejidad de los objetos básicos del cálculo, dificultades asociadas a la conceptualización y a la formalización del concepto de límite y dificultades vinculadas con rupturas necesarias con relación a las formas de pensamiento esencialmente algebraico.

---

<sup>1</sup>Universidad de Costa Ricay MEP, Costa Rica. [damaarro2708@gmail.com](mailto:damaarro2708@gmail.com)

<sup>2</sup> Universidad Nacional y Instituto Tecnológico de Cartago, Costa Rica. [pprendas@gmail.com](mailto:pprendas@gmail.com)

<sup>3</sup> Universidad Nacional y Universidad de Costa Rica, Costa Rica. [oscarsalash@gmail.com](mailto:oscarsalash@gmail.com)

Ante la situación planteada, se evidencia la necesidad de realizar investigaciones referentes a: ¿cómo abordar los contenidos de cálculo en los cursos universitarios? Es más, la articulación investigación-innovación debe ser estrecha y complementaria. No obstante, se advierte el uso y abuso de tecnologías como estrategia didáctica panacea y esto debe ser considerado en las eventuales investigaciones que se propongan (ver Godino et al. (2006), Artigue (1995) y Cantoral (1993)).

La forma de abordar la problemática en el presente trabajo es mediante la construcción de secuencias didácticas que responden al desarrollo de una ingeniería didáctica para la enseñanza del concepto de la derivada. Precisamente, se eligió este concepto pues en cálculo es uno de los que presenta mayores dificultades cognitivas para el estudiante, aunque sus aplicaciones son numerosas en las distintas disciplinas científicas.

Cabe señalar que aunque han emergido múltiples propuestas sobre cómo enseñar el concepto de derivada, las investigaciones más significativas son aquellas que generan insumos que pueden llevarse a la práctica y este es uno de los principales objetivos que se pretenden en este trabajo. Al respecto Burkhardt y Schoenfeld (2003), citados por Artigue (2009) sostienen que

The research-based development of tools and processes for use by practitioners, common in other applied fields, is largely missing in education. Such “engineering research” is essential to building strong linkages between research-based insights and improved practice. It will also result in much higher incidence of robust evidenced-based recommendations for practice, helping policy makers to make informed decisions. (p. 9)

Algunas de las propuestas realizadas para la enseñanza de la derivada, consisten en presentar la evolución histórica del concepto, el apoyo con recursos tecnológicos, enfatizar la cualidad de variación y por último, propuestas basadas esencialmente en resolución de problemas. No obstante, en todos estos trabajos nos queda la incertidumbre sobre cómo determinar la eficiencia e impacto de dichas propuestas, y por esta razón en este trabajo se consideraron los elementos expuesto por Godino et al (2006):

- La adaptación y pertinencia de los contenidos matemáticos a un determinado proyecto educativo.
- Los medios tecnológicos y temporales adecuados para la puesta en marcha de un proceso de estudio matemático.
- El tipo de interacción entre profesor y alumno que permita identificar resolver las dificultades y conflictos en los procesos de estudio matemático.

- La adaptación entre los objetivos formativos, las capacidades y competencias previas de los alumnos, así como a sus intereses, afectividad y motivaciones.
- La pertinencia de los significados pretendidos (e implementados), de los medios usados y de los patrones de interacción al proyecto educativo de la escuela y el contexto social en que se desarrolla el proceso de estudio.

Por consiguiente es oportuno indagar sobre los indicadores que permitan determinar si un proceso de estudio o secuencia didáctica reúne las condiciones para calificarlo como “idóneo” y si se adapta a las circunstancias y recursos disponibles. Dicha estrategia será evaluada desde la óptica de la idoneidad cognitiva, y esto permitirá juzgar la pertinencia de la secuencia didáctica implementada.

## **2. La Didáctica Matemática**

En la década de los 80's como parte de la denominada Didáctica Fundamental de la escuela francesa, se desarrolla la Ingeniería Didáctica como una vía metodológica para las realizaciones de la Teoría de Situaciones Didácticas y la Transposición Didáctica. La principal exponente de esta corriente metodológica es la Dr. Michéle Artigue, la cual la define como una comparación de la labor docente con el trabajo científico de un ingeniero.

Douady (1995) indica que la ingeniería didáctica se visualiza desde dos aristas: una como metodología de investigación y otra como producciones de secuencias de enseñanza. Además, señala que el término ingeniería didáctica designa una secuencia de clase organizada por un profesor-ingeniero donde se integran los intercambios entre el profesor y los alumnos y las reacciones entre ellos.

### **Ingeniería Didáctica como metodología de investigación.**

La ingeniería didáctica como metodología de investigación, se caracteriza por estar constituido de un esquema experimental de “realizaciones didácticas” en el aula, además de un proceso de validación interno basado en el registro de los estudios de casos y en el contraste de los análisis a priori y posteriori. Al respecto, Artigue (1995) enfatiza que se distinguen dos niveles de ingeniería según la magnitud de las realizaciones didácticas: micro-ingeniería y macro-ingeniería.

Para comprender mejor la organización de metodología de ingenierías didácticas se explican a continuación las cuatro fases a considerar:

- *Los Análisis Preliminares*

Se realizan bajo tres dimensiones: didáctica, cognitiva y epistemológica. Este análisis se caracteriza por realizar un cuadro teórico didáctico general y de los conocimientos didácticos adquiridos relacionados con el tema (ver Artigue (1995)).

- *Concepción y análisis a priori de las situaciones didácticas*

Es la etapa de diseño de la ingeniería, donde el investigador toma la decisión de actuar sobre un determinado número de variables que percibe como pertinentes, con relación al problema estudiado y que pueden ser macro-didácticas (organización global de la ingeniería) o micro-didácticas (organización de una secuencia didáctica). Este análisis se basa en un conjunto de hipótesis que serán sometidas a validación en la confrontación que se lleva a cabo en la fase cuatro, entre el análisis a priori y el análisis a posteriori.

- *Experimentación*

Se considera la fase de ejecución de la ingeniería, donde deben considerarse: la explicitación a los estudiantes, acerca de los objetivos y condiciones de la investigación; el establecimiento del contrato didáctico; la aplicación de los instrumentos de investigación y el registro de observaciones realizadas durante la experimentación. Se recomienda que si la experimentación es extensa (más de una sesión), debe confrontarse un análisis a posteriori con los análisis a priori realizados para cada etapa, esto con el fin de hacer las correcciones necesarias.

- *Análisis a posteriori y evaluación*

Es la etapa de cierre de una ingeniería didáctica, basada en los datos obtenidos durante todo el proceso de experimentación. Estos datos se completan con otros obtenidos mediante la utilización de metodologías externas (cuestionarios, entrevistas individuales o en pequeños grupos, realizadas durante cada sesión de la enseñanza) y se utilizan para la validación de la ingeniería.

Estudios recientes por ejemplo Artigue (2009) apuntan una serie de consideraciones que deben tomarse a la hora de implementar una Ingeniería Didáctica, las mismas se exponen a continuación:

- a. La cuestión de la existencia de situaciones fundamentales: se debate si existe, para todo concepto, una situación característica donde este sea óptimo

b. El cuestionamiento sobre la capacidad de las interacciones para lograr de forma autónoma, el trabajo matemático necesario.

c. La viabilidad de las Ingenierías Didácticas, donde se plantea la necesidad de considerar al docente como un actor de pleno derecho en la situación didáctica, tan imprevisible como los alumnos en sus comportamientos.

Es importante recalcar que el reconocimiento de las limitantes de la Ingeniería Didáctica no debe considerarse un obstáculo en los procesos de investigación y traducirse en el abandono de esta metodología, sino más bien un punto de referencia para su evolución.

### **3. Idoneidad Didáctica**

En términos de adaptación a un medio a-didáctico, se puede orientar de manera consistente la construcción de situaciones didácticas donde los alumnos construyan los conocimientos matemáticos de manera significativa.

Ahora bien, no todos los objetivos de aprendizaje matemático se pueden lograr mediante procesos de adaptación en situaciones a-didácticas, y la pertinencia o idoneidad de un proceso de enseñanza se torna insostenible e interminable, pues podría suceder que el proceso de reinención de conceptos matemáticos por parte del estudiante demande un tiempo didáctico ilimitado o habilidades intelectuales excepcionales.

Además, la confrontación de los análisis a priori y a posteriori que sugiere la Ingeniería Didáctica como mecanismo de validación interna, se evidencia limitada por las escogencias realizadas por el docente en las etapas de concepción de la ingeniería.

Con estas valoraciones y el objetivo de integrar una didáctica de la matemática general, Godino y sus colaboradores diseñaron la denominada Teoría de Funciones Semióticas, la cual articula seis dimensiones en un proceso de instrucción matemática: epistémica, docente, discente, mediacional, cognitiva (significados personales), emocional (sentimientos y afectos) y supone que cada una de ellas se puede modelizar con un proceso estocástico.

Cada experiencia de instrucción matemática (determinada en el tiempo) involucra una serie de variables aleatorias que producen una secuencia de estados posibles como son las siguientes:

a. Trayectoria epistémico: distribución temporal de componentes (problemas, acciones, lenguaje, definiciones, propiedades, argumentos) del significado institucional que se suceden en un cierto orden en el proceso de instrucción.

b. Trayectoria docente: distribución de las tareas/acciones docentes a lo largo del proceso de instrucción.

c. Trayectorias discentes: distribución de las acciones desempeñadas por los estudiantes (una para cada estudiante).

d. Trayectoria mediacional: distribución de los recursos tecnológicos utilizados (libros, apuntes, manipulativos, software, etc.).

e. Trayectorias cognitivas: cronogénesis de los significados personales de los estudiantes.

f. Trayectorias emocionales: distribución temporal de los estados emocionales (actitudes, valores, afectos y sentimientos) de cada alumno con relación a los objetos matemáticos y al proceso de estudio seguido.

Entonces, se debe tratar de manera sistemática el diseño, desarrollo y evaluación de propuestas de intervención en el aula, además de indagar sobre los criterios que ayuden a determinar en qué medida un proceso de estudio matemático reúne ciertas características que permitan calificarlo como “idóneo” para los fines pretendidos y adaptados a las circunstancias e instrumentos disponibles. (Godino, et al, 2006, p. 2)

A continuación, se presentan los criterios propuestos por Godino et al. (2006), se complementan con aportes de Alsina & Domingo (2010) y se incluyen los componentes e indicadores que identificaron Godino et al. (2007) para la idoneidad cognitiva.

#### *Idoneidad epistémica*

Es el grado de representatividad que tienen los significados institucionales implementados respecto a un significado de referencia.

#### *Idoneidad cognitiva*

La idoneidad cognitiva refiere los significados pretendidos que están en la zona de desarrollo potencial de los alumnos, así como la proximidad de los significados personales logrados a los significados pretendidos/ implementados. Para un juicio positivo sobre la idoneidad cognitiva de un proceso de estudio se deben considerar: la existencia de una evaluación inicial de los

significados personales de los estudiantes a fin de comprobar que los significados pretendidos suponen un reto manejable, la existencia de adaptaciones curriculares que tengan en cuenta las diferencias individuales y que los aprendizajes logrados estén lo más próximos posible a los significados institucionales pretendidos/implementados.

A continuación, se enfatiza la descripción de los componentes e indicadores de la idoneidad cognitiva cuya evaluación será el foco central del presente trabajo.

**Tabla 1.** Componentes e indicadores de idoneidad cognitiva.

Componentes	Indicadores
<p><b>Conocimientos previos</b></p> <p><b>Componentes similares a la dimensión epistémica</b></p>	<p>Los alumnos tienen los conocimientos previos necesarios para el estudio del tema (bien se han estudiado anteriormente o el profesor planifica su estudio)</p> <p>Los significados pretendidos se pueden alcanzar (tienen una dificultad manejable) en sus diversas componentes</p>
<p><b>Adaptaciones curriculares a las diferencias individuales</b></p>	<p>Se incluyen actividades de ampliación y de refuerzo</p>
<p><b>Aprendizaje</b></p>	<p>Los diversos modos de evaluación muestran la apropiación de los conocimientos / competencias pretendidas o implementadas</p>

Fuente: Godino et al (2007) Pauta de análisis y valoración de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

#### *Idoneidad semiótica*

Esta arista tiene en cuenta las posibilidades que ofrece una configuración didáctica para identificar conflictos semióticos potenciales y de resolverlos mediante la negociación de significados.

#### *Idoneidad interaccional*

Un proceso de enseñanza-aprendizaje tiene mayor idoneidad desde el punto de vista interaccional si las configuraciones y trayectorias didácticas permiten, por una parte, identificar conflictos semióticos potenciales (que se puedan detectar a priori); por otra, resolver los problemas que surgen durante el proceso de instrucción.

#### *Idoneidad mediacional*

La idoneidad mediacional alude al grado de disponibilidad y adecuación de los recursos materiales y temporales necesarios para el desarrollo del proceso de enseñanza-aprendizaje.

#### *Idoneidad emocional*

La idoneidad emocional concierne al grado de implicación (interés o motivación) del alumnado en el proceso de estudio. Está relacionada con los factores que dependen de la institución y con los que dependen básicamente del alumno y de su historia escolar previa.

#### *Idoneidad ecológica*

La idoneidad ecológica pone de manifiesto el grado en que el proceso de estudio se ajusta al proyecto educativo del centro, la escuela y la sociedad, así como a los condicionamientos del entorno donde se desarrolla. En términos generales, alude al entorno y su adecuación para aprender matemáticas.

#### **4. Construcción de una ingeniería didáctica-matemática para la enseñanza de la derivada**

Tomando en cuenta las consideraciones realizadas a la Ingeniería Didáctica clásica y las desventajas que se han señalado en esta metodología de investigación, se concibe una ingeniería didáctica para introducir el concepto de derivada, con flexibilidad para adaptarse a otros contextos y donde el rol docente es protagónico.

En general, una ingeniería debe articularse en secuencias didácticas abiertas, se trabaja en actividades donde se pretende alcanzar objetivos particulares; pero es el docente el que guía los tiempos, la dinámica de trabajo y la institucionalización de los saberes. Además, las actividades son secuencias de preguntas con un orden que se ha considerado adecuado; sin embargo, si la situación particular lo amerita puede variar o incluso incorporarse algunas.

Es importante recalcar que aunque se establezca la Ingeniería Didáctica como pilar de la propuesta, esta se complementa con la ejecución de actividades dirigidas a evaluar la idoneidad cognitiva de las secuencias de clase. Por ejemplo, cada sesión debe incluir trabajos extraclase y actividades de reforzamiento.

La Ingeniería didáctica propuesta en este trabajo es dirigida a un grupo de Cálculo Diferencial e Integral (CDI) del Instituto Tecnológico de Costa Rica (ITCR), con una población de máximo 30 estudiantes y pertenecientes a la carrera de Arquitectura y Urbanismo. Un esquema general de la ingeniería que se propone se muestra en la tabla 2.

**Tabla 2.** Etapas de una Ingeniería didáctica para la enseñanza del concepto de derivada

<b>Etapas</b>	<b>Actividades</b>
<b>Análisis Preliminares</b>	Revisión bibliográfica y registro sobre el rendimiento general histórico en CDI Aplicación de cuestionario a estudiantes y docentes.
<b>Análisis a priori y concepción</b>	Establecimiento de hipótesis preliminares. Diseño de las secuencias de clase.
<b>Experimentación</b>	Aplicación de las secuencias didácticas. Observación Entrevistas a informantes claves. Aplicación de test de frases incompletas
<b>Análisis a posteriori y evaluación</b>	Confrontaciones preliminares por sesión. Determinación indicadores de idoneidad cognitiva.

A continuación se presenta una breve referencia sobre estas etapas:

*Análisis preliminares:* En esta etapa se propone indagar sobre la evolución histórica del concepto de función, las formas tradicionales de enseñanza y las propuestas recientes para introducir el concepto de derivada. Además, es importante realizar un análisis sobre el rendimiento académico general histórico en CDI, los conocimientos previos necesarios para el desarrollo adecuado de la ingeniería y valorar el ambiente de clase desde la perspectiva de los estudiantes.

Para lograr lo anterior, es necesaria una oportuna revisión de la literatura científica y de los registros de rendimiento, además de aplicar un cuestionario a los estudiantes y realizar un sondeo entre docentes sobre la manera “idónea” para introducir el concepto de derivada.

*Análisis a priori:* con los insumos obtenidos en la etapa de análisis preliminar se pueden establecer hipótesis como las siguientes:

- Introducir el concepto de derivada a partir de la noción de incremento permite una asimilación adecuada del concepto.
- Las actividades de clase que están en relación con aplicaciones relacionadas con la carrera *Arquitectura y Urbanismo* generan mayor interés en el estudiantado, por ser la mayoría pertenecientes a ella.
- Es preciso incluir actividades que refuercen los conocimientos previos para realizar

adecuadamente las actividades dirigidas a la construcción del concepto de derivada.

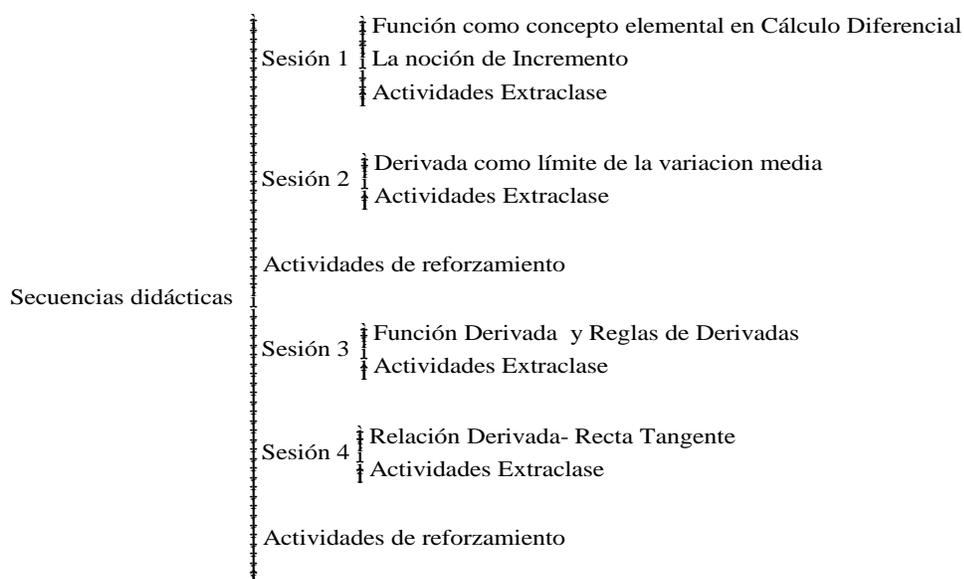
En todo momento durante el desarrollo de las lecciones es importante que el estudiante perciba un ambiente democrática.

*Concepción de las secuencias didácticas:* con base en los hallazgos obtenidos en los análisis preliminares y las decisiones tomadas en el análisis a priori se inicia el proceso de concepción de la ingeniería. Estableciendo un esquema global para las secuencias didácticas. Claro está, este esquema deba ser flexible a sujeto a modificaciones según las valoraciones a posteriori de cada sesión y las negociaciones del contrato didáctico que puedan surgir.

La organización general de las secuencias didácticas se presenta en la figura 1. La organización incluye cuatro sesiones que a su vez se dividen en subsecciones y estas contienen actividades con finalidades muy específicas.

Por ejemplo, en la sesión 1 se tiene la sección “La noción de incremento” y esta incluye una serie de actividades que, además de introducir lo que significa el incremento de una variable, pretende hacer surgir aspectos como razón de cambio, incrementos acelerados, representación gráfica de incrementos, aproximaciones por variación media, inferencias sobre la relación de los incrementos con el comportamiento gráfico de una función, entre otros. Como muestra se incluye en la figura 2, el esquema de una de las actividades propuestas

**Figura 1.** Esquema para la concepción de secuencias didácticas



Posterior a la aplicación de las secuencias didácticas se contrastarán las hipótesis a priori con lo que suceda en el aula (observación y entrevistas) y se aplicará un cuestionario que pretende valorar la idoneidad de la ingeniería desde la arista cognitiva.

**Figura 2.** Esquema de una actividad propuesta para la sesión 2

**ACTIVIDAD 2**

**Esquiando en las montañas.**

Desde un punto a una distancia de 10 metros de una cabaña un hombre empieza a esquiarse en la montaña. Los datos de la tabla muestran la distancia  $s$  en metros a la que se encuentra el esquiador de la cabaña después de  $t$  segundos de haber iniciado el viaje.



$t$	0	2	10	15	30	35	60
$s$	10	15	65	72	90	95	120

- Construye una gráfica que describa la distancia a la que se encuentra el hombre de la cabaña a partir del tiempo que lleva esquiando. **(utilice los incrementos)**
- ¿Qué sugiere la unidad de medida que se utiliza para la razón  $\frac{\Delta s}{\Delta t}$ ?
- ¿Cómo puede explicarse la diferencia en los incrementos?
- ¿Cuál es tu estimación para la velocidad a que se desplaza el esquiador a los 5 segundos? ¿y a los 20?
- ¿Consideras precisa esta aproximación?

**5. Comentarios finales**

La propuesta aquí presentada es novedosa y ambiciosa, si se considera que existen numerosas investigaciones dirigidas a diagnosticar problemáticas en los procesos de aprendizaje, explicar las causas de deficiencias reconocidas o bien a proponer estrategias novedosas para la enseñanza de alguna temática específica, sin embargo, estas no se comprometen en un proceso de evaluación que permita determinar el grado de idoneidad de las actividades propuestas.

Son frecuentes las conversaciones entre docentes donde se argumenta por qué se prefiere abordar un tema de determinada forma. Durante el café, en los pasillos, luego de una reunión de cátedra, etc., los docentes comentan sus preferencias en lo referente al trabajo en el aula, considerando como único argumento su experiencia académica y dejando de lado la verificación de dichas hipótesis a través de la investigación.

Se considera entonces de mucho interés para la comunidad de docentes de matemática, tener una referencia sobre como valorar la idoneidad de sus procesos de enseñanza. La propuesta que se presenta en este trabajo, por lo tanto, pretende constituirse en un referente didáctico para la

enseñanza de la derivada y además mostrar como evaluar la idoneidad de la componente cognitiva en una secuencia de actividades de trabajo ejecutadas en el aula.

## Referencias

Alsina A. & Domingo, M. (2010). Idoneidad didáctica de un protocolo sociocultural de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 13 (1): 7-32.

Artigue, M. (2009). Didactical design in mathematics education. In, C. Winslow (ed.), *Nordic Reserarch in Mathematics Education.Proceeding s from NORMA08*, pp. 7-16. Sense Publishers.

Artigue, M. (2002). Ingeniería Didáctica: ¿Cuál es su papel en la investigación didáctica de hoy? *Revue Internationale des Sciences de l'Education*. Presses Universitaires du Mirail. N ° 8.

Artigue, M. (1995). Ingeniería Didáctica en Educación Matemática. En Artigue, M., Douady, R., Moreno, L. & Gómez, P. *Ingeniería didáctica en educación matemática. Una empresa docente y Grupo editorial Iberoamericano*, México.

Cantoral, R. (1993). Hacia una didáctica del cálculo basada en la cognición. *Publicaciones Centroamericanas* 7. 391-410.

De Faria, E. (2006). Ingeniería Didáctica. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 1(2).

Dolores C. (2000). El futuro del cálculo infinitesimal. Capítulo V: ICME-8 Sevilla, España. Grupo Editorial Iberoamérica. México D. F. pp. 155-181.

Douady, R. (1995). La ingeniería didáctica y la evolución des su relación con el conocimiento. En Artigue, M., Douady, R., Moreno, L. & Gómez, P. *Ingeniería didáctica en educación matemática. Una empresa docente y Grupo editorial Iberoamericano*, México.

Godino, J., Bencomo, D., Font, V. & Wilhelmi, M. (2006). Análisis y valoración de la idoneidad didáctica de procesos de estudio de las matemáticas. *Memoria X Simposio de SEIEM*, Huesca, España.

Godino, J., Bencomo, D., Font, V. & Wilhelmi, M. R. (2007). Pauta de análisis y valoración de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Consultado en [http://www.ugr.es/~jgodino/indice\\_eos.htm](http://www.ugr.es/~jgodino/indice_eos.htm).

Ramírez E. (2009). Historia y epistemología de la función derivada. *Tecné, Episteme y Didaxis: TED*. No. Extraordinario. 4° Congreso Internacional sobre Formación de Profesores de Ciencias. 157-162.

# *El cordel de Ariadna*

## Multimedia de Matemática validado con estudiantes

Diana Hernández Montoya<sup>1</sup>

Virginia Ramírez Cascante<sup>2</sup>

Ana María Sandoval Poveda<sup>3</sup>

### Resumen

Un multimedia, al igual que otros recursos didácticos, requiere planificación y la consideración de numerosos elementos y detalles durante su elaboración. Si se considera que en el ámbito educativo, existen variadas realidades, (según las modalidades de estudio, las características de los estudiantes, entre otros aspectos) el uso de un recurso multimedia es idóneo para solventar determinadas necesidades y requerimientos que no se satisfacen ya sea con un libro, un sitio web, un audiovisual u otro recurso.

Además, para garantizar que este tipo de recursos sean pertinentes para la población para la que se diseñaron y cumplan su objetivo, es preciso validarlos, no solo desde el punto de vista de los expertos en el área, también los usuarios deben tener la posibilidad de dar su opinión para mejorar los recursos que se ponen a su disposición.

### ¿Qué es un material multimedia?

En 2008 visitó Costa Rica la científica israelí Idit Harel Caperton. En una de las conferencias que impartió en el país, afirmó que “hoy casi nadie es capaz de pensar en una sola cosa a la vez, sino en varias. Para que una persona promedio se sienta atraída hacia un tópico requiere de textos, imágenes, sonidos, todo a la vez y en movimiento” (citada por Vargas, 2008). ¿Es la descripción anterior la de un multimedia?

Según Pere Marquès (s. f.b) los materiales multimedia integran diversos elementos textuales (secuenciales e hipertextuales) y audiovisuales (gráficos, sonido, video, animaciones, entre otros); de manera que su estructura básica incluye un contenido desarrollado por medio de textos, gráficos, sonido, video, animaciones y simulaciones, entre otros recursos; y una navegación ramificada.

La finalidad para la cual se produce un material multimedia puede ser muy variada; pero con todos ellos se busca lograr un proceso de comunicación dinámica que permita transmitir lo necesario para que el receptor construya su conocimiento a partir de lo recibido y de su bagaje personal.

### ¿Qué es un material multimedia educativo?

---

<sup>1</sup>Productora académica, UNED-Costa Rica [dhernandez@uned.ac.cr](mailto:dhernandez@uned.ac.cr)

<sup>2</sup>Productora académica, UNED-Costa Rica [vramirez@uned.ac.cr](mailto:vramirez@uned.ac.cr)

<sup>3</sup>Productora académica, UNED-Costa Rica [amsandoval@uned.ac.cr](mailto:amsandoval@uned.ac.cr)

Un material multimedia que cumpla con las características mencionadas anteriormente, puede catalogarse como educativo cuando se concibe y se utiliza con una finalidad educativa. Desde esta perspectiva, un material multimedia puede ser educativo si contempla elementos pedagógicos, didácticos y metodológicos claros y pertinentes para solventar la necesidad educativa que se desea responder.

En el caso de los materiales multimedia creados por el Programa de Producción Electrónica Multimedial (PEM) de la Universidad Estatal a Distancia (UNED) de Costa Rica, son expresamente diseñados con una finalidad educativa. Este Programa fue creado en junio del año 2000 y desde entonces ha sido pionero en la producción de recursos educativos de este tipo.

Para lograr su meta de producción pertinente para la población meta, se hace uso, entre muchos otros elementos, de un concepto forjado a lo largo de los años, la *metáfora pedagógica*. Según Díaz (s. f.) es un elemento comunicativo con el cual se transmite en forma sucinta y reiterada el mensaje educativo. Este recurso generalmente es gráfico y puede ser animado.

#### **¿Por qué hacer un material multimedia educativo de Matemática?**

Desde 2006, el Consejo Nacional de Rectores (CONARE) aprobó la puesta en práctica del proyecto *Rendimiento Académico en Matemática* (RAMA). Cada universidad definió una línea de acción acorde a su modelo de enseñanza. Es por eso que la UNED, considerando que se trabaja con una modalidad de educación a distancia y con una población diversa en cuanto a la edad, se planteó elaborar un material multimedia interactivo para los estudiantes universitarios en general y que, a la vez, fuera útil para los estudiantes de la Educación Diversificada.

El fundamento principal de esta propuesta se basa en el *Modelo pedagógico* de la UNED, el cual señala que “el adulto está dispuesto a hacer el esfuerzo que exige aprender significativamente si puede comprender cómo funciona el conocimiento en circunstancias vitales conocidas” (Universidad Estatal a Distancia, 2004: pp. 9-10). Se parte del hecho de que los estudiantes de la modalidad a distancia tienen poco tiempo para dedicarse al estudio y mucho que repasar cuando ingresan a la universidad después de muchos años de no estar en el sistema de estudio formal.

Es así como surge el proyecto de elaborar el multimedia de Matemática llamado *El cordel de Ariadna* que apoye a los estudiantes que matriculan el primer curso de Matemática de su carrera y que requieren repasar algunos conocimientos previos.

#### ***El cordel de Ariadna***

Como el proyecto propuesto corresponde a las cuatro universidades, los esfuerzos de la UNED consideran, para iniciar con el multimedia, los aportes de otras iniciativas surgidas de la Universidad de Costa Rica (UCR). En este caso, para determinar la estructura básica del material se partió de las monografías elaboradas por docentes de Matemática de esa institución en cuatro áreas particulares: Álgebra y el conjunto de los números reales, Funciones, Geometría y Trigonometría.

Al concebir el material se diseñó una metáfora pedagógica centrada en un mito griego, en el que para obtener los resultados deseados, el personaje principal emplea un cordel que le permite devolverse sobre sus pasos las veces que requiera, tal y como se propone que lo haga el estudiante con el material propuesto. Por medio de Ariadna, la araña personaje de este material multimedia, se manifiesta constantemente dicha metáfora, pues ella transita por diferentes ambientes; uno por módulo que representa a los cuatro elementos de la antigüedad: aire, agua, tierra y fuego y por diferentes situaciones, de las que puede salir y regresar en cualquier momento. A esto se le añade que el trabajo constante de la araña al construir su tela y volver a hacerlo cada vez que sea necesario, representándose así el trabajo del estudiante de Matemática.

### **Varias versiones**

Durante el año 2008 se estableció el proceso particular de producción que se sigue con este recurso y se comenzó el trabajo de plasmar en guiones, diseñar, realizar y revisar los conceptos y temas de cada módulo. Para 2009 se presentó la primera versión preliminar del módulo *Álgebra y IR* y para 2010 la segunda versión preliminar del mismo material. Se diferencian en la cantidad de guiones que contiene cada una, de manera que la segunda abarca todos los temas de Álgebra propuestos en las descripciones y no solo parte de ellos.

La segunda versión preliminar fue validada con estudiantes regulares de la UNED del curso Matemática para Administradores 1, código 491. A partir de los resultados de este proceso, se hace la propuesta de continuar con el mismo proceso de producción para terminar el módulo de *Álgebra y IR* y presentar, a finales de 2011, la versión definitiva de este material.

### **Validación**

A continuación se muestran las consideraciones previas al análisis de los resultados del proceso de validación de *El cordel de Ariadna* (Ramírez, 2011).

El instrumento de recolección de datos se elaboró considerando las características de la población a la cual se dirige *El cordel de Ariadna*, en correspondencia con la teoría de elaboración de instrumentos para materiales multimedia. Se separó por categorías y, en cada una, se colocó cierto número de preguntas, las cuales no siempre fueron respondidas por todos los estudiantes reportados al inicio de la categoría.

Se aplicó el formulario denominado EVALUACIÓN DEL MULTIMEDIA *EL CORDEL DE ARIADNA* a todos los estudiantes que se presentaron a realizar el segundo examen parcial del II-PAC (segundo periodo académico cuatrimestral), del curso Matemática para Administradores I, el día 7 de mayo del 2011.

En un inicio, se pretendió que los estudiantes lo respondieran en línea, utilizando la herramienta *Checkbox*, pero esto no fue posible, pues hubo problemas de comunicación entre ellos y la cátedra. Como parte del proceso, se realizó una reunión con los tutores del curso a inicios del 2011, para explicarles todo lo referente tanto a *El cordel de Ariadna* como a la validación. Ver anexo 1.

Considerando que no se calculó la muestra, pues no se tenía el dato de la cantidad de estudiantes que se presentaría al segundo examen parcial, el instrumento se aplicó a todos. Varios de ellos mencionaron que no les llegó el multimedia. Por lo tanto, se obtuvieron respuestas mucho más altas a una posible muestra con un error de 5% y una variabilidad de 10%.

Al segundo examen parcial de Matemática para Administradores I, asistieron 490 estudiantes, por lo que una muestra con un error de 5% y una variabilidad de 10% hubiera sido de 116,19 y según los datos de la matrícula inicial, a saber, 1189 alumnos la muestra con las mismas características hubiera sido de 134,87 estudiantes.

Cada ítem del formulario presenta cierta cantidad de respuestas por opción y el porcentaje correspondiente. En los ítems específicos de la evaluación del material multimedia, se considera una buena calificación a partir de 80%.

El instrumento está dividido en las siguientes categorías: información general del estudiante, calidad instructiva, contenido, adecuación del multimedia a su objetivo, retroalimentación, motivación y control del estudiante, calidad técnica y aspectos generales.

En el informe completo de esta validación se realiza un análisis de cada uno de los ítems y se realizan sugerencias y comentarios puntuales. A continuación se muestran las principales conclusiones y recomendaciones del proceso de validación.

### **Conclusiones**

1. La mayoría de los estudiantes que respondió el formulario son mujeres.
2. La edad de los estudiantes, mayoritariamente, se ubica en el rango de 17 a 25 años e ingresaron entre el 2010 y 2011 a estudiar en la UNED y provienen de colegios públicos.
3. La mayoría de los estudiantes es costarricense y soltera.
4. La mayoría afirma que trabaja de forma remunerada a tiempo completo.
5. En lo referente a la **claridad instructiva**, estas preguntas las respondieron 356 estudiantes, corresponden al 72,65% de quienes se presentaron al segundo parcial y el 29,94% de la matrícula inicial y se concluye que las instrucciones de *El cordel de Ariadna* están bien elaboradas.
6. En lo que respecta al **contenido**, las 352 respuestas, a estas preguntas, representan el 71,84% de los estudiantes que realizaron el segundo parcial y el 29,6% de la matrícula inicial. Se concluye lo siguiente:
  - los temas son útiles para el aprendizaje
  - la redacción de los ejemplos es adecuada para su comprensión
  - los ejercicios son claros y precisos
  - la organización de los contenidos, las actividades, los ejemplos y los ejercicios es adecuada
  - es necesario revisar la cantidad de ejemplos y ejercicios
7. En cuanto a **la adecuación del multimedia** al objetivo, las 350 respuestas, a estas preguntas, representan el 71,43% de los que realizaron el segundo parcial y el 29,44% de la matrícula inicial. Se concluye lo siguiente:
  - la metodología usada en el multimedia es adecuada
  - el diseño es adecuado
8. Respecto a la **retroalimentación**, las 343 respuestas a estas preguntas representan el 70% de los que realizaron el segundo parcial y el 28,85% de la matrícula inicial. Se concluye lo siguiente:
  - el multimedia permite el repaso de ejercicios

- el número de ejecuciones para un mismo ejercicio es adecuado
9. Referente a la **motivación y control** del estudiante, las 342 respuestas a estas preguntas representan el 69,8% de los que realizaron el segundo parcial y el 28,76% de la matrícula inicial. Se concluye lo siguiente:
- estimula la participación en el aprendizaje
  - el uso de animaciones e imágenes aumenta la motivación del estudiante
  - el desplazamiento por las secciones es adecuado
  - es útil como material de repaso
10. En cuanto a la **claridad técnica**, las 340 respuestas representan el 69,39% de los que realizaron el segundo parcial y el 28,6% de la matrícula inicial. Se concluye lo siguiente:
- los efectos sonoros y la música son claros
  - el tipo de letra es claro
  - la disposición de los elementos en la pantalla es adecuada
  - los botones y los menús muestran con claridad dónde centrar la atención
  - el multimedia es sencillo de usar
  - las ilustraciones son pertinentes
11. Respecto a los **aspectos generales**, las 342 respuestas representan el 69,80% de los que realizaron el segundo parcial y el 28,76% de la matrícula inicial. Se concluye lo siguiente:
- la mayoría de los estudiantes utiliza material multimedia creado por la UNED por primera vez
  - al 64,04% les satisface *El cordel de Ariadna*
  - la mayoría de los estudiantes opina que las orientaciones del curso son claras respecto al uso del material multimedia

### **Recomendaciones**

Según el análisis realizado a los datos obtenidos de la evaluación de *El cordel de Ariadna*, la evaluadora recomienda lo siguiente:

1. Terminar, lo antes posible, lo que falta del multimedia, siguiendo el modo como se ha estado trabajando, pues ha resultado efectivo.
2. Usar permanentemente *El cordel de Ariadna*, en todos aquellos cursos de Matemática de primer nivel de las distintas carreras de la UNED.

3. Fortalecer aquellos aspectos que resultaron débiles en el multimedia, como por ejemplo, la cantidad de ejercicios. Además, debe aclararse a los estudiantes universitarios, en las orientaciones del curso, que es un material de repaso, el cual contiene algunos de los conocimientos previos requeridos para desempeñarse con éxito en el curso en el cual se encuentran matriculados.
4. Entregarlo a todos los estudiantes matriculados en el IV ciclo o Educación Diversificada del Colegio Nacional de Educación a Distancia (CONED).
5. Que su uso sea obligatorio para todos aquellos estudiantes que matriculan por primera vez el primer curso de Matemática de su carrera, pues resultó útil como material de repaso.
6. Compartir este material con las otras universidades públicas.
7. Compartir este material con el Ministerio de Educación Pública para que sea utilizado en la Educación Diversificada.
8. Una vez terminado el multimedia, evaluarlo de nuevo, preferiblemente con la población del CONED.
9. Las cátedras deben buscar los mecanismos necesarios para que todos los estudiantes matriculados en los cursos de Matemática de primer nivel cuenten con el material oportunamente.

#### **Acciones realizadas hasta el momento**

A partir de la validación anterior, la primera decisión que se tomó, es la de continuar con el mismo proceso de producción del multimedia con el que se ha trabajado hasta el momento, tanto desde el punto de vista metodológico y estructural, como en el caso de lo que respecta al diseño y la realización de los diferentes contenidos.

En segundo lugar como el único aspecto del multimedia que obtuvo una calificación por debajo del 80% fue el de la cantidad de ejemplos y ejercicios, es que se toma la decisión de crear, para cada uno de los temas, un documento en formato .pdf, con ejemplos y ejercicios adicionales, todos estos con solución completa (no solo el resultado).

En tercer lugar, se presentó el multimedia, así como los resultados de la validación al Consejo de Rectoría (CONRE) de la UNED, con el fin de que ellos determinaran las directrices a seguir en cuanto a su uso por parte del CONED y de los cursos de Matemática de las diferentes carreras de la UNED. Las decisiones tomadas por este Consejo fueron las de solicitar al CONED el uso del

material y que la Vicerrectoría Académica definiera una estrategia en los cursos de matemática de las diferentes carreras.

En el caso del CONED, el trabajo entre el equipo encargado del multimedia y la validación y los encargados del Colegio, se inició casi inmediatamente y se llegó a los siguientes acuerdos, de los cuales los que corresponden a este año ya se ejecutaron:

## **2011**

- Entrega a los tutores de Matemática, de todo el país, de la segunda versión preliminar del multimedia.
- Participación en una videoconferencia acerca del uso del multimedia en el CONED en la que se explica el origen del mismo, el proceso de producción. En esta actividad se les facilita un tutorial digital acerca de su uso y estrategias de implementación del mismo para el trabajo con los estudiantes.
- Entrega, a los 450 estudiantes de quinto año matriculados en el último período lectivo, de la segunda versión preliminar del multimedia.
- Puesta a disposición, en línea, del multimedia para todos aquellos estudiantes del CONED que deseen descargarlo y utilizarlo.

En cuanto a los avances para el uso del multimedia en los primeros cursos de Matemática de todas las carreras de la UNED, la Vicerrectoría Académica realizó una reunión con los Directores de cada una de las Escuelas, a saber: Ciencias Exactas y Naturales, Ciencias Sociales y Humanidades, Ciencias de la Educación y Ciencias de la Administración. En la misma se le solicitó a cada uno de ellos presentar una propuesta de uso de este recurso.

En el caso de las recomendaciones de presentar el material a las autoridades del Ministerio de Educación Pública (MEP), se tomó la decisión de esperar a que la versión definitiva del módulo de *Álgebra y IR* esté concluida para hacerlo.

Por último, en cuanto al uso de *El cordel de Ariadna* en las otras universidades públicas, en la última reunión (se llevó a cabo el 9 de septiembre de 2011) para presentar los avances del multimedia, se conversó acerca de la posibilidad de entregarle el recurso a aquellos estudiantes que en las pruebas de diagnóstico evidencien desconocimiento o dificultades en contenidos que se espera que dominen al ingresar a la educación universitaria.

Se espera entonces concluir a finales de este año con el módulo *Álgebra y IRen* versión definitiva. Además, se pretende avanzar más con el módulo de *Funciones* que ya se encuentra en las etapas de diseño y realización de los 24 guiones en los que se estructura. En el 2012, se terminaría el módulo de *Funciones* y se trabajaría con el de *Geometría y Trigonometría* en sus primeras etapas de producción, esperando terminar en el 2013 con la versión definitiva de los 4 módulos y por ende tener el multimedia *El cordel de Ariadna* completo y a disposición de la comunidad educativa nacional e incluso, internacional.

### Referencias

Barberà, E., Mauri, T. y Onrubia, J. (coordinadores). (2010). *Cómo valorar la calidad de la enseñanza basada en las TIC*. Barcelona, España: Editorial Graò.

Díaz, L. (s. f.). *Evaluación de la Calidad de los Materiales Educativos Multimediales*. Recuperado de: <[www.uned.ac.cr/sep/aulavirtual/facilitadores/elaboracurso/mod6/condic-calidad.pdf](http://www.uned.ac.cr/sep/aulavirtual/facilitadores/elaboracurso/mod6/condic-calidad.pdf)>.

Marquès, P. (s. f.a). *Impacto de las TIC en educación: funciones y limitaciones*. Recuperado de: <<http://www.peremarques.net/siyedu.htm>>.

Marquès, P. (s. f.b). *Multimedia educativo: clasificación, funciones, ventajas, diseño de actividades*. Recuperado de: <<http://peremarques.pangea.org/funcion.htm>>.

Ramírez, V. (2011). *Informe de validación de El cordel de Ariadna*. San José: Promade-UNED.

Universidad Estatal a Distancia, UNED. (2004). *Modelo pedagógico de la Universidad Estatal a Distancia*. San José, Costa Rica: Vicerrectoría académica, CIDREB.

Vargas, A. (2 de noviembre de 2008). *Uso de computadoras cambia funcionamiento de nuestros cerebros. La Nación*. Recuperado de: <[http://www.nacion.com/ln\\_ee/2008/noviembre/02/aldea1759431.html](http://www.nacion.com/ln_ee/2008/noviembre/02/aldea1759431.html)>.

# El uso del Software MatLab como herramienta de enseñanza-aprendizaje para cursos de álgebra matricial en cursos de matemáticas económicas

Luis García<sup>1</sup>

## Resumen

Partiendo de una enseñanza contextualizada de las matemáticas como estrategia didáctica alternativa en los cursos de Matemáticas en las carreras de Economía, Administración y Contaduría Pública en la Facultad de Ciencias Económicas y Sociales de la Universidad de Los Andes, Mérida-Venezuela y en contraposición con las clases tradicionales donde poco se utiliza el potencial matemático en problemas de aplicación de las Matemáticas en el Área de Economía, surgió en una primera etapa el uso de la Enseñanza Basada en Problemas (EBP) como estrategia de enseñanza. Aun cuando los resultados resultaron satisfactorios en materia de aprendizaje, quedó de manifiesto que esta estrategia no estaba cubriendo del todo nuestras expectativas como profesores. En consecuencia se optó por el uso del MatLab como herramienta complementaria de enseñanza-aprendizaje en el tema de álgebra matricial como experiencia piloto.

## Introducción

En el presente trabajo partimos de una enseñanza contextualizada de las matemáticas, es decir, que los problemas matemáticos que se presentan en el aula de clases se discutan al mismo tiempo que se va impartiendo la teoría. En este sentido nos apoyamos en el fuerte vínculo entre las Matemáticas y las Ciencias Económicas (Cámara, 2000). Como estrategia didáctica elegimos la enseñanza basada en la resolución de problemas (EBP), sin embargo esta estrategia la reforzamos con el uso del software MatLab a fin de impulsar el aprendizaje en el estudiante y facilitar las interpretaciones matemático-económicas de cada uno de los resultados obtenidos al discutir los problemas. En nuestro caso partimos de la formulación de un *problema macro*, el cual exige aplicar determinadas operaciones propias del álgebra matricial, pero de forma simultánea, también se van estudiando conceptos propios de la Economía que más adelante serán utilizados para las interpretaciones económicas que exige cada parte del problema.

De esta manera estamos abordando el “*conocimiento dual*” que se menciona en García (2009). Mediante este problema macro, buscamos abarcar desde la introducción al *concepto o definición* de matriz hasta operaciones como la *suma, resta y multiplicación* de matrices, la *multiplicación por escalar*, pasando por la importancia que implica el *orden* de una matriz en la multiplicación y su posterior *interpretación económica* de los resultados obtenidos. Otro punto que destacamos en esta propuesta tiene que ver con la *organización de los elementos* en la matriz, la cual no es única, de manera que se explota la *trasposición* de matrices. Esta actividad requiere de un mayor compromiso por parte del estudiante en su proceso de aprendizaje, pero también demanda un mayor compromiso, responsabilidad y formación profesional en el docente.

A lo anterior, hay que añadir que el uso del MatLab en este trabajo cobra vital importancia desde la misma organización de los elementos para formar una matriz hasta las operaciones antes señaladas, de esta manera se conjugan tres elementos que interactúan a lo largo de la discusión del problema per se, estos son, el estudio del álgebra matricial con objeto matemático, los

---

<sup>1</sup>Departamento de Economía, Facultad de Ciencias Económicas y Sociales, Universidad de Los Andes, Mérida, Venezuela, lgarcia@ula.ve

conceptos económicos involucrados en el problema y el uso del MatLab como herramienta facilitadora del aprendizaje.

### Problema Macro

El siguiente problema es tomado de Kleiman & Kleiman (2004) y modificado por los autores para los fines de este trabajo. “Inversiones Matriciales”, fabricante de muebles, ha ampliado su mercado de operación, extendiendo su área de distribución a todo el país por medio de tres plantas de producción: *sur*, *central* y *norte*. En estos momentos fabrica cuatro tipos de productos emblemáticos: *sofás*, *mesas para TV*, *escritorios* y *camas*. Estos cuatro productos son solicitados por tres tipos de clientes: consumidores *directos*, *minoristas* y *mayoristas*. Las unidades producidas y vendidas en la *planta sur* son las siguientes: 40 sofás a consumidores directos, 60 a minoristas y 70 a mayoristas; 30 mesas para TV a consumidores directos, 73 a minoristas y 84 a mayoristas; 50 escritorios a consumidores directos, 68 a minoristas y 72 a mayoristas y, finalmente, 28 camas a consumidores directos, 24 a minoristas y 39 a mayoristas. En el caso de la producción y venta de la *planta central* la información es la siguiente: 60 sofás a consumidores directos, 70 a minoristas y 90 a mayoristas; 30 escritorios a consumidores directos, 80 a minoristas y 50 a mayoristas; 50 mesas para TV a consumidores directos, 90 a minoristas y 70 a mayoristas y, finalmente, 30 camas a consumidores directos, 30 a minoristas y 40 a mayoristas. La *planta norte* produce y vende un 10% más que la planta central.

Por otra parte, los sueldos pagados, por mes de actividad, de acuerdo con la categoría del personal (gerentes, jefes regionales y vendedores) y la zona que opera son los siguientes, expresados en unidades monetarias (*um*): en la planta norte un gerente gana 15.000 *um*, un jefe regional 19.000 *um* y un vendedor 14.000 *um*; en la planta sur los sueldos son de 16.000 *um*, 18.000 *um* y 15.000 *um* para gerentes, jefes regionales y vendedores, respectivamente; mientras que los gerentes, jefes regionales y vendedores de la planta central ganan 20.000 *um*, 22.000 *um* y 18.000 *um*, respectivamente.

Además, los costos de fabricación por unidad y tipo de producto, independientemente de la planta de producción son de 80 *um* los sofás, 60 *um* las mesas de TV, 100 *um* los escritorios y 40 *um* las camas; mientras que los precios de venta por unidad y por tipo de producto en cualquiera de las plantas son de 110 *um* los sofás, 80 *um* las mesas de TV, 130 *um* los escritorios y 60 *um* las camas.

Transcurrido el *primer trimestre* la empresa desea determinar:

- (a) El número de unidades totales producidas y vendidas en todo el país por producto y tipo de clientes.
- (b) El número de unidades totales vendidas por producto.
- (c) Los costos totales de fabricación de las unidades vendidas.
- (d) Los ingresos monetarios totales.
- (e) Las utilidades brutas totales obtenidas.
- (f) La estimación de las ventas para el próximo trimestre, por zonas geográficas, producto y tipo de cliente, suponiendo que el incremento de las ventas será de 6,4%.

(g) Lo erogado en el trimestre por concepto de sueldos y comisiones, según el tipo de vendedor.

Discusión<sup>2</sup>: Antes de comenzar con la discusión del problema resaltamos que el mismo consta de tres partes identificadas con los párrafos que conforman el enunciado del problema. Antes de responder la parte (a) se invita al estudiante a crear una tabla para cada planta que informe la producción y venta por tipo de producto y cliente. Nosotros haremos una tabla que represente la información solicitada de la planta sur para resumir el trabajo, esto es:

Tabla 1

*Producción y venta de la planta sur (clientes/productos)*

	Sofás	Mesas/TV	Escritorios	Camas
Cons. directo	40	30	50	28
Minorista	60	73	68	24
Mayorista	70	84	72	39

¿Esta es la única tabla que facilita esta información? La respuesta es NO, también puede representarse la información solicitada mediante la siguiente tabla:

Tabla 2

*Producción y venta de la planta sur (productos/clientes)*

	Cons. Directo	Minorista	Mayorista
Sofás	40	60	70
Mesas/TV	30	73	84
Escritorios	50	68	72
Camas	28	24	39

Para introducir la definición de matriz volvemos a la Tabla 1 y se invita al estudiante a quedarse únicamente con los valores numéricos de esa tabla pero sin las líneas de división de la tabla, es decir,

40 30 50 28

---

<sup>2</sup> Solamente haremos la discusión de las preguntas (a), (b) y (c).

60 73 68 24

70 84 72 39

Posteriormente, estos valores se encierran entre paréntesis y todo esto, visto como un solo objeto, se identifica con una letra mayúscula.

$$S = \begin{pmatrix} 40 & 30 & 50 & 28 \\ 60 & 73 & 68 & 24 \\ 70 & 84 & 72 & 39 \end{pmatrix}$$

A partir del *objeto* anterior identificado con la letra  $S$  definimos formalmente el *concepto de matriz*. Pero también definimos el *orden de una matriz*, en este caso,  $S$  es de orden  $3 \times 4$ . De igual manera utilizamos el orden de la matriz para hablar de las unidades en la que está expresada la misma; por ejemplo, las unidades de  $S$  son *clientes x productos*. Por otra parte retomamos la Tabla 2 y llegamos a la matriz:

$$S' = \begin{pmatrix} 40 & 60 & 70 \\ 30 & 73 & 84 \\ 50 & 68 & 72 \\ 28 & 24 & 39 \end{pmatrix}$$

Por medio de  $S'$  definimos *matriz traspuesta* y algunas matrices especiales como *matriz simétrica*, entre otras.

- Es en este momento donde comienza a jugar su papel el MatLab, puesto que el estudiante debe escribir la matriz  $S$  con el software para poder visualizar mejor la matriz y al mismo tiempo realizar su primera operación con matrices y así obtener  $S'$ , es decir, la traspuesta de  $S$ .

Mientras que la producción y venta de la planta central la identificamos con la letra  $C$ . Antes de escribir esta matriz se exhorta al estudiante a que vuelva al enunciado del problema y preste especial atención a la forma como aparecen los datos de relacionados con la *planta central*, ya que no se muestran de igual manera que los de la *planta sur*. Aquí destacamos la importancia de preservar la misma distribución de los elementos en cada una de las matrices, de cara a futuras operaciones entre éstas.

$$C = \begin{pmatrix} 60 & 50 & 30 & 30 \\ 70 & 90 & 80 & 30 \\ 90 & 70 & 50 & 40 \end{pmatrix}$$

Tomando en cuenta que la planta norte produce y vende el 10% más que la planta central, se plantea la discusión que conlleve a la *multiplicación de un escalar por una matriz*, obteniendo como resultado que  $N = 1,10 C$ , donde  $N$  representa la planta norte,

$$N = 1,10 \begin{pmatrix} 60 & 50 & 30 & 30 \\ 70 & 90 & 80 & 30 \\ 90 & 70 & 50 & 40 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 66 & 55 & 33 & 33 \\ 77 & 99 & 88 & 33 \\ 99 & 77 & 55 & 44 \end{pmatrix}$$

- Aquí aprovechamos nuevamente el MatLab para calcular la multiplicación por escalar, una vez que el estudiante tenga asimilada esta operación del álgebra matricial.

El siguiente paso consiste en que los estudiantes lleguen a la *suma de matrices* mediante la misma dinámica de discusión entre ellos y de esta manera damos respuesta a la parte (a) del problema, la cual identificaremos como la matriz  $T$ . Recordemos la insistencia de disponer la información por columnas de igual manera para todas la matrices.

$$T = \begin{pmatrix} 40 & 30 & 50 & 28 \\ 60 & 73 & 68 & 24 \\ 70 & 84 & 72 & 39 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 60 & 50 & 30 & 30 \\ 70 & 90 & 80 & 30 \\ 90 & 70 & 50 & 40 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 66 & 55 & 33 & 33 \\ 77 & 99 & 88 & 33 \\ 99 & 77 & 55 & 44 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 166 & 135 & 113 & 91 \\ 207 & 262 & 236 & 87 \\ 259 & 231 & 177 & 123 \end{pmatrix}$$

- Volvemos a hacer uso del MatLab para estudiar la suma de matrices

Para dar respuesta a la pregunta (b) del problema, donde se pide las unidades totales producidas y vendidas por tipo de producto (identificaremos esta matriz como  $U_p$ ), se exige al estudiante que únicamente es permitido emplear el álgebra matricial, aunque previamente puede indagar posibles alternativas que le lleven a la respuesta correcta. Recordemos que la matriz  $T$  está expresada en unidades de *clientes x productos*, lo cual será clave de cara a dar la respuesta correcta a la pregunta que estamos estudiando.

Una primera aproximación a la respuesta consiste en sumar todos los elementos de cada una de las columnas, por ejemplo, para la columna 1:  $166+207+259=632$ . Esto significa que se vendieron en un mes 632 sofás y así sucesivamente para el resto de las columnas. Es entonces cuando consideramos apropiado introducir la *multiplicación de matrices* y las definiciones de *matriz columna* y *matriz fila*. Inevitablemente la EBP no nos permite desprendernos del rigor matemático en cuanto al tema de definiciones, esto quiere decir que en algún momento tenemos que abordar la definición o las definiciones de los objetos matemáticos que se necesiten o que se estén estudiando.

Entonces aquí se hace un paréntesis en la discusión del problema para definir y realizar algunos ejemplos sobre *multiplicación de matrices*. Más aún, se define *matriz fila* y *matriz columna* y se realizan ejemplos de multiplicación tanto de matriz fila como de matriz columna por una matriz cualquiera. Posterior a la discusión antes descrita se retoma la pregunta (b) del problema, de modo que el producto

$$U_p = (1 \ 1 \ 1)_{(1 \times 3)} \times T_{(3 \times 4)} = (1 \ 1 \ 1)_{(1 \times 3)} \times \begin{pmatrix} 166 & 135 & 113 & 91 \\ 207 & 262 & 236 & 87 \\ 259 & 231 & 177 & 123 \end{pmatrix}_{(3 \times 4)} = (632 \ 628 \ 526 \ 301)_{(1 \times 4)}$$

representa las *unidades totales producidas y vendidas por tipo de producto*, esto quiere decir que si relacionamos el *orden* de esta matriz  $U_p$  con lo que ésta representa, tenemos (*total de unidades x tipo de productos*).

- En este caso recurrimos al MatLab para explicar el producto de matrices antes señalado y dejar claro lo potente que resulta en este caso este software en operaciones matriciales que ya exigen mayor cálculo.

Ahora toca discutir la pregunta (c), donde se pide calcular los *costos totales de fabricación de las unidades vendidas*, En el *contexto económico* esto es el producto de *unidades vendidas* por los *costos de fabricación*. Así retomamos el enunciado del problema y se les pide a los estudiantes escribir una matriz identificada con la letra  $F$  que contenga los datos relacionados con los costos de fabricación por unidad y tipo de producto. Veamos que la matriz  $F$  se puede escribir como una matriz fila o como una matriz columna. A fin de retomar el concepto de *matriz traspuesta*, procuramos que la matriz  $F$  sea escrita como una matriz fila, es decir,

$$F = (80 \ 60 \ 100 \ 40)_{(1 \times 4)}$$

Como señalamos en el párrafo anterior, el producto de *unidades vendidas* por los *costos de fabricación* responde a la pregunta (c). Es decir, por medio de los productos  $(U_p)_{(1 \times 4)} \times (F)_{(1 \times 4)}$  o  $(F)_{(1 \times 4)} \times (U_p)_{(1 \times 4)}$ . Pero claro está que ninguno de estos productos es posible realizar, pues el número de columnas de la primera matriz no es igual al número de filas de la segunda. De esta manera generamos la necesidad de recurrir a la *matriz traspuesta*, definida en la parte (a).

Por ejemplo, si calculamos la traspuesta de  $F$ , denotada por  $F'$ , tenemos que

$$F' = \begin{pmatrix} 80 \\ 60 \\ 100 \\ 40 \end{pmatrix}_{(4 \times 1)}$$

De esta manera, podemos calcular tanto  $(U_p)_{(1 \times 4)} \times (F')_{(4 \times 1)}$  como  $(F')_{(4 \times 1)} \times (U_p)_{(1 \times 4)}$ . Si observamos con detalle, ambos productos son posibles, en el primer caso obtenemos una matriz (1x1), mientras que en el segundo producto nos resulta una matriz (4x4), Aun así, la pregunta que planteamos aquí es la siguiente: ¿Desde el punto de vista económico, ambos productos responden a nuestra pregunta? Más aún, ¿el hecho de que matemáticamente ambos productos son posibles,

los mismos tienen sentido en el contexto económico? Antes de dar respuesta a estas dos preguntas calculemos  $C_f = (U_p)_{(1 \times 4)} \times (F')_{(4 \times 1)}$  y  $\tilde{C}_f = (F')_{(4 \times 1)} \times (U_p)_{(1 \times 4)}$ . Así,

$$C_f = (632 \quad 628 \quad 526 \quad 301)_{(1 \times 4)} \times \begin{pmatrix} 80 \\ 60 \\ 100 \\ 40 \end{pmatrix}_{(4 \times 1)} = 152880$$

Mientras que

$$\tilde{C}_f = \begin{pmatrix} 80 \\ 60 \\ 100 \\ 40 \end{pmatrix}_{(4 \times 1)} \times (632 \quad 628 \quad 526 \quad 301)_{(1 \times 4)} = \begin{pmatrix} 50560 & 50240 & 42080 & 24080 \\ 37920 & 37680 & 31560 & 18060 \\ 63200 & 62800 & 52600 & 30100 \\ 25280 & 25120 & 21040 & 12040 \end{pmatrix}_{(4 \times 4)}$$

El primer resultado,  $C_f = 152880$ , indica los *costos totales de fabricación de las unidades vendidas*, con lo cual este producto tiene sentido desde el punto de vista matemático y económico, mientras que el resultado de  $\begin{pmatrix} \tilde{C}_f \\ \end{pmatrix}_{(4 \times 4)}$  tiene sentido desde el punto de vista matemático pero *no desde el económico*.

Este resultado también muestra que el *producto de matrices no es conmutativo*.

- Aquí nos valemos del MatLab para plantear los dos productos que se muestran arriba y discutir la diferencia tanto matemática como económica que suponen en materia de interpretación.

### Referencias y Bibliografía

- Bridges, E. & Hallinger, P. (1992). *Problem based learning for administrator*. Oregon: ERIC Clearinghouse on Educational Management. University of Oregon.
- Cámara, A. (2000). Aportaciones de la matemática a la metodología económica. *Psicothema*. 12(2). 103-107.
- García, L., Moreno, M. & Azcárate, C. (2006a). *Reflexiones sobre una propuesta didáctica para la enseñanza del cálculo en carreras de ciencias económicas y empresariales*. Memorias del 4º Congreso Internacional de Docència Universitària i Innovació (IV CIDUI). Barcelona: Universitat Politècnica de Catalunya.

García, L., Moreno, M. & Azcárate, C. (2006b). EBP como metodología activa para la enseñanza del cálculo diferencial. Discusión y reflexión sobre algunos problemas de cálculo en las ciencias económicas. *Revista RECTA*. Actas 14(1). Recuperado el 10 de noviembre de 2006 de <http://www.uv.es/asepuma/XIV/comunica/19NUEVO.PDF>

García, L. (2009). *Un estudio sobre el Conocimiento Didáctico del Contenido (CDC) de profesores de matemáticas que enseñan cálculo diferencial a estudiantes de ciencias económicas. La Enseñanza Basada en Problemas (EBP) como estrategia metodológica y didáctica*. Tesis Doctoral. Barcelona. Universidad de Barcelona.

Gijselaers, W. (1995). Perspectives on problem-based learning. En Gijselaers, W., Tempelaar, D., Keizer, P., Blommaert, J., Bernard, E. & Kasper, E. (Eds.) *Educational innovation in economics and business administration: the case of problem-based learning*. Netherlands: Kluwer Academic Publishers. 39-52.

Kleiman, E. & Kleiman, A. (2004). *Matrices .Aplicaciones matemáticas en economía y administración*. México. Limusa.

Morales, P. y Landa, V. (2004). Aprendizaje basado en problemas. *Theoria*. 13. 145-157.

# Enseñanza de la Matemática Asistida por Computadora: Una Realidad o un Mito

Dr. Norma Noguera<sup>1</sup>

M.Sc. Gina Chaves<sup>2</sup>

M.Sc. Wendy Chaves<sup>3</sup>

## Resumen

Esta será una conferencia magistral interactiva donde la audiencia tendrá la oportunidad de observar vía Internet desde los Estados Unidos dos clases de matemática: una de algebra I y otra de algebra II donde los estudiantes usan la computadora como una herramienta para facilitar el aprendizaje de la matemática. Estos son estudiantes de una escuela pública bajo la administración de las escuelas Charter. Los estudiantes son de clase económica baja y la escuela es nueva, este es su primer año de operación y se ofrecen 9, 10, y 11 año. El colegio les provee las computadoras y el software. La audiencia tendrá un espacio para hacer preguntas a los estudiantes así como a las profesoras acerca de la clase. Además la audiencia podrá preguntar acerca de los beneficios y problemas que ellos están enfrentando al usar esta tecnología en el aula. La Dr. Noguera dirigirá la sesión de preguntas y respuestas desde Costa Rica.

## Antecedentes Históricos

El creciente fracaso que los estudiantes de secundaria están experimentando en los cursos de matemática, así como el impresionante desarrollo tecnológico de los últimos años han promovido un elevado interés tanto de la sociedad como de la comunidad educativa en general acerca de la importancia de integrar la tecnología y la enseñanza de la matemática, en la educación secundaria.

Una posible causa de este fracaso en los estudiantes al aprender matemática puede ser la forma en que la matemática esta siendo enseñada en las escuelas y colegios; esta forma corresponde a las mismas prácticas educativas que se usaron a inicios del siglo XX, prácticamente nada ha cambiado. Sin embargo los estudiantes del siglo XXI desde muy pequeños están familiarizados con tecnologías que hace solo diez años parecían imposibles de obtener en nuestros hogares o en nuestras aulas. Podríamos decir sin temor a equivocarnos que actualmente es casi imposible para una persona joven pasar 24 horas sin interactuar con algún tipo de tecnología.

Existe entonces un desfase entre lo que ocurre en la vida real y el conocimiento matemático

---

<sup>1</sup> California State University, Long Beach. [nnoguera@csulb.edu](mailto:nnoguera@csulb.edu) USA

<sup>2</sup> Alliance Technology and Math Science High School (ATAMS) [Gchaves@laalliance.org](mailto:Gchaves@laalliance.org)

<sup>3</sup> Alliance Technology and Math Science High School (ATAMS) [Wchaves@laalliance.org](mailto:Wchaves@laalliance.org)

que le estamos impartiendo a los estudiantes en la escuela primaria y secundaria. Por otro lado es importante destacar que el conocimiento del profesor acerca del uso de tecnología en general es fácilmente superado por los alumnos. Una forma de solventar esta disparidad es cambiando el curriculum de los programas universitarios que involucren la preparación de profesores de matemática, así como cursos de desarrollo profesional que incluyan la integración de tecnología en la clase de matemática para los profesores en servicio. De esta manera los profesores de matemática recibirán la preparación adecuada para que puedan implementar en una forma apropiada y creativa el uso de éstas tecnologías en sus clases con sus futuros estudiantes. Es importante tomar en cuenta también que las experiencias personales de los profesores, su conocimiento de la materia, sus creencias y sus actitudes hacia la matemática y la tecnología en general van a jugar un papel muy importante a la hora que van a enseñar matemática asistida con tecnología. (NCTM “National Council of Teachers of Matemática”).

### **Antecedentes Teóricos**

El campo de la Didáctica de la Matemática ha crecido últimamente y muchos investigadores están tratando de renovar la pedagogía de la enseñanza de la matemática para ajustarla a los cambios tecnológicos de la actualidad. En esta búsqueda de nuevas estrategias para facilitar el aprendizaje y la enseñanza de la matemática, la tecnología juega un papel muy importante para motivar a los estudiantes a aprender matemática.

Así como a crear un ambiente en el aula en el que ellos puedan resolver problemas matemáticos usando su creatividad y a la vez disfrutando y sintiéndose seguros en la clase de matemática.

Es necesario que estos ambientes de aprendizaje incluyan el uso tecnologías tales como computadoras con el adecuado software y calculadoras con capacidades mayores que las de construir gráficos como “Computer Algebra System” (CAS).

Un grupo de estudiantes en una clase de matemática en USA usando computadoras



## **Problemas que se pueden presentar al usar tecnología en el aula**

1) Los educadores deben enfatizar en sus respectivas aulas el uso apropiado de las computadoras y las calculadoras. El mal uso o el uso inapropiado de estas tecnologías es algo que se puede dar en los colegios. Es trabajo del profesor encontrar un balance en los temas que va a desarrollar usando tecnología y en los que los estudiantes tendrán que trabajar sin la ayuda de las diferentes tecnologías.

2) Uno de los mayores problemas que se pueden presentar es que los estudiantes se distraigan buscando otro tipo de información no relevante con el curriculum durante la lección (facebook, e-mail etc.). Esto se puede solventar de varias maneras por ejemplo dándole al profesor capacidad administrativa donde el puede conectar o desconectar la Internet de los estudiantes en el aula.

3) El profesor debe tener suficiente conocimiento del curriculum de la matemática en cada nivel (7-8-9 etc.) para poder tomar las decisiones adecuadas acerca de cuando usar la computadora y cuando dejar que los estudiantes trabajen resolviendo problemas sin usar tecnología.

Grupo de estudiantes en USA resolviendo problemas matemáticos sin computadoras



Estudiantes en USA terminando su tarea durante el recreo



### **Algunos beneficios del uso de la computadora en el aula**

- 1) El estudiante se motiva solo cuando sabe que va a tener la oportunidad de usar tecnología en el aula que tal vez no tiene en la casa. Así el miedo y la aversión por la matemática pasan a un segundo plano.
- 2) Muchos estudiantes con problemas de aprendizaje se pueden beneficiar a la hora de usar tecnología en la clase de matemática. Por ejemplo un estudiante con problemas para resolver sistemas de ecuaciones puede encontrar difícil resolver problemas de geometría analítica simplemente porque los sistemas de ecuaciones que se encuentra frecuentemente en geometría analítica. Aquí es donde la tecnología se vuelve indispensable para ayudar a estos estudiantes a superar sus debilidades.
- 3) Para estudiantes sobresalientes y con una gran capacidad de aprendizaje la tecnología es también una herramienta para que puedan desarrollar temas avanzados, temas que sin tener tecnología serían muy difícil de investigar para ellos.
- 4) Cuando los profesores no usamos tecnología estamos obligados a encontrar ejemplos que posean respuestas “bonitas” para que los estudiantes no pierdan mucho tiempo en complicados cálculos aritméticos.

### **Conclusión**

La pregunta que debemos hacernos es si este uso de la tecnología en la clase de matemática será posible en un país del tercer mundo como Costa Rica o solo es posible usar tecnología en la enseñanza de la matemática en países industrializados como Estados Unidos. La respuesta a esta pregunta la encontramos en cada uno de nosotros y en el apoyo que el Ministerio de Educación, Ministerio de Ciencia y Tecnología y otras entidades

gubernamentales le den a esta iniciativa.

Sabemos que existen muchos problemas que deben ser resueltos antes de tomar la decisión de usar tecnología en el aula tales como el factor monetario (para la compra de computadoras y del software), de espacio (donde serán colocadas), problemas de seguridad del equipo y de los estudiantes, pero sobre todo del tiempo que requerirían los profesores para aprender a enseñar matemática usando cualquier tipo de tecnología. Sin embargo tomando en cuenta el avance tecnológico a nivel mundial y las necesidades de personal capacitado en matemática y tecnología para poder suplir las demandas de los empleadores es importante iniciar estos cambios cuanto antes. De esta manera podemos brindar a nuestros estudiantes la posibilidad de estar capacitados cuando compitan en el mundo de los negocios por puestos de trabajo y así demostramos a nosotros mismos que el uso de tecnologías en el aula de matemática de las escuelas secundarias es una **Realidad** y no un **Mito**.

### **Bibliografía:**

Demana, F. & Waits, B. K. (1990). The role of technology in teaching mathematics. Mathematics Teacher, 82(7), 546-550.

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). Principles and Standards for School Mathematics. Reston, Va.: NCTM 2000.

Zbiek, R. M., Blume, G., & Smith, M. S. (Eds.) (2005). Assessing what students understand, know, and can do in mathematics, 2003-2004 yearbook of Pennsylvania Council of Teachers of Mathematics. University Park, PA: Pennsylvania Council of Teachers of Mathematics.

Fey, J. T., Cuoco, A., Kieran, C., McMullin, L., & Zbiek, R. M. (Eds.) (2003). Computer algebra systems in mathematics education. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

# Entornos informáticos: Su contribución en cursos nivelatorios de matemática para estudiantes de primer ingreso a la carrera de ingeniería industrial de la Universidad de Costa Rica

Silvia Arguedas Méndez<sup>1</sup>

Rebeca Coto Fernández<sup>2</sup>

## Resumen

El uso de los entornos informáticos en los procesos de educación superior, han generado interés en las comunidades científicas de la educación matemática. Desde hace seis años, la Escuela de Ingeniería Industrial de la Universidad de Costa Rica ejecuta proyectos de investigación relacionados con la educación matemática de su población estudiantil, en este contexto se han desarrollado diferentes actividades con el fin de medir cuánto aporta el uso de las TIC en la construcción de los conocimientos básicos requeridos por parte de los estudiantes de primer ingreso para aprobar con éxito su primer curso de Cálculo. En el 2010 se creó la primera versión de un tutorial bajo un formato de CD, el cual contiene teoría, ejercicios con sus respectivas soluciones, creado con el software Director. En el 2011 se generó un aula virtual básica como apoyo al curso de nivelación que se les brinda a los estudiantes de primer ingreso, ubicada en la plataforma MOODLE, administrada por la Unidad METICS de la Vicerrectoría de Docencia de la Universidad de Costa Rica.

Hasta este momento no se ha probado cuánto influye el uso de estos entornos informáticos en el aprendizaje de los contenidos básicos para el Cálculo, sin embargo esta ponencia da a conocer las experiencias resultantes como producto del diseño del tutorial y del aula virtual.

**Área temática:** Área de Software para Educación y Área de evaluación de software

### 1. Problema de Investigación

#### A. Limitación del problema.

Los y las estudiantes de primer ingreso a carreras de ingeniería, por un lado presentan deficiencias en contenidos temáticos del área de matemática, que son básicos para lograr un buen desempeño y aprobación en el primer curso de Cálculo que matriculan; por otro lado, es necesario crear conciencia en estos estudiantes sobre las competencias emocionales que les permitirán continuar con los otros cursos de matemática y llegar a aprobarlos a la primera vez.

Las deficiencias cognitivas que traen estos estudiantes, son determinadas a través de los resultados obtenidos con la prueba de diagnóstico que les es aplicada por la Escuela de Matemática de la Universidad de Costa Rica. Al reconocer cuáles son las deficiencias para cada estudiante, es necesario ofrecer algún tipo de nivelación de contenidos que les permita matricular el curso de MA-1001, y contar con la certeza de poder aprobar el primer curso de cálculo.

#### B. Justificación del problema.

---

<sup>1</sup>Universidad de Costa Rica. Correo: [smarguedas@gmail.com](mailto:smarguedas@gmail.com)

<sup>2</sup>Universidad de Costa Rica. Correo: [racoto@gmail.com](mailto:racoto@gmail.com)

Al inicio de cada año se analizan las bases matemáticas que poseen los estudiantes de primer ingreso admitidos a la carrera de Ingeniería Industrial, complementándose con el proceso de inducción al cálculo, posteriormente con el seguimiento y control del rendimiento académico por estudiante, obteniendo como resultado que alrededor del 72% de los estudiantes de primer ingreso matriculados en el curso de MA-1001, aprueben el curso a la primera vez.

En los dos últimos años, se han desarrollado diferentes tipos de actividades que les permita a los estudiantes fortalecer sus bases matemáticas con ayuda de recursos tecnológicos, tales como tutoriales y diseño de aulas virtuales, los cuales pueden llegar a facilitar el proceso de aprendizaje. En los resúmenes del VI Congreso Iberoamericano de Educación Matemática, realizado en Enero del 2009, Puerto Montt, Chile, Universidad de los Lagos, en los resultados de la comunicación “Diseño de Evaluaciones en Matemática incorporando nuevas tecnologías”, de la autora MSc. Yolanda Gil, Universidad Nacional de San Juan-Argentina, considera que la evaluación utilizando recursos informáticos motiva a los estudiantes en el aprendizaje de la matemática, permite una visión general de su actuación más allá del desempeño en una evaluación tradicional, asimismo señala que la autocorrección con algún software les permite afianzar los conceptos utilizados, es decir, se mejora y agiliza el aprendizaje y se logra un mayor entusiasmo en la tarea que realizan.

En este mismo Congreso, el profesor Edinsson Fernández Mosquera, en su comunicación “La Gestión del Profesor de Matemáticas en un Ambiente de Aprendizaje Computacional mediado por Moodle y el Cabri Géometre”, considera que los cursos virtuales, permiten el acceso a otro medio de comunicación que trasciende las limitaciones del tiempo de las clases presenciales y que generan un ambiente de aprendizaje que favorece los procesos de razonamiento, resolución de problemas. Considera que las diversas funcionalidades que se disponen en la plataforma MOODLE promueven la participación de los estudiantes, las respuestas y discusiones de los estudiantes en un curso virtual trascienden a las clases presenciales.

La National Council of Teachers o Mathematic (NCTM) es la asociación de profesores de matemática de EE.UU., publicó en sus documentos llamados Principios y estándares para la Educación Matemática lo siguiente: “Las calculadoras y los ordenadores, son herramientas esenciales para enseñar, aprender y hacer matemáticas. Proporcionan imágenes visuales de ideas matemáticas, facilitan la organización y el análisis de datos y hacen cálculos con eficacia y exactitud, pueden apoyar la investigación de los estudiantes en cada área temática, incluyendo geometría, estadística, álgebra, medida y números. Cuando disponen de estas herramientas

tecnológicas, los alumnos pueden centrar su atención en tomar decisiones, reflexionar, razonar y resolver problemas. Con un uso apropiado de la tecnología, y con el uso de las TIC, se pretende probar que los estudiantes pueden desarrollar competencias matemáticas; la tecnología no debería utilizarse como sustituto de los conocimientos e intuiciones básicos, sino que puede y debería usarse para potenciarlos. En los programas de enseñanza de las matemáticas, la tecnología debería utilizarse, amplia y responsablemente, con el objetivo de enriquecer el aprendizaje.”

## **2. Marco Conceptual**

En el 2010 se diseñó un tutorial con el software de Macromedia Director, considerando sus propiedades de mediación didáctica y multimedia.

¿Por qué Macromedia Director MX 2004 para la creación de un tutorial?

De acuerdo con el sitio oficial de Macromedia: Adobe Systems Incorporated (2009), en enero de 2004 se anuncia Macromedia Director MX 2004, la última versión de la herramienta de autor multimedia estándar. Desde entonces Macromedia Director ha estado al frente del desarrollo multimedia durante más de una década, y esta última versión añade soporte para JavaScript, contenido de Flash MX y vídeo DVD, además de contar con la capacidad para crear archivos de proyectores para las plataformas de Mac y de Windows en forma sencilla. Macromedia Director MX 2004 permite a los desarrolladores exponer toda su creatividad y construir experiencias interactivas y dinámicas que contribuyen con los resultados que se buscan obtener a nivel didáctico.

En resumen la variabilidad y oferta que Macromedia Director MX 2004 ofrece dentro de entornos didácticos hizo posible su elección para la creación de un tutorial pues su lenguaje y aplicaciones lograban satisfacer los objetivos del proyecto, así como las aspiraciones del mismo, incluso la inserción de herramientas que facilitarían el acceso para estudiantes con discapacidad auditiva o visual. Además el uso de su lenguaje de programación dispone la capacidad para responder rápidamente a los cambios en los requisitos de trabajo, reducir el desarrollo complejo y desplegar aplicaciones o herramientas interactivas.

La programación directa utilizando JavaScript o Lingo, o bien una combinación de ambos lenguajes permite que el contenido se pueda publicar tanto en Macintosh como Windows y en línea a través de diferentes plataformas, en un sencillo paso. Como es el caso de la plataforma Moodle utilizada por la Universidad de Costa Rica en la cual el tutorial fue probado y utilizado en el presente año por los estudiantes que llevaron el curso introductorio. Cabe mencionar que durante el periodo de prueba el tutorial fue utilizado desde un CD (como un proyecto piloto).

¿Por qué utilizar un tutorial multimedia y no material impreso?

Utilizar un tutorial multimedia es una plataforma innovadora que permite a los usuarios realizar ciertas tareas con nuevas oportunidades de trabajo y acceso a la nueva tecnología. Se puede definir como un medio innovador donde el uso de una computadora en conjunto con la metodología tradicional, crean una nueva forma de expresión, un nuevo lenguaje que se construye basado en la experiencia obtenida a través de la interacción con los medios tecnológicos generando nuevas destrezas al aprender a usarlo.

Desde el punto de vista didáctico el proyecto cambió su metodología inicial de que los estudiantes del curso introductorio utilizarán un libro de texto impreso y éste fue reemplazado por el uso de un tutorial multimedia que sigue la secuencia del texto original, busca reducir gastos y contribuir al ambiente disminuyendo el uso de papel. Además desde el punto de vista pedagógico y didáctico los materiales impresos pueden complementarse con material multimedia que faciliten los procesos de enseñanza-aprendizaje.

### ***Etapas para la creación del tutorial***

#### **1. Etapa de planificación**

Determinar las capacidades a lograr así como las características de los estudiantes tales como: conocimientos previos, nivel de comprensión de lenguaje, interés y dificultades en la materia del curso introductorio que requiere aplicación de conocimientos en los cursos posteriores a lo largo de la carrera. Se determina la estructura general, las características físicas y didácticas que integran el tutorial, el número de ejemplares requerido, la forma y

circunstancias en que será utilizado durante el proceso de aprendizaje. Se establece la metodología del trabajo, el cronograma, los recursos y facilidades necesarias para elaborar el material multimedia.

## 2. Etapa de diseño del material

Planificación del “esquema” de trabajo necesario para determinar la estructura y organización interna, así como la secuencia y la ubicación de los contenidos. Además en esta etapa se realizó la selección de actividades y ayudas didácticas a utilizar incluyendo las instrucciones.

## 3. Etapa de desarrollo

Se ejecuta lo previsto en el diseño y se van realizando las pruebas y revisiones periódicas de funcionalidad y los reajustes necesarios. Esta etapa culmina con la presentación del modelo tutorial listo para su reproducción en el número de ejemplares previsto en el que están totalmente definidos la forma y el contenido.

## 4. Etapa de ejecución

En esta etapa se ubica el proceso de crear una clase laboratorio utilizando el tutorial para los y las estudiantes del curso introductorio.

## 5. Etapa de mejoras y proyección

En esta etapa el proyecto toma a consideración la evaluación realizada por los estudiantes al final del curso, donde las sugerencias y recomendaciones serán aplicadas a las mejoras del tutorial. También aquí ubicamos la proyección del proyecto y del material multimedia hacia una plataforma virtual como lo fue la utilización de la plataforma Moodle que utiliza la Universidad de Costa Rica.

En el 2011, se diseñó un aula virtual como apoyo al curso de nivelación denominado “Introducción a las Matemáticas Universitarias”, bajo un diseño básico de aula virtual, la cual ofrece al estudiante un entorno informático flexible que contiene el programa, correo

interno, pruebas cortas, materiales didácticos (entre ellos el tutorial), enlaces a sitios de internet previamente analizados, tareas cortas y el desarrollo de foros entre otras actividades. Cabe señalar que el tutorial se está rediseñando, así como el aula virtual, respondiendo a las inquietudes de los y las estudiantes manifestadas en las evaluaciones del curso.

### **3. Metodología**

#### ***3.1 Participantes en la investigación***

Para la realización del proyecto se trabajó con los y las estudiantes de primer ingreso de la carrera de Ingeniería Industrial, conformado por 85 estudiantes aproximadamente, los cuales reciben a través del proyecto la orientación y las bases necesarias para enfrentar el proceso académico matemático establecido en su plan de estudios. El coordinador del proyecto es el investigador principal, cuenta con el apoyo de la administración de la Escuela de Ingeniería Industrial de la Universidad de Costa Rica y con el apoyo de cinco profesores que colaboran con los cursos de Apoyo.

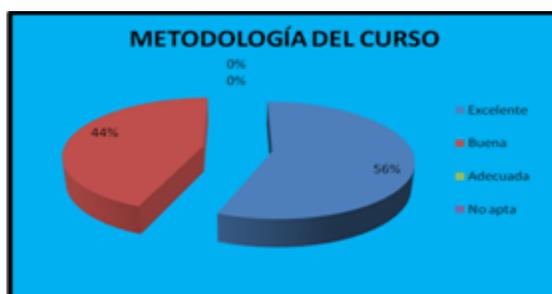
#### ***3.2 Instrumentos de recolección de datos y procedimiento de trabajo***

La técnica utilizada para la recolección y análisis de los datos consistió en la elaboración de una encuesta por parte de los investigadores, cuyo interés se centraba en recopilar información de estudiantes que llevaron el curso introductorio: “Introducción a la matemáticas universitarias”, y determinar las utilidades o ventajas que podían obtener a partir de la utilización de entornos informáticos dentro del curso; además del uso de un tutorial como una innovadora metodología de enseñanza y aprendizaje.

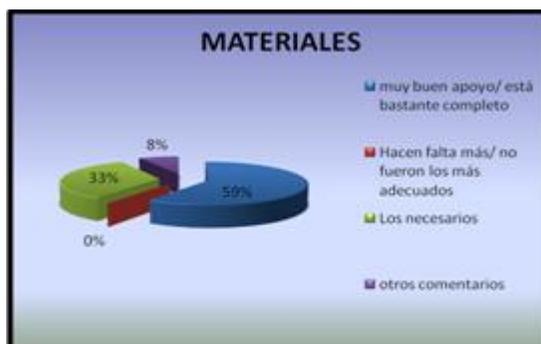
### **4. Análisis de resultados**

Estos resultados se obtuvieron de acuerdo con las evaluaciones realizadas en el 2010 por los estudiantes que realizaron la prueba académica final del curso introductorio, la evaluación es realizada a través de una encuesta. Entre los aspectos que evalúan se encuentran la prueba de diagnóstico realizada por la Escuela de Matemática y la cual es utilizada como referencia en los estudiantes de primer ingreso de la carrera de Ingeniería Industrial que deberán llevar el curso de Introducción a las matemáticas universitarias. Otro aspecto que se evalúa son las metodologías y herramientas didácticas utilizadas a lo largo del curso y finalmente la encuesta ofrece preguntas abiertas para que el o la estudiante brinde sus comentarios o recomendaciones al proyecto.

A continuación se mostrarán algunos de los resultados obtenidos en esta evaluación y que conciernen a esta propuesta.



De las opciones ofrecidas al estudiante un 44% considera que el uso de la metodología del curso es buena y un 56% lo considera excelente.



En esta pregunta de los estudiantes encuestados 59% respondieron que los materiales eran un muy buen apoyo y lo suficientemente completos. El otro porcentaje significativo 33% considera que los materiales eran los necesarios para el desarrollo del curso.



El 50% de los estudiantes considera que el programa del curso es excelente y un 29% dio comentarios muy positivos sobre la estructura, metodología y profesor(a) del curso.



Sobre el horario y la duración del curso 54% de los estudiantes opinaron que era muy adecuado y el otro porcentaje de importancia consideran que sería mejor si se amplía la duración del curso. Y el 18% dieron otros comentarios relacionados a la ampliación del horario del curso.



En la pregunta sobre la valoración del curso 96% de los estudiantes opinaron que es excelente.



En relación a la última pregunta sobre sugerencias o aspectos a mejorar en el curso, se observa que el 16% de los y las estudiantes manifiestan que se deben ampliar algunos temas del curso como funciones y trigonometría, 28% aportaron comentarios para mejorar la parte visual del tutorial (evaluado en su etapa de prueba), 40% no aportaron ningún comentario o aprobaron las herramientas tecnológicas utilizadas para el curso, 4% comentó que sería importante mantener contacto con el (la) profesor(a) del curso a través de correo electrónico o por algún medio de

Internet, otro 4% opina que el tutorial debe ofrecer la opción de “imprimir” en caso de querer utilizarlo de forma impresa y finalmente un 8% sugiere utilizar más materiales u otros software para reforzar la interacción del curso.

## **5. Conclusiones y Recomendaciones**

Se ha observado que los y las estudiantes no tienen claro cómo utilizar los entornos informáticos como apoyo a sus labores académicas relacionadas con el aprendizaje de la matemática, se está en un periodo de acomodamiento y se espera probar que el uso de estos y otros entornos informáticos sí contribuyen con los procesos de enseñanza y aprendizaje en cursos nivelatorios para una matemática universitaria, desde la perspectiva de los y las estudiantes.

Actualmente se está implementando el editor LATEX, el tutorial se rediseñará tomando como base este editor, el cual es un software que permite una escritura matemática más clara y es flexible dentro de la plataforma virtual.

## **6. Referencia bibliográfica**

Demana, Franklin D. y cols. (2007). Precálculo, Gráfico, numérico, algebraico. Séptima edición. Pearson Educación, México.

Raymond, A., Michael, R. y Karl, E. (2000). Precálculo: Funciones y gráficas. Cuarta edición, MC. Graw Hill. México.

Steward, J., Redlin, L. y Watson, S. (2001) Precálculo. Tercera edición. Thomson. México.

Sitio Oficial de Adobe Systems Incorporated (2009): Director Macromedia MX 2004. Recuperado el 13 de setiembre del 2011 de <http://www.adobe.com/support/documentation/en/director/mx2004/releasenotes.htm>

VI CIBEM (2009). VI Congreso Iberoamericano de Educación Matemática (CIBEM), Puerto Montt, Chile, Enero.

# Estudio de la Lección basado en la resolución de problemas: modelo japonés de formación continua.

María Alejandra **Chacón** Fonseca<sup>1</sup>

## Resumen

El Estudio de Lección se ha constituido en una metodología que permite al docente aprender y realimentar sobre el ejercicio de su profesión, en este sentido contribuye a la formación pedagógica continua del profesional en educación. Actualmente el Estudio de Lección centra su atención en los procesos de matematización y resolución de problemas mediante el enfoque abierto, métodos de discusión y para descubrir problemas. Se plantean líneas de acción para la introducción del Estudio de la Lección en el Sistema Educativo Costarricense, con sus requerimientos, limitaciones y recomendaciones.

**Palabras clave:** formación continua, Estudio de Lección, resolución de problemas, enfoque abierto, educación matemática.

## Introducción

La educación se ha considerado como parte de un proceso social en donde el currículo educativo cumple un papel de socializador del ser humano luego, constituye a su vez un fenómeno social, gracias al producto de la interactividad de sus distintos factores como lo son las políticas del Estado, demandas educativas de la sociedad, el nivel cultural, social y económico de la nación así como el nivel de desarrollo del país.

El objetivo primordial de la educación tanto en el nivel social como en el cultural pretende que sus ciudadanos adquieran capacitación social y política de los habitantes; en este sentido, el docente debe conocer la problemática de la sociedad en que está inmerso.

El currículo educativo centra sus objetivos en las funciones sociales e individuales de los estudiantes, así como en las necesidades, intereses y oportunidades de la comunidad y estado-nación en la que se desenvuelve el estudiante; en éste sentido “Ningún fenómeno es indiferente al contexto en el que se produce y el curriculum se imbrica en contextos que se solapan e integran unos en otros, que son los que le dan el significado a las experiencias curriculares que obtienen los que participan en ellas” (Gimeno, 1998, p. 22). Por lo que docente que elabora el planeamiento (nivel micro), debe tomar lasprevisiones necesarias en relación a la forma con que se van a enfocar y desenvolver los elementos que conforman la propuesta educativa, para propiciar niveles de aprendizaje significativo a sus estudiantes, una inserción correcta a la cultura sistematizada, y de valores y actitudes oportunas para su madurez personal y social.

El docente es considerado el responsable de generar situaciones de aprendizaje, que le permitan al estudiante interactuar con la matemática y con otros estudiantes, en donde se realice análisis

---

<sup>1</sup>Universidad Estatal a Distancia, Costa Rica. Correo: mchacon@uned.ac.cr

alrededor de las distintas situaciones considerando las limitaciones, restricciones, pero sobre todo las potencialidades. En este sentido se analiza el Estudio de la Lección, como un elemento integrador de la enseñanza matemática que se ha implementado en Japón con resultados de alto rendimiento académico. (Chacón, 2011, p.4).

El Estudio de la Lección desde una perspectiva teórica debe entenderse como la investigación sobre la práctica, en donde el crecimiento profesional del docente inicia con preguntas que ellos y el medio les plantea. Es así como inicia el proceso de investigación, innovación y formación continua dirigido por los mismos profesores que se comunican y reflexionan sobre sus prácticas educativas jugando un papel de investigador en la acción, con un amplio nivel de autonomía y creatividad para atender problemáticas propias de su entorno. Esta práctica denominada Estudio de la Lección es investigación que le permite a los docentes formarse de manera constante en su quehacer profesional, cuestión que para varios autores (Hashimoto, Tsubota, e Ikeda, 2003; Lewis y Tsuchida, 1997; Stigler y Hiebert, 1999) explica el sostenido mejoramiento de la enseñanza de la matemática en Japón.

La experiencia, sin embargo, indica no sólo que la comunidad internacional ha estado observando con sumo interés el fenómeno japonés, sino que diversos países de Asia, África y América han estado intentando el Estudio de Clases con buen éxito, y que en Oceanía se encuentran iniciativas parecidas (Isoda, Arcabi y Mena, 2007, p.16).

Mediante estos procesos reflexivos también desarrolla nuevos patrones de pensamiento para abordar la complejidad de la enseñanza, lo que le permite regresar a sus rutinas y considerar posibles alternativas de instrucción y el impacto que podrían causar en los estudiantes. (Even & Loewenberg, 2009, p.121).

El Estudio de la Lección consiste en tres etapas que se repiten según sea necesario, estas son: la preparación de la clase, la clase a investigar y las secciones de revisión de la clase.

En la **primera etapa** la preparación del “plan de clase” producto de la colaboración entre profesores. La clase japonesa se planifica siguiendo cinco etapas: 1) revisión de la clase anterior, 2) presentación de los problemas del día, 3) Trabajo individual o grupal de los alumnos, 4) discusión de los métodos de resolución, 5) Análisis por parte del docente y cierre del problema original (Isoda et al., 2007).

En la **segunda etapa** “la clase a investigar” el docente ejecuta su plan durante la lección, ésta es observada por una cantidad variable de profesores, instructores de universidades públicas, privadas, estudiantes en formación, miembros de la junta de educación correspondiente. Luego inicia la

**tercera etapa**, “revisión con los observadores”; el docente hace una breve explicación del propósito de la clase, sobre la base del plan distribuido de antemano, explica conceptos pedagógicos y características de los alumnos, además propósitos de cada problema o actividad realizada; luego cada participante según su experiencia pedagógica pregunta sobre los problemas desarrollados en clase, el papel formativo del profesor, experiencias y actividades de aprendizaje de los alumnos. El propósito es explorar maneras de mejorar la clase, analizando objetivos planteados, desarrollo de los planes, y lo que realmente sucedió en el aula. El proceso facilita el descubrimiento de nuevos problemas o temas que no se visualizan al inicio de la clase. Dependiendo de la situación, el docente puede revisar el plan de enseñanza, mejorar lo que sea necesario e implementarlo para el mejor logro de objetivos.

En el Estudio de la Lección el papel del docente varía constantemente según la etapa de la clase en que se encuentre, se pueden distinguir cuatro etapas claves durante la lección que son Hatsumon, Kikan – shido, Niriage, Matomo (Isoda et al., 2007, p.93).

Hatsumon: consiste en hacer una pregunta clave para atraer el pensamiento del alumno. El profesor puede hacer una pregunta para probar o promover la comprensión.

Kikan-shido: El profesor camina por toda la clase evaluando el proceso de resolución de problemas de los alumnos, toma nota mental de alumnos que abordan el problema de manera esperada, de otra forma interesante, para que posteriormente los alumnos lo presenten al grupo. El docente debe decidir que método de solución hará que los alumnos presenten de primero y como puede dirigir la discusión hacia una integración de ideas de los alumnos.

Neriage: El papel del docente es guiar la discusión hacia una idea integrada. Durante la discusión cada método de solución es rotulado con el nombre del alumno que lo propone, esta técnica es fundamental para asegurar la propiedad del alumno que lo presenta. En cuanto al uso de la pizarra (Bansho) el docente trata de mantener escrito todos los métodos propuestos pues para el alumno es más fácil comparar varios métodos de forma simultánea, y para el profesor es un registro de lo que ha sucedido durante toda la clase lo que le facilita desarrollar el cierre de la misma.

Matome: El docente revisa brevemente lo que los alumnos han discutido y recapitula lo aprendido en términos matemáticos.

En el Estudio de la Lección la evaluación es considerada como actividades educativas que tienen el propósito de ayudar a los profesores a mejorar sus clases y permite al alumno reflexionar sobre su aprendizaje y al docente de su enseñanza; ambos mejoran y examinan su desempeño.

El Estudio de la Lección implica la incorporación de un pensamiento proactivo en una enseñanza basada en contenidos. También se requiere de trabajo en equipo y de criterio profesional. Desarrollar en los docentes un carácter bien formado, que sean capaces de aprender y pensar por su cuenta, de tomar decisiones, de actuar en forma independiente, de resolver problemas, de colaborar y de ser sensibles con los demás.

En este sentido la resolución de problemas no debe ser considerada como un nuevo contenido a añadir al currículo de matemática, más bien "...esta actividad es uno de los vehículos esenciales del aprendizaje de las matemáticas, además de una fuente de motivación intrínseca hacia la misma, ya que permite contextualizar y personalizar los conocimientos." (Godino, 2002, p.3).

En el ámbito educativo debemos entender "problema" como una situación en la que la persona está motivada para alcanzar una meta, sin embargo su logro está bloqueada por uno o varios obstáculos.

Sarramona (2008), plantea como tarea en la resolución de problema hallar la solución al problema en cuestión, de forma tal que se descubra el modo de superar los obstáculos que interfieren entre el sistema y la meta.

Resolver problemas es trabajar en el logro de nuevas respuestas a problemas o situaciones y no la simple aplicación de procesos, estrategias previamente aprendidas.

Entre las estrategias para resolver problemas se encuentra el Método de Discusión y el Método de Descubrir Problemas.

El Método de Discusión se emplea porque a veces una ideas que el estudiante no puede captar por sí mismo se aclara durante el proceso de discusión con compañeros o con el profesor, cabe resaltar que este proceso de discusión es constructivo, pues en el proceso de explicar detalladamente una idea a uno o varios compañeros, el estudiante se puede dar cuenta de sus propios errores y lograr una comprensión más profunda.

"La acción de "discutir algo" es la misma de confirmar las ideas propias y un medio efectivo para mejorar la capacidad de aprendizaje." (Isoda et al., 2007, p.130).

La clase basada en el Método de discusión tiene como propósito desarrollar las capacidades matemáticas y cultivar la parte humana.

"Para los niños de escuela primaria, el proceso de realizar nuevos descubrimientos y de vislumbrar reglas mientras comparten ideas con sus amigos es también esencial para aprender la importante práctica de cómo relacionarse con otros en la futura vida social." Isoda et al., 2007, p.130).

Cuando los estudiantes intentan explicar algo que comprenden, se ven en la necesidad de hacer uso de varias destrezas expresivas que la enseñanza de la matemática pretende fomentar como los son: explicar algo usando figuras, reformular ideas con palabras más simples, explicar algo dando ejemplos.

Es evidente que la enseñanza directa y formal de estos métodos no cultiva la habilidad de usarlos. Es el ansia de los niños de comunicar sus ideas a otros y su puesta en práctica lo que en realidad cultiva su expresividad y comunicatividad, que les serán tan útiles en el futuro.(Isoda et al., 2007, p.130).

El Método de Descubrir Problemas consiste en que los estudiantes identifiquen por sí mismos un problema por resolver que surge en el transcurso del aprendizaje. Una clase de este tipo tiene tres componentes que son: 1) actividad inicial, 2) descubrimiento de un problema por resolver y 3) solución del problema.

Es la Clase por descubrimiento el estudiante, aprende mediante sus propios esfuerzos e iniciativas, aprenden la matemática y también toman conciencia de la esencia de su propio proceso de aprendizaje.

La actividad inicial que emprenden los niños debe inducir un problema. Durante la etapa del diseño de la clase, el profesor elige la actividad inicial tratando de anticipar sus reacciones. Por lo tanto, el profesor debe organizar cada paso de la actividad para que los niños descubran un problema y busquen la manera de resolverlo. La clase basada en el método de descubrir problemas enfatiza la toma de conciencia de un problema por parte de los niños y por lo tanto presenta un desafío a la habilidad del profesor para conducirla. (Isoda et al., 2007, p.141).

El Método de Discusión y el Método de Descubrir Problemas. tienen como propósito la resolución de problemas y cumplen con los pasos de resolución de problemas.

Los Cuatro pasos para la resolución de problemas son:

1. Definir el problema.
2. Determinar una estrategia de solución.
3. Ejecutar la estrategia.
4. Evaluar la eficacia de la estrategia aplicada. (Sarramona, 2008, p 261)

La resolución de problemas se sitúa en el último nivel de aprendizaje de una escala de ocho en donde cada nivel de aprendizaje incluye el dominio de los niveles anteriores según Gagné (1970). (Sarramona, 2008)

1. Aprendizaje de señales
2. Aprendizaje de encadenamiento de estímulos – respuestas.
3. Encadenamiento de respuestas motoras.
4. Asociaciones verbales
5. Discriminación múltiple
6. Aprendizaje de conceptos
7. Aprendizaje de principios.
8. Resolución de Problemas.

Actualmente el Estudio de la Lección centra su atención en los procesos de matematización y resolución de problemas, mediante el enfoque abierto, por ejemplo: **procesos abiertos** los cuales consisten en plantear un problema que posea varias formas de solución; **finales abiertos** son problemas a los cuales se les puede otorgar varias respuestas, y **problemas abiertos** que son los que a partir de un problema dado van cambiando y desarrollándose (Isoda et al., 2007).

En los enfoques abiertos es fundamental el proceso, para que el estudiante pueda enfrentarse al problema y proponer alternativas de solución, las cuales discutirá con sus compañeros y con la guía del profesor elaborarán un constructo grupal, es necesario mencionar que el docente nunca indica la solución al problema, su papel consiste en plantear preguntas según la situación.

Dentro de la resolución de problemas el papel que desempeña el docente es fundamental, su experiencia se incrementa y aprende contantemente en la medida que pone en práctica la resolución de problema convirtiéndose en un experto, cabe mencionar en este contexto que la teoría de Expertos.

... se basa en la diferencia de actuación entre un experto o persona cualificada para resolver cierto tipo de problemas y el inexperto o novel que se inicia en el camino de tal cualificación. Las diferencias entre expertos y noveles no es de capacidades básicas, sino de conocimientos y modos de organizarlos. Por otro lado, el paso entre ambos extremos tiene una serie de gradaciones intermedias que matizan las diferencias: novel, principiante avanzado, competente, perito y experto. (Sarramona, 2008, p 267)

Esquema representativo del Estudio de la Lección basado en la resolución de problemas.

1. Preparar el Plan con colegas	Revisar la clase anterior Presentar el problema del día Trabajo individual a grupal de los alumnos Discusión del método de resolución Análisis por parte del docente y cierre del problema original.			
2. Clase a Investigar	<b>Estudio de Lección</b>	<b>Resolución de problemas</b>	<b>Método de Discusión</b>	<b>Método de Descubrimiento</b>
	Hatsumon(1,2): Hacer una pregunta clave para atraer el pensamiento del alumno.	Definir el problema	Definir el problema	Actividad Inicial.
	Kikan-Shido(3): Instrucción en el escritorio.	Determinar una estrategia de solución.	Discutir las posibles estrategias de solución	Descubrir el problema por resolver
	Niriage(4): Colaboración en la discusión.	Ejecutar la estrategia	Captar ideas Permite: descubrir los propios errores y mejora la capacidad de aprendizaje	Presentar el problema por resolver y su posible solución del problema
Matomo(5): Recapitular	Evaluar la eficacia de la estrategia utilizada	Recapitular y Evaluar	Evaluación	
3. Revisión con observadores	Se explica el propósito de la clase, conceptos pedagógicos y características de los alumnos, propósitos de cada problema o actividad realizada. Cada participante según su experiencia pedagógica pregunta sobre los problemas desarrollados en clase, el papel formativo del profesor, experiencias y actividades de aprendizaje de los alumnos. El propósito es explorar maneras de mejorar la clase, analizando objetivos planteados, desarrollo de los planes, y lo que realmente sucedió en el aula.			

**Figura 1.** Esquema representativo del Estudio de la Lección basado en la resolución de problemas.

La capacidad de pensar que cada sujeto posee está ligada a la inteligencia, es decir es el uso que cada individuo hace de su inteligencia, por lo que está directamente relacionado con el área del aprendizaje, “en donde el desarrollo cognitivo se consigue con dos tipos de aprendizajes: los directamente logrados por el sujeto y los mediados u obtenidos a través de la intervención de otros que los facilitan” .(Sarramona, 2008, p 269) El Estudio de la Lección permite compartir el conocimiento, y aprender unos de otros y aportar como investigadores al desarrollo de la educación

del país. Es una tarea que cada quien asume como propia. “El Centro de todo este esfuerzo es, por cierto y genuinamente, el niño que aprende.” (Isoda, 2007, p.18).

En la Figura 1 se presenta un esquema del Estudio de la Lección basado en la resolución de problemas.

### **Conclusiones**

- El docente es el responsable de generar situaciones de aprendizaje, en donde se realice análisis alrededor de las distintas situaciones considerando las limitaciones, restricciones, pero sobre todo las potencialidades.
- La pertinencia de introducir el Estudio de la Lección basada en la resolución de problemas , radica en que permite al docente mantenerse en formación continua.
- El departamento de matemática debe asumir un nuevo papel, que propicie el trabajo equipo y apoyo mutuo para lograr el mejoramiento continuo mediante la implementación de la Lección de Estudio.
- La Lección debe ser considerada como un laboratorio, en donde el docente investiga y evalúa en forma permanente.
- Las observaciones de Lección entre colegas deben darse y propiciarse de forma natural y positiva.
- Sólo la práctica, e implementación de la resolución de problemas puede hacer del docente un experto de conocimientos y modos de organizarlos.
- Para poder implementar la Lección de Estudio de forma exitosa a nivel nacional y fomentar enfoques abiertos en la resolución de problemas, se requiere de trabajo en equipo, por lo que esta condición debe estar presente en el profesional docente de matemática.
- Se requiere desarrollar un programa de formación continua para docentes en ejercicio para que puedan incorporar las metodologías de Estudio de la Lección y Resolución de Problemas y mejorar así su práctica docente.

En Costa Rica se presentan los siguientes limitaciones respecto al currículum: debido al exceso de contenido no se logra cubrir todo el plan de estudio durante las horas establecidas, no se reflejan las opiniones del personal docente, las necesidades, el interés, ni los problemas de la comunidad, lo que provoca que dicho plan esté alejado de la realidad de su entorno; situación generada por la falta de investigación, falta de datos por ausencia de distintas investigaciones educativas y de un mecanismo para reflejar la

opiniones del personal docente, así como la aplicación de un currículum uniforme e inflexible. (Chacón, 2011, p. 11)

- Existe resistencia al cambio. Se debe efectuar una serie de cambios significativos, iniciando desde primaria que es en donde se institucionaliza el sistema de normas y valores en relación a los saberes.

## **Bibliografía**

Barrantes, H. (2003). *Formación del profesorado en matemáticas en Costa Rica: Balance y Perspectivas*. Centro de Investigaciones Matemáticas y Meta-Matemáticas, Escuela de Matemática, Universidad de Costa Rica. ECEN, Universidad Estatal a Distancia.

Chacón, M. (2011). *Formación continua mediante el Estudio de la Lección: una propuesta para Costa Rica*. Brasil. CIAEM, 2011.

CRICED. (2006). (Center for Research on International Cooperation in Educational Development University of Tsukuba). *EDUCATIONAL SYSTEM & PRACTICE IN JAPAN*. University of Tsukuba JAPAN.

Even, R. & Loewenberg, D. (2009). *The profesional Education and Development of Teachers of Mathematics*. The 15th ICMI Study.

García, M. (2005). *La formación de profesores de matemáticas*. Un Campo de estudio y de preocupación. Educación Matemática, agosto, año/vol. 17, número 002. Santillana. Distrito Federal, México. pp.153-166.

Gimeno, J.(1995). *El currículum: Una reflexión sobre la práctica*. (Sétima Edición ed.). Madrid, España: Ediciones Morata.

Godino, J.(2002). *La formación matemática y didáctica de maestros como campo de acción e investigación para la didáctica de las matemáticas: EL PROYECTO EDUMAT-MAESTROS*. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada.

Hashimoto, Y., Tsubota, K., & Ikeda, T. (2003). *Ima naze jugyou kenkyuu ka (Now, why lesson study?)*. Tokyo: Toyokan.

Isoda, M. & Olfos, R. (2009). *Descripción y relevancia del Estudio de Clase*. CRICED, Unversidad de Tsukuba y PUCV, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso

Isoda, M., Arcabi A. & Mena, A. (2007). *El Estudio de Clases Japonés en MATEMÁTICAS*. Chile: Edicione Universitarias de Valparaíso de la Universidad Católica de Valparaíso.

- Isoda, M. & Murata, T. (2005). *Plan de Estudios (Currículum)*. CRICED, Japón, diciembre, 2005.
- Krauskopf, D. (1994). *Adolescencia y Educación* (Segunda ed.). San José: EUNED.
- Lewis, C., & Tsuchida, I.(1997). *Planned educational change in Japan: The shift to student-centered elementary science*. *Journal of Education Policy*, 12(5), p 313-331.
- Ruiz, A. (2004). *La organización en la universidad pública en Costa Rica*. Revista Educare, CIDE, Heredia, Costa Rica: Universidad Nacional.
- Sarramona, J. (2008). *Teoría de la Educación. Reflexión y normativa pedagógica*. Editorial Ariel, S. A. Barcelona, España.
- Stigler, J. W., & Hiebert, J. (1999). *The teaching gap: Best ideas from the world's teachers for improving education in the classroom*. New York: Summit Books.

# Experiencias en el área educativa sobre el trabajo con jóvenes que presentan problemas de drogadicción.

Cintha Araya Jiménez<sup>1</sup>

Lisseth Angulo Johnson<sup>2</sup>

Belissa Villalobos Solorzano<sup>3</sup>

## Resumen

Este documento tiene como objetivo compartir la información sobre el trato de estudiantes internados en los Hogares CREA a nivel académico. Se brinda una reseña de las instituciones, una contextualización del modelo educativo y de la problemática del uso y abuso de drogas, perfil de la población a nivel social y cognitivo. Además de compartir la experiencia en adecuaciones curriculares y recomendaciones sociales y académicas que se pueden implementar para la atención adecuada.

## Reseña Institucional

Los Hogares CREA son una institución no gubernamental sin fines de lucro, cuyo objetivo es la rehabilitación de personas con adicción a sustancias ilícitas.

En Costa Rica, existen cuatro Hogares dedicados a la atención de menores de edad: en Birrisito de Paraíso de Cartago, en Siquirres y en Heredia, estos atienden a la población masculina, y el Hogar CREA de niñas ubicado en Paraíso.

A raíz de la necesidad de brindarle la oportunidad de continuar con sus estudios, en el 2008 se da la apertura de tres Telesecundarias para atender esta población y un CINDEA en Siquirres.

Actualmente se atienden en las tres Telesecundarias un promedio de 60 jóvenes con edades entre los 12 y 17 años.

## Modelo educativo.

El Modelo educativo que se desarrolla con apoyo de videos, mejor conocido como Telesecundaria nació en México y fue adoptado en nuestro país en 1997, Procurando la educación a personas de zonas rurales, de difícil acceso, en la que no fuera viable fundar un colegio académico.

Las Telesecundarias creadas para atender la población de los Hogares CREA, nacen en el año 2008 en forma simultánea en los Hogares CREA para menores. Esta modalidad es implementada debido a la necesidad de no excluir del sistema educativo a los y las jóvenes internos. Cabe mencionar que

---

<sup>1</sup>Telesecundaria Asociación Hogar CREA Niñas y Birrisito Correo: [cinthya1@costarricense.cr](mailto:cinthya1@costarricense.cr)

<sup>2</sup>Telesecundaria Asociación Hogar CREA Niñas y Birrisito Correo: [lissaj@costarricense.cr](mailto:lissaj@costarricense.cr)

<sup>3</sup>Telesecundaria Asociación Hogar CREA Niñas y Birrisito Correo: [belis17@yahoo.es](mailto:belis17@yahoo.es)

por tratarse de instituciones de tratamiento de problemáticas por uso y abuso de drogas, es una institución educativa cerrada, exclusiva para los jóvenes pertenecientes al programa.

En los Hogares CREA el docente de telesecundaria debe ser multidisciplinario, cada una debe impartir **todas** las asignaturas. Es decir, la profesora de matemática debe preparar y aplicar la clase de Biología, matemáticas, inglés, física y química, el docente de estudios sociales imparte cívica, español, historia, geografía, inglés y estudios sociales. Además se utilizan videos televisivos y dos libros, uno llamado *Guía de Aprendizaje* y el otro *Conceptos Básicos*.

El programa de rehabilitación del Hogar CREA tiene una duración de 14 meses aproximadamente, tiempo que puede prolongarse si el avance del joven no es satisfactorio. Después de esto, el o la joven es reincorporado a la comunidad de donde proviene. En algunas ocasiones esto implica un distanciamiento de la Institución Educativa, por lo cual, debe darse un traslado lo cual implica en la mayoría de los casos un cambio de modalidad.

Actualmente en los Hogares se imparte primaria, séptimo y octavo. Es importante rescatar que por la modalidad de Institución la matrícula tiende a cambiar regularmente, lo que dificulta el desarrollo de las lecciones ya que los muchachos nuevos deben adaptarse al hogar y a las lecciones

## **Factores promueven el consumo de las drogas y cuál es su efecto en el Sistema Educativo**

### **1. Factores:**

En los últimos años cada vez se vuelve más frecuente que tengamos algún conocido, algún vecino o porque no, hasta algún familiar, (en el peor de los casos) vinculado con la problemática del consumo de drogas.

Ante esta tendencia surge la interrogante ¿qué ha pasado en los últimos años en nuestro país o en nuestra sociedad, para que esta problemática haya ido en aumento? Para dar respuesta a esta pregunta el Instituto sobre Alcoholismo y Farmacodependencia (IAFA) ha denominado que existen tanto factores individuales, factores familiares, como factores de riesgo institucional y social, que facilitan estas prácticas.

Dentro de los factores individuales el IAFA resalta *“la edad, la falta de fe, la impulsividad, el consumo temprano del alcohol, una imagen negativa de sí mismo, la depresión y comportamientos transgresores”*<sup>4</sup> de los y las jóvenes.

En cuanto a los factores familiares se establecen *“las actitudes y los hábitos permisivos con respecto a las drogas, la mala calidad de las relaciones entre padres y los hijos, la falta de afecto,*

---

<sup>4</sup>IAFA. Factores de riesgo y protectores en el medio universitario costarricense. Pág.5

*la indiferencia, el manejo inadecuado de la disciplina, la falta de comunicación de la pareja y el hogar”<sup>5</sup>*

Finalmente un tercer factor que es destacado, se refiere al riesgo institucional y social “*el grupo de amigos, el amigo íntimo drogadicto, la disponibilidad a las drogas, los medios de comunicación, la situación de felicidad por el placer, la gratificación inmediata, la solución mágica de los problemas, la incitación a conductas indeseables, la crisis de valores*”<sup>6</sup>

## **2. Efecto de las drogas en el Sistema Educativo**

En cuanto al efecto que posee el consumo de drogas por parte de los adolescentes, en las instituciones educativas donde éstos (as) se encuentren, podemos resaltar varios elementos

El primero tiene que ver con estadísticas las cuales revelan que para 1995 la proporción de consumidores de cualquier tipo de drogas era baja en séptimo año y que la prevalencia aumentaba en los niveles superiores, alcanzando los niveles más altos en undécimo año. Así la tendencia en la actualidad nos muestra que los y las muchachas inician consumo de drogas lícitas e ilícitas a edades más tempranas, estando en muchos casos aún en edad escolar 12, 13 años.

*“Los diferentes estudios del IAFA, muestran una disminución en el promedio de la edad de inicio de consumo de drogas. Actualmente, la edad promedio de inicio de consumo de tabaco en hombres y mujeres es de 12,6 años, mientras que en el caso del alcohol, el promedio es de 12,9 años”<sup>7</sup>*

El segundo elemento, se encuentra relacionado con el anterior, en tanto que este nos muestran las edades de iniciación en lo referente al consumo de algún tipo de drogas, estas coinciden con la población de estudiantes de primer ingreso al Tercer Ciclo de Educación General Básica, es decir séptimo año, nivel dicho sea de paso que presenta los mayores índices de deserción escolar.

Al respecto prácticas actuales nos muestran como a tempranas edades muchos estudiantes han popularizado la realización de los denominados “*puestos*” en los cuales los y las estudiantes recogen entre un grupo de amigos o conocidos dinero, con el cual puedan comprar alcohol, tabaco o cualquier otra droga accesible, para ir a un determinado lugar, (puede ser la casa de alguno de los muchachos que se encuentre sin la presencia de adultos) para poder consumir lo que se haya comprado para este fin.

---

<sup>5</sup>Ibíd.

<sup>6</sup>Ibíd.

<sup>7</sup>

*“De cada diez estudiantes colegiales, cinco han probado bebidas alcohólicas alguna vez en su vida; de éstos, tres consumieron en los últimos doce meses (consumo reciente) y dos de éstos, lo hicieron en el último mes (consumo activo)”<sup>8</sup>*

Un tercer elemento lo podemos asociar con la presencia de estudiantes que consumen alguna droga en los centros educativos, estos pueden generar situaciones de agresión y violencia hacia los otros estudiantes, lo cual genera un ambiente de inseguridad y de deserción escolar de los estudiantes agredidos, dentro de los centros educativos. La presencia de jóvenes consumidores puede incitar a otros al consumo y a la adicción, reproduciendo una terrible cadena.

### **Perfil Social de los estudiantes 2008-2011.**

A continuación se presentan unas tablas donde se resumen las características de la población atendida por las Telesecundarias entre los años 2008 y 2011.

#### **▪ Población 2008**

<b>Mujeres</b>	<b>Varones</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Edades promedio entre los 14-15 años</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Edades promedio entre los 16-17 años</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• La mayoría no posee ningún apoyo familiar.</li> </ul>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Proviene de familias de bajos recursos.</li> </ul>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• La mayoría proviene de zonas rurales.</li> </ul>	

#### **▪ Población 2009.**

<b>Mujeres</b>	<b>Varones</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Edades promedio entre los 14-17 años</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Edades promedio entre los 14-16 años</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• La mayoría no posee ningún apoyo familiar.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• La mayoría posee poco apoyo familiar</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Proviene de familias de bajos recursos.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Proviene de familias de bajos recursos</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• La mayoría proviene de zonas rurales y urbanas.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• La mayoría proviene de zona urbana</li> </ul>

#### **▪ Población 2010.**

<b>Mujeres</b>	<b>Varones</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Edades promedio entre los 13-17</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Edades promedio entre los 14-17</li> </ul>

---

<sup>8</sup>Ibíd.

años	años
<ul style="list-style-type: none"> <li>• La mayoría no posee ningún apoyo familiar.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• La mayoría cuenta con apoyo de algún familiar</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Proviene de familias de clase media baja.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Proviene de familias de clase media</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• La mayoría proviene de zonas rurales y urbanas</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• La mayoría es de zona urbana</li> </ul>

➤ **Población 2011**

<b>Mujeres</b>	<b>Varones</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Edades promedio entre los 12-18 años</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Edades entre los 13-17 años</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• La mayoría no posee ningún apoyo familiar.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• La mayoría posee mucho apoyo familiar</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Proviene de familias de clase media baja.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Proviene de familias de clase media</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• La mayoría proviene de zonas rurales</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• La mayoría proviene de zonas urbanas</li> </ul>

Es importante resaltar la diferencia de edades que existe entre la población masculina y la femenina donde se observa que las edades de las mujeres son más bajas que las de los varones; además que en el transcurso de los años las edades han bajado considerablemente de los 14 años en el 2008 a 12 años en el 2011 en el caso de las mujeres y de 16 años a 13 años en los hombres.

La población de los años 2008 y 2009 provenían en su mayoría de familias de bajos recursos, mientras que a partir del año 2010 la mayoría de las familias son de clase media.

El factor que se mantiene a través de los años es la falta de apoyo familiar que en todos los años está presente tanto en las poblaciones de varones como en la de mujeres.

**Perfil cognitivo**

El aspecto cognitivo está relacionado con el funcionamiento del cerebro. El cerebro humano está dividido en diferentes áreas, dependiendo de las funciones que realiza, cada área está especializada en una función en particular. Algunas por ejemplo son las que funcionan para el proceso de asimilación de información sensorial, área para la formación de recuerdos. Cada área tiene su propia combinación de neuronas y neurotransmisores.

Cuando una persona consume drogas estas son llevadas al cerebro por medio de la sangre, estas pueden afectar de uno a varios neurotransmisores.

Estos efectos pueden ser:

- Los neurotransmisores en los que influyen.
- Las áreas del cerebro donde los neurotransmisores están situados.
- Las funciones que realizan las áreas del cerebro.

La mayoría de las drogas influyen no solo en uno, sino que en varios neurotransmisores.

### **El cannabis en el cerebro.**

El cannabis afecta directamente en el neurotransmisor *anandamida* ubicado en diferentes áreas del cerebro, algunos de estos lugares son:

- Hipocampo, es vital en la memoria a corto plazo.
- Hipotálamo, es el centro del apetito en el cerebro.
- El cerebelo, es la parte del cerebro que interfiere en el equilibrio y la coordinación.
- Ganglios basales, está relacionado con el movimiento involuntario de los músculos.

Por lo que con el consumo de drogas se puede tener como efectos secundarios:

- Daños en el funcionamiento de la memoria.
- Problemas en la coordinación.
- Hambre.
- Estimula indirectamente el centro del refuerzo del cerebro, donde se ubica la dopamina.
- La destrucción de neuronas, no ha sido comprobada para el caso del cannabis.

### **Deficiencias en el Aprendizaje al reincorporarse al sistema educativo.**

Una persona que fue adicta al cannabis presenta trastornos en su memoria a corto plazo, lo que provoca que alguna de las actividades propuestas en el aula le sea más difícil de desarrollar, al igual que seguir indicaciones.

Otra parte que también se ve afectada es el equilibrio o coordinación por lo que las actividades que impliquen realizar trazos, dibujos, recortar y muchas otras se ven claramente afectadas.

### **La Heroína en el cerebro.**

Los opiáceos están compuestos por opio, heroína, morfina y la codeína, esta sustancia se utiliza como narcótica, ya que la heroína se convierte en morfina en el cuerpo imitando la función de las endorfinas (neurotransmisores), sustancia encargada de aliviar el dolor en el cerebro.

Al consumir esta droga se tiene como efectos secundarios

- Producen placer.
- Alivio del dolor, ya que inhibe la producción de sustancia P.
- Supresión de la respiración (los pulmones se detienen).

Estas sustancias afectan diferentes partes del cerebro por eso afecta los siguientes órganos:

- Pupilas, estas pueden llegar a dilatarse hasta llegar al tamaño de la cabeza de una aguja.
- Los intestinos, los adictos a la heroína suelen sufrir de estreñimiento, ya que estos órganos tiene gran cantidad de neurotransmisores que son afectados por la heroína.
- El vómito, la heroína estimula el centro cerebral que provoca náuseas y vómitos.
- Tos, la heroína inhibe el centro cerebral de la tos.
- La adicción, al consumir por tiempo prolongado esta sustancia inhibe la producción de dopamina de forma natural, por lo cual el sujeto no es capaz de sentir placer, sin ingerir heroína.

### **Deficiencias en el Aprendizaje al reincorporarse al sistema educativo.**

Al inhibir la producción de dopamina en el cuerpo el sujeto no siente placer, pero también la dopamina está ubicada en el área del cerebro que está involucrada con el proceso de pensamiento, memoria y procesos de movimiento del cuerpo.

Por lo cual al reintegrarse al sistema educativo le será necesario volver a estimular el proceso de memoria, pensamiento y movimientos del cuerpo.

### **Cocaína en el cerebro.**

Esta sustancia tiene un efecto energético, tanto en el cuerpo como en la mente.

Su consumo provoca una sensación de euforia y seguridad en si mismo.

Algunos efectos del uso de la droga son:

- Reduce la sensibilidad del cuerpo a la dopamina.
- Los receptores de dopamina son destruidos gradualmente con el uso de la cocaína, esto provoca que se deba aumentar la dosis para sentir la sensación de placer y

agravando las consecuencias en el proceso de memoria y el proceso de pensamiento.

- Problemas mentales como paranoia, ya que sobre estimula el centro cerebral del miedo desencadenando una excesiva ansiedad, al punto que una sombra o un tono de voz elevado se percibe como una amenaza.

### **Deficiencias en el Aprendizaje al reincorporarse al sistema educativo.**

En este caso se afecta la memoria y el proceso de pensamiento, ya que daña a la neurona y este tipo de célula no se regenera, por lo que el daño es permanente y se agudiza según avanza o es más fuerte la adicción, además dependiendo de la cantidad y tiempo de consumo los problemas mentales terminan en tratamientos psiquiátricos.

### **El éxtasis en el cerebro (químicamente conocido como MDMA).**

Es una sustancia derivada de la serotonina intensificada.

Entre los efectos de esta droga se tiene:

- Sentimientos de euforia y vinculación con otros.
- Aumento de la temperatura corporal.
- Deshidratación.
- La memoria, una deficiencia de la producción de serotonina interviene en esta función. Se ha demostrado que el uso regular de esta droga puede provocar el deterioro de la memoria.
- Depresión.
- Ritmo de sueño y vigilia.
- Los axones pueden ser destruidos por el uso continuo de esta droga, los efectos de este daño todavía están siendo investigados.

En estas investigaciones se tienen dos posibles teorías:

Se deshabilitan las neuronas, ya que se metabolizan y las sustancias dañan los axones de las neuronas.

Penetración de otros neurotransmisores, ya que atrofia el paso de la serotonina y en su lugar puede absorber otras sustancias que no son adecuadas en un momento determinado.

### **Deficiencias en el Aprendizaje al reincorporarse al sistema educativo.**

Esta sustancia al influir sobre la serotonina y ser esta participe en las habilidades para aprender y en la memoria, afecta la actividad del aprendizaje, ya que la estudiante tendrá obstáculos para adquirir

los conocimientos esperados y si el docente no es consciente de la problemática que esta ha sufrido, es difícil que pueda tomar algún tipo de medida para apoyarla en su proceso educativo.

### **Speed (Anfetaminas)**

Esta sustancia posee un efecto energético sobre el cuerpo y la mente, ya que suministra gran cantidad de neurotransmisores de adrenalina y dopamina, sustancias que intervienen en el transporte de información entre las neuronas.

Entre sus efectos se tiene:

- Aumenta los latidos del corazón, presión sanguínea y temperatura corporal.
- Los bronquios se expanden.
- Los músculos se contraen por la gran cantidad de oxígeno.
- Las pupilas se dilatan.
- Se dañan los dientes, ya que la tensión muscular hace que se rechinen continuamente.
- Depresión, ya que puede agotar el suministro de dopamina.
- Psicosis, ya que produce alucinaciones y paranoia.
- Daño en los nervios, ya que el uso prolongado puede secar los axones de dopamina.

### **Deficiencias en el Aprendizaje al reincorporarse al sistema educativo.**

Esta sustancia está entre las más dañinas, ya que dañan a la célula nerviosa la cual no se reproduce ni regenera, por lo que el daño es permanente. A parte de esto, influye en la dopamina que está relacionada con las funciones de la memoria, pensamiento y movimientos del cuerpo, los cuales son necesarios en todas las actividades escolares.

### **Adecuaciones implementadas**

Las adecuaciones curriculares son acciones que realiza el docente para ajustar el programa (contenidos, metodología, evaluación) y poder ofrecer experiencias apropiadas a las necesidades de los estudiantes, tomando en cuenta la diversidad de necesidades educativas de todos los alumnos.

Tomando en cuenta lo antes expuesto y de acuerdo con lo implementado en las Telesecundarias para adolescentes internos en Hogares Crea es que se han establecido una serie de medidas, por parte de los docentes que imparten lecciones en estas instituciones tanto en el trabajo cotidiano, la demostración de lo aprendido (trabajo extra clase) y en las pruebas.

### **Adecuaciones en el trabajo cotidiano**

- Se desarrollan las temáticas con un lenguaje sencillo de fácil asimilación.
- Las temáticas son desarrolladas estableciendo objetivos de conocimiento y comprensión.
- Supervisión constante y eficaz.
- Entrevistas de seguimiento con los encargados.
- Proporcionar periodos cortos de descanso.
- Emplear metodología interesante y entretenida.
- Realizar actividades claras y no muy extensas.
- Involucrar eficazmente a la estudiante en el proceso.

### **Adecuaciones en el trabajo extra clase**

- Indicaciones claras de cómo desarrollar el trabajo.
- No se utilizan imágenes o información muy llamativa, que desvíe la atención del estudiante y la finalidad del trabajo asignado.
- Comunicado explícito al hogar, con respecto al calendario de entrega.

### **Adecuaciones en las pruebas**

#### *Previo a la prueba*

- Entrevista con los encargados para informar resultados de pruebas.
- Aplicación de técnicas, según estilo de aprendizaje.
- Confeccionar horarios de estudios.
- Motivación para mejorar en el estudio.
- Se efectúa semana de repaso, donde se realizan prácticas y guías de repaso.

#### *Durante la prueba:*

- Se confeccionan pruebas, donde se evalúan objetivos con un nivel de conocimiento y comprensión.
- Se planifican las pruebas contemplando el tiempo que las y los estudiantes pueden durar de acuerdo a su realidad cognitiva, con un máximo de 80 minutos.
- Se les revisa la prueba antes que la entreguen, cerciorándose de que no hayan dejado ninguna respuesta en blanco, de ser así se les indica para que no dejen la opción en blanco.

### **Recomendaciones que las instituciones educativas con población proveniente de estos centros pueden considerar**

- Debe darse una nivelación en las asignaturas que no han sido recibidas en séptimo y octavo, esto porque el modelo de Telesecundaria no brinda las mismas materias que un colegio académico, ni los mismos contenidos, por lo que en algunas materias irá adelantado

(ciencias y estudios sociales) y en otras le hará falta estudiar algunos contenidos (inglés y francés).

- El comité pertinente debe brindar atención hacia la problemática en los centros educativos, apoyando a los jóvenes que han concluido un proceso de tratamiento o a los que estén en procesos de adicción, mediante charlas y consejería, brindando apoyo integral para la prevención del consumo o recaídas.
- Mantener canales de comunicación eficientes con los padres de familia con el fin de detectar conductas inusuales.
- Brindar charlas de sensibilización a la población sobre la problemática y la necesidad de no discriminar a los jóvenes que han salido de adicción.

### **Bibliografía**

Tomado de [http://www.iafa.go.cr/servicios/prevencion/centros\\_educativos/deteccion\\_intervencion\\_temprana.html](http://www.iafa.go.cr/servicios/prevencion/centros_educativos/deteccion_intervencion_temprana.html). En línea martes 6 de setiembre, 2011.

Consumo de drogas en Costa Rica. Resultado de la encuesta nacional 1995. Hannia Carvajal y otros. IAFA, Departamento de Investigación, San José 1996.

Factores de riesgo y protectores en el medio universitario costarricense. Lic. Lizú San Lee Ch. IAFA, Cartago, 1998.

El Fenómeno de la Farmacodependencia en el Estudiante de Primer Ingreso a las Universidades Estatales de Costa Rica: Percepciones de Riesgo y Consumo 1992. Julio Bejarano O. y otros. IAFA. San José 1992.

Resumen del Estado de la Educación.

Boleta para seguimiento de Estudiantes con Adecuación No Significativa utilizada en la Telesecundaria Hogar Crea Niñas, 2011.

Instrumento de Plan Remedial para Trabajo Cotidiano, Trabajo Extra Clase y Pruebas de Avance, elaborado por circuito 05 de la Regional de Cartago, 2010.

Factores protectores y factores de riesgo de los y las adolescentes institucionalizados en los Hogares Crea de Barba, Cartago y Birrisito, durante los meses de Julio a Setiembre de 2009. Tesis para optar por el grado de Licenciatura en enfermería San José, UCR.

Prevención de Recaídas: las adicciones su verdadera dimensión, López, J Henry (1990)

Tomado de <http://www.drogasycerebro.com/>, En línea el 24 de Diciembre, 2010.

# Factores que impiden el uso de herramientas tecnológicas en los procesos de enseñanza y aprendizaje en dos colegios del Programa de Innovaciones Educativas en Guanacaste.

Laura Patricia Briceño Cabezas<sup>1</sup>

Luis Eduardo Amaya Briceño<sup>2</sup>

## Abstract

En este trabajo, se presentan los resultados obtenidos como producto de una investigación realizada en dos colegios públicos de la provincia de Guanacaste, Costa Rica. Dichas instituciones pertenecen al Programa de Innovaciones Educativas del Ministerio de Educación Pública (M.E.P). Se pudo evidenciar factores, que inciden en la no aplicación de herramientas tecnológicas por parte de los docentes de matemáticas de dichas instituciones, y las consecuencias negativas para los estudiantes de dichos centros educativos. Además se presentan una serie de recomendaciones, que buscan ayudar a cambiar dicha realidad, esto con el objetivo de aprovechar al máximo, los recursos que poseen dichas instituciones.

## Introducción

En la actualidad, y desde hace algunos años, la tecnología ha demostrado ser una herramienta indispensable en el quehacer cotidiano y ha repercutido en el ámbito social. El desarrollo de toda sociedad está marcada por cambios constantes y paulatinos, unos de menor incidencia que otros, pero no hay duda de que todo lo relacionado con la tecnología ha generado gran revuelo en todas las esferas del ámbito social y ha causado cambios en la forma de pensar de muchas personas, con respecto a su uso y aplicación como parte de procesos cotidianos que pretenden lograr un mismo resultado, pero minimizando tiempo, costo y, a veces, hasta se considera el nivel de dificultad.

En el espacio educativo, la tecnología posee un potencial muy amplio y, día con día, se supera por otra de mayor alcance y proyección. Tal como lo explican, Poveda y Murillo (s.f.) en su artículo: “Las nuevas tecnologías en la enseñanza y aprendizaje de la matemática”; quienes vieron nacer la televisión no imaginaron que se convertiría en un nuevo centro de entretenimiento y distractor, a tal punto de convertirse -como lo denominan ambos- en una “chupeta electrónica”. Cuando muchos otros pensaban que bien utilizada podría ser un instrumento que fortaleciera la educación que se recibía en casa y, algunos más, hasta se les ocurrió que sería como un “maestro en casa”. Definitivamente, su función se ha desvirtuado, porque, por el contrario, ha sido un agente transmisor de valores contrarios a la moral.

---

<sup>1</sup>ITCR – UCR, Sede Guanacaste. Costa Rica. Email:[laubrica@gmail.com](mailto:laubrica@gmail.com)

<sup>2</sup>UCR, Sede Guanacaste. Costa Rica. Email:[solomandalo@gmail.com](mailto:solomandalo@gmail.com)

En el campo educativo, tecnologías de cierta aplicación general como las calculadoras y computadoras, parecen ser más manejables que la televisión, sin embargo, siempre es bueno cuestionarse hasta qué punto su uso es muy necesario y, de esa forma, no caer en lo mismo de siempre: la mecanización de procesos. Se trata también de ser crítico, de inquirir cuáles tecnologías se adaptan más a nuestro medio y cuáles están acorde con nuestras posibilidades económicas y culturales.

No tiene sentido desestimar el uso del recurso tecnológico en el ambiente educativo, ya que las tecnologías contribuyen en un sinnúmero de situaciones, y con una metodología bien planificada y organizada, constituyen una herramienta de gran utilidad desde lo simple de una exposición de un tema, hasta el uso de ellas por parte de los alumnos, en un ambiente debidamente programado por el profesor, donde se fomente y promueva el uso de destrezas de razonamiento y análisis.

Todo depende, claro está, de la habilidad que tenga el docente para aprovechar, de forma efectiva, el recurso prominente, ya que lo primordial en el ámbito educativo es garantizar el aprendizaje significativo y el único modo de lograr dicho objetivo es realizar previamente una buena planificación.

En variedad de estudios hechos, como los de Vílchez (2009), Ruiz (2001) o Poveda & Murillo (2007), se ha demostrado que el uso de herramientas tecnológicas en el aula, como parte del proceso de enseñanza y aprendizaje, aumenta el rendimiento efectivo de una clase.

Claro está que el éxito de una implementación innovadora de las herramientas tecnológicas en el aula, depende de la seriedad, la madurez y la formalidad con que se asuma tal reto. Únicamente, en ese caso, se ha de lograr un enriquecimiento valioso, tanto para los estudiantes y padres, como para los docentes involucrados.

La incorporación de herramientas tecnológicas como parte del proceso de innovación de metodologías de enseñanza y aprendizaje, demanda mucho tiempo, organización, dinero y, además, de un gran esfuerzo que, como dice Poole (1999:2), nunca en la historia se ha dedicado tanto esfuerzo a una renovación en el campo educativo, como se ha hecho con el uso de la tecnología dentro del ambiente pedagógico. Y es que el empeño que se realiza, exige compromiso de todas las partes implicadas en el proceso educativo, puesto que significa, entre otros aspectos:

- Dotar de equipos informáticos a las instituciones.

- Capacitar constantemente y mantener actualizados a los docentes de todas las áreas en materia de tecnología.
- Analizar los alcances, las debilidades y las fortalezas que se pueden lograr a través del uso de herramientas tecnológicas en el proceso educativo.
- Luchar en contra de las resistencias pesimistas que se generan a partir de cambios, creadas principalmente por dudas al experimentar lo novedoso y desconocido.

La importancia de la tecnología se centra fundamentalmente en la aplicación práctica que se le pueda dar a la enseñanza. Según Piaget (1926) citado por Poole (1999:3); la señal de fertilidad de una ciencia, depende de la capacidad de aplicación práctica que ésta tenga. De aquí nace la interrogante, ¿Tendrá la tecnología informática aplicabilidad para obtener resultados prácticos? Para Riel (1994) citado por Poole (1999:3), la respuesta es que sí. Concluyó que numerosos estudios realizados demuestran que es posible mejorar y crear ambientes de aprendizaje más adecuados si se utiliza herramientas tecnológicas. Selfe (1992) citado por Poole (1999:3) indica que el proceso de enseñanza y aprendizaje mediado por el uso de tales herramientas muestra un novedoso conjunto de realidades pedagógicas y logísticas, las cuales deben ser analizadas con cautela, previamente, al incorporar equipos tecnológicos.

Es importante que el docente comprenda que el uso de tecnología en el aula debe ser visto como un apoyo a la enseñanza y no como un sustituto de sus funciones. Para ello, es necesario que se prepare y se actualice constantemente y esto es lo que se describe en el siguiente aspecto. Pues como sostiene Andrade (s.f.), “Un buen docente no puede ser suplantado por la tecnología educativa más sofisticada.”

Según lo plantea el MEP, dentro de los Lineamientos de Talleres de Innovaciones Educativas (Lobo: 2007):

El propósito de los talleres, es buscar dentro de estas instituciones una forma de hacer más atractivas las lecciones, a través de aprendizajes significativos, utilizando diferentes metodologías y técnicas que le produzcan gusto y alegría tanto a los estudiantes como a los docentes, y de ese modo se facilite el proceso educativo.

Para lograr que estos aprendizajes sean significativos, debe existir empatía por parte de los participantes en el proceso educativo: el estudiantado como eje central, el docente como mediador del aprendizaje estudiantil y la comunidad donde se desenvuelve el taller. Estos tres

factores son indispensables para promover espacios de interacción donde la persona, la cooperación y la democracia se desarrollen.

## **Metodología**

Esta investigación, tuvo como objetivo analizar los factores que impiden el uso de herramientas tecnológicas en los procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática, en el Colegio de Cañas Dulces y en el Liceo Experimental Bilingüe de Santa Cruz.

La investigación posee dos enfoques complementados: cualitativo y cuantitativo. Es cualitativo, ya que se describirá, revisará y analizará el proceso de implementación de herramientas tecnológicas, en colegios pertenecientes al Proyecto de Innovaciones Educativas, para la enseñanza de la matemática. Y es cuantitativo ya que, existe información numérica que permite establecer parámetros de análisis, acorde con lo deseado. La investigación tuvo una duración aproximada de un año.

Las técnicas e instrumentos utilizados fueron entrevistas, cuestionarios y observaciones, en donde la metodología utilizada fue descriptiva.

Se realizaron una serie de entrevistas guiadas a los directores de cada centro educativo, a los encargados de equipo tecnológico y a todos los docentes de matemáticas de ambas instituciones.

Por otro lado se aplicaron una serie de cuestionarios dirigidos a los estudiantes de octavo y décimo año de ambas instituciones, donde se aplicaron cuestionarios a 30 estudiantes de cada nivel, según una muestra previamente establecida. Los cuestionarios se realizaron en los tiempos libres de los sujetos en estudio, antes y después de las lecciones observadas.

Se realizaron una serie de observaciones semanales durante el lapso establecido de la investigación. Estas observaciones estuvieron a cargo de los investigadores. Cada observación posee su respectiva guía, en la cual se detalla los aspectos por observar.

La población estuvo conformada por personal docente (profesores, encargados de laboratorio y directores) de las instituciones seleccionadas y un total de 373 estudiantes de ambas instituciones. Dentro de cada nivel seleccionado, se tomará una muestra aleatoria del 30%, este es un número representativo del total de la población, que aportará información valiosa, ya que según la Ley de la Regularidad Estadística: un conjunto de  $n$  unidades tomadas al azar de un conjunto  $N$ , es casi seguro que tenga las características del grupo más grande.

## Población de estudiantes por nivel

Población de estudiantes por nivel						
Institución Educativa	Octavo		Décimo		Totales por Institución	
	P: población	M: muestra	P	M	P	M
C.C.D	62	19	27	7	160	46
L.E.B.S.C	56	30	71	29	366	59
<b>Totales</b>	152	46	97	29	373	112

C.C.D: Colegio de Cañas Dulces

L.E.B.S.C: Liceo Experimental Bilingüe de Santa Cruz

**Fuente:** Elaboración propia.

## Resultados

- No existe un ente que haya evaluado el impacto conseguido en las instituciones educativas en los años de implementación. Refiere, De Lemus quien es uno de los encargados del proyecto, así como Chévez, que por lo “reciente” del programa, existe muy poco sobre lo que ha sido la aplicación de esos lineamientos. Sin embargo, sí existe información suficiente sobre las características del Proyecto de Innovaciones Educativas, sus inicios, sus lineamientos, excepto de los resultados que se han reflejado luego de su puesta en práctica.
- Las instituciones educativas sujeto de estudio, cuentan con una amplia gama de recursos tecnológicos disponibles para ser utilizados (laboratorio de computadoras, laptops, pizarra inteligente, video beam, radio grabadoras, vhs, reproductores de dvd), tanto por docentes como por estudiantes regulares del centro educativo, pero no son usadas por ellos.
- Aunque en Costa Rica se están realizando esfuerzos para dotar a todas las instituciones de equipo informático y tecnológico, el proceso aún es lento y requiere de mucho apoyo de la empresa privada para cumplir dicho propósito, es decir el equipo no es suficiente para las poblaciones estudiantiles.
- Se percibió que los docentes siguen mostrando resistencia a un cambio verdaderamente necesario, con mira al mejoramiento del proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática. Al realizar la investigación, se partió del supuesto que, por tratarse de Colegios de Innovaciones Educativas y al contar con toda la infraestructura y equipo tecnológico de

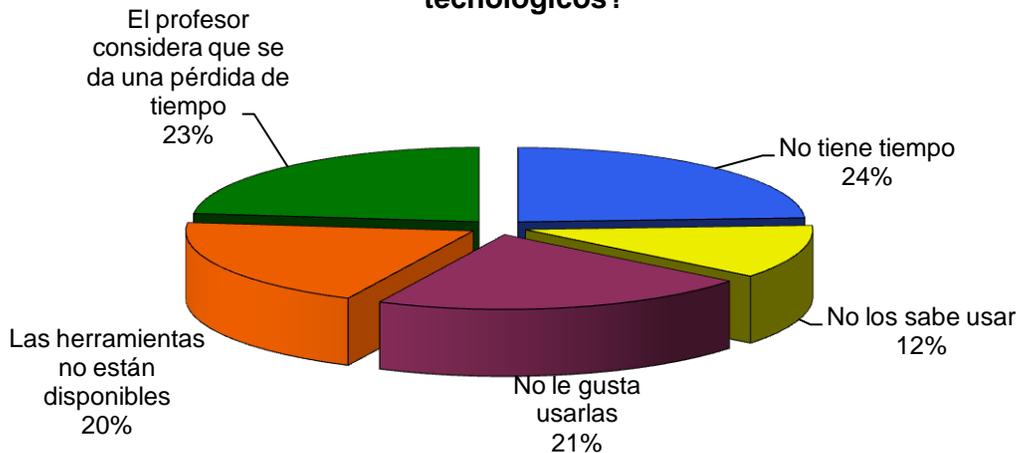
punta, se encontraría docentes preparados, pero el programa y sus objetivos se han quedado sólo en el papel. Quienes cumplen la vasta función de enseñar, se limitan únicamente, a utilizar metodologías tradicionales, es decir, aunque debería existir diferencia entre colegios académicos que no pertenecen al proyecto de Innovaciones Educativas, el diagnóstico refleja un panorama distinto.

- La mayoría de los estudiantes opina que el profesor no emplea, o casi nunca utiliza los recursos que tiene a su disponibilidad. Si bien es cierto los docentes de matemática tienen conocimiento de cómo utilizar las herramientas tecnológicas (dado que el programa realiza capacitaciones propias al uso de herramientas tecnológicas), éstos no las llevan a la práctica, porque según ellos, las instituciones no cuentan con suficiente equipo tecnológico ni con tiempo disponible en sus jornadas de trabajo. Algunos argumentan no poseer la capacitación necesaria para desarrollar una clase en la que medien los recursos tecnológicos.
- De acuerdo con la información brindada por los estudiantes en ambas instituciones, se observa que la visión del proceso de implementación que tienen los estudiantes se basa en lo relacionado con la infraestructura y dotación de equipo tecnológico y, no propiamente en lo que establecen los lineamientos del Programa. Para ellos, este proceso se ha realizado de una manera aceptable, aunque existen elementos por mejorar, como la frecuencia con que se utilizan dichos equipos en su institución, con fines específicos al proceso de enseñanza.
- Además, en la información recolectada, se observa que no existe un seguimiento cercano y puntual en las instituciones sobre las labores que desarrollan los docentes; ellos laboran a su buena voluntad, ya que las partes encargadas de administrar y vigilar la puesta en marcha del programa no cumple con dicha función.
- El uso de herramientas tecnológicas en el aula por parte de los docentes de matemática, es mínimo (por no decir nulo).
- Encargados administrativos, docentes y estudiantes expresan que, en términos generales, el Programa de Innovaciones Educativas representa una ventaja en el proceso educativo, en comparación con otras instituciones secundarias, pero que no se desarrolla en su totalidad. Al no darse una ejecución completa y efectiva del programa de Innovaciones Educativas dentro de las instituciones en el área de matemática, es imposible determinar los beneficios que dicho programa puede tener en la población estudiantil de ambas instituciones.
- Presencia de docentes nombrados de forma interina, lo cual evita un desarrollo continuo del programa.

- Los docentes afirman que uno de los factores que impiden el uso de herramientas es que “El equipo es muy poco, la accesibilidad en ocasiones es difícil y el estado en que se encuentra no es óptimo.” o “La accesibilidad al laboratorio es difícil por cuestión de horarios.”

La información anterior se puede sintetizar

### ¿A qué se debe que el profesor de matemática no utiliza los recursos disponibles para desarrollar clases con recursos tecnológicos?



### Recomendaciones

- Establecer la creación de un comité fiscalizador del funcionamiento del proyecto de Innovaciones Educativas a nivel institucional. Dicho comité tendría dentro de sus funciones, realizar un análisis evaluativo trimestral del desempeño de cada una de las materias que se imparten dentro de la institución. Analizar aspectos positivos, negativos y sugerir mejoras o cambios que garanticen un mínimo cumplimiento de los objetivos del programa en cada materia.
- Exigir que el uso de las herramientas tecnológicas por parte de los docentes, para desarrollar sus clases o los talleres de Innovaciones Educativas, sea parte de los procedimientos propios de los objetivos específicos incluidos en el planeamiento docente.
- Mayor compromiso y seguimiento del desarrollo del programa, por parte del Asesor Nacional de Innovaciones Educativas.
- Establecer un horario de disponibilidad de las herramientas tecnológicas de la institución para cada docente. Ya que actualmente falta un horario inclusivo para todas las materias para el uso del equipo tecnológico.

- A los educadores, ser vigilantes en el desarrollo de nuevas metodologías o material didáctico en el que se involucren herramientas tecnológicas.
- Realizar diagnósticos previos y evaluativos a los estudiantes sobre los contenidos del programa en los cuales se podría lograr un mayor aprovechamiento del equipo y un aprendizaje significativo.
- Establecer una comunicación efectiva entre él, la dirección y los docentes, en lo referente a uso del equipo, participación en las capacitaciones programadas, desarrollo de nuevas aplicaciones metodológicas y evaluaciones constructivas del uso del equipo.

Es bueno mencionar, que aunque prácticamente el uso de herramientas tecnológicas en dichas instituciones estudiadas es nulo, al igual que lo planteado por Tibaná, Leal, García y López (2006), los estudiantes expresan que las clases en las cuales median recursos tecnológicos son más interesantes que las tradicionales, ya que se ven fortalecidos aspectos como: iniciativa, destrezas motoras, habilidad lógica- matemática, aptitud para enfrentar retos y cálculo mental.

Puede mencionarse como limitaciones en la investigación, la falta de información consistente y bien documentada, referente a la aplicación de herramientas tecnológicas en instituciones educativas de nuestro país y sus resultados; además, la disponibilidad de los sujetos partícipes en la investigación.

## **Bibliografía**

García, J. (1970). *Ambientes con recursos tecnológicos: escenarios para la construcción de procesos pedagógicos.*

Lévy, P. (1999) *¿Qué es lo virtual?*

Tibaná, G., Leal, D., García, C. & López, M. (2006). *Adaptación del diseño instruccional en la construcción de ambientes virtuales de aprendizaje.*

Poole, B. J. (2001). *Docente del siglo XXI. Cómo desarrollar una práctica docente competitiva.*

Poole, B. J. (2001). *Tecnología Educativa: Educar para la sociocultura de la comunicación y del conocimiento.* Colombia: McGraw-Hill Interamericana S.A.

Villarreal, G. (s.f.). *La pizarra interactiva una estrategia metodológica de uso para apoyar la enseñanza y aprendizaje de la Matemática*. Extraído el 8 de Julio del 2008 desde [http://www.usal.es/~teoriaeducacion/rev\\_numero\\_07/n7\\_res\\_villarreal.htm](http://www.usal.es/~teoriaeducacion/rev_numero_07/n7_res_villarreal.htm).

Vílchez, E. *Impacto de las Nuevas Tecnologías de la Información y la Comunicación para la Enseñanza de la Matemática en la Educación Superior*. Extraído el 01 de enero del 2009 desde [http://www.cidse.itcr.ac.cr/revistamate/ContribucionesV7\\_n2\\_2006/IMPACTO/ImpactoTecn.html](http://www.cidse.itcr.ac.cr/revistamate/ContribucionesV7_n2_2006/IMPACTO/ImpactoTecn.html)

Ruiz, J. M. (2001, Mayo-Junio). *La enseñanza de la matemática en un medio computarizado*. Revista Axioma. Año 3. Número 14. p. 27-28. Argentina.

Poveda, R. & Murillo, M. (s. f.). *Las nuevas tecnologías en la enseñanza y aprendizaje de la matemática*. Extraído el 20 de abril del 2007 desde <http://www.cimm.ucr.ac.cr/arviz/Libros/Uniciencia/Articulos/Volumen1/Parte6/articulo10.html#articulo10>.

# Implementación del software GeoGebra para modelar Funciones Reales de Variable Real

María Fernanda Víquez Ortiz<sup>1</sup>

Jorge Arroyo Hernández<sup>2</sup>

## Resumen

El software GeoGebra resulta un apoyo tecnológico que permite modelar Funciones Reales de Variable Real<sup>3</sup> durante las lecciones de Matemática, tendiendo a favorecer el proceso de enseñanza y aprendizaje de las mismas. Así, se propone una guía didáctica que constituye una orientación para el desarrollo de contenidos de *Funciones*, basada en la modelación matemática.

**Palabras clave:** Funciones, GeoGebra, modelación matemática.

## 1. Introducción

El desarrollo del concepto de Función ha sido paulatino, su definición ha abierto un sinfín de aportes a la Matemática, en particular al Análisis Matemático, lo que ha permitido que al interrelacionarse con situaciones del contexto, proporcione herramientas indispensables para modelar el mundo que nos rodea.

En la propuesta, el Ministerio de Educación Pública (MEP), en los Programas de Estudio promulgados en el año 2006, afirma que el tema de *Funciones* ayuda a la interpretación de la información. Por ello, surge la necesidad de enseñar este tema, en las aulas de secundaria, de forma dinámica modelando hechos y situaciones cotidianas en el contexto del estudiante.

Es acá donde la tecnología apuesta al éxito al constituirse herramienta de apoyo en las aulas de Matemática, al enfocarse en el desarrollo del razonamiento, asimilación de conocimiento y menos a los cálculos mecanizados. Urzúa (2009) afirma que la tecnología desarrolla habilidades en el estudiante que le permiten adquirir las competencias necesarias para enfrentar cambios, resolver problemas y tomar decisiones.

Por lo anterior, el objetivo primordial radica en ofrecer a los docentes una guía didáctica que sirva de apoyo para enseñar *Funciones*, apoyada en la modelación y el software *GeoGebra*.

## 2. El estudio de las funciones en educación media

---

<sup>1</sup> Escuela de Matemáticas, Universidad Nacional. Costa Rica. Correo: [mfdaviquez@hotmail.com](mailto:mfdaviquez@hotmail.com)

<sup>2</sup> Escuela de Matemáticas, Universidad Nacional. Costa Rica. Correo: [jarroy@una.ac.cr](mailto:jarroy@una.ac.cr)

<sup>3</sup> De aquí en adelante, *Funciones*. Considerando aquellas que se imparten en secundaria.

El estudio de *Funciones* brinda al estudiante la posibilidad de mejorar en su diario vivir, al proporcionarle herramientas que le permiten desarrollar competencias, despertar el razonamiento matemático y tomar decisiones más acertadas.

Para Castro, Pia, Botta, Prieto, Del Bianco; Martínez y Lee (2009) el concepto de función unifica, generaliza y modela fenómenos de la naturaleza y otros que el hombre crea. El MEP (2006) menciona que el tema *Funciones* debe orientarse en interpretar la información modelada, por lo que debe aprovecharse las situaciones del entorno.

Además de los problemas metodológicos, existen dificultades en el proceso educativo, que entorpecen, en muchas ocasiones, la comprensión de los contenidos de Funciones. Bagni (2004) afirma que el concepto de función es abstracto, para Lupo (2005), los estudiantes presentan problemas en algunas propiedades de *funciones*, por ejemplo biyección, dominio, ámbito, codominio y variables dependientes e independientes. Según estos autores, la dificultad de este contenido es su vocabulario técnico y su representación simbólica. De aquí la necesidad de buscar soluciones que además de propiciar la asimilación de los contenidos despierte el interés de los estudiantes por aprender, donde la mediación pedagógica del docente se constituye pieza clave.

### **3. La modelación matemática y la tecnología**

La tecnología constituye uno de los recursos didácticos más ricos para la enseñanza de la Matemática. Para Gamboa (2007), la tecnología hace su principal aporte al restar importancia a procesos mecánicos y prestar atención al razonamiento, la reflexión y la criticidad. Por esto, para el docente de Matemática el reto de utilizar una computadora en su aula consiste en diseñar actividades que aprovechen el potencial del recurso abriendo nuevos caminos de aprendizaje.

También se requiere que su uso se centre en modelaciones de situaciones del entorno. Según Giordano (1997), el modelo matemático es una construcción matemática dirigida a estudiar un sistema o fenómeno del mundo real, dicho modelo puede incluir gráfica, símbolos, simulaciones construcciones experimentales (citado por Mesa y Villa, 2007).

La modelización permite al docente utilizar el entorno físico y social al estudiar situaciones contribuyendo a una mejor comprensión de la realidad, por la posibilidad de modificar datos y sensibilizarse respecto a la situación (Ortiz, Rico y Castro, 2004).

Modelar no es una tarea fácil, el docente debe buscar una situación donde los alumnos puedan trabajar con un fenómeno. Su importancia radica en que mediante ella se puede obtener una solución particular, así como dar soporte para otras aplicaciones o teorías, afirman Salett y Hein (2004).

La modelización permite al docente utilizar el entorno físico y social al estudiar situaciones contribuyendo a una mejor comprensión de la realidad, por la posibilidad de modificar datos y sensibilizarse respecto a la situación (Ortiz, Rico y Castro, 2004). Al respecto, Villa (2010) añade que el peso importante de la modelación recae en la ayuda para los estudiantes, al facilitarles la comprensión de los contextos en los cuales se desenvuelven, el apoyo al aprendizaje de la Matemática, la motivación, comprensión que genera.

Cabe señalar que la modelación matemática se concibe e implementa de dos maneras distintas, según la finalidad de la misma y los alcances que se quieran lograr. En una primera implementación, el docente es el actor principal en la identificación y en el diseño de la misma. En contraposición, la otra manera de implementarla, es que sea el estudiante quien se identifique, investigue, aborde y diseñe los modelos (Villa, 2010).

Sin importar la forma de implementarla, ambas proporcionan resultados ricos en conocimientos, habilidades y destrezas cognitivas. Para Botta, Etcheverry, Reid, (2009), a fusionar la tecnología y la modelación, se obtiene la posibilidad de experimentar al modificar el modelo representado y obtener o variar los datos, aminorar la abstracción al reconocer las variables y analizar situaciones reales, resolver problemas al poder modificar el modelo, utilizar diferentes valores numéricos y aplicar el modelo en la predicción y toma de decisiones lo que permite explicar y comprender la Matemática y con ello, el mundo real. En particular la modelación resulta una herramienta útil al enseñar y estudiar contenidos de *Funciones*.

#### **4. Metodología**

Consiste en la exposición de guías metodológicas apoyadas en el software *GeoGebra* y la modelación matemática. En primera instancia se realizó una revisión documental sobre las propuestas del MEP, tanto de sus planes de estudio, como de apartados orientaciones metodológicas, evaluación, uso de la calculadora y otros. De manera tal, que se delimitaron los temas a trabajar y los objetivos propuestos.

Se diseñó un instrumento que fue aplicado a 12 expertos en tecnología<sup>4</sup>, el cual contempla aspectos generales, otros vinculados al uso de la Tecnología de Información y Comunicación (TIC) en la enseñanza de la Matemática y particularmente en *Funciones*, sus ventajas, desventajas, preferencia de software, consideraciones generales de modelación matemática, entre otros. De lo anterior, se seleccionó el software GeoGebra para utilizarse como apoyo dentro de las lecciones de Matemática en las aulas de secundaria.

Posteriormente, se construyeron las guías didácticas apoyadas en la modelación y el uso del *GeoGebra* (véase anexo #1). Estas se validaron con un grupo de 15 docentes de Matemática que cursan actualmente la licenciatura y otros que laboran en las aulas de secundaria y no participan de procesos académicos formales, al darse una pequeña exposición de la guía y una recopilación de las concepciones de estos.

## 5. Resultados

Algunos resultados importantes se exponen a continuación. La selección del software no fue un proceso antojadizo, respondió a las consideraciones de los expertos, así se ubicaron de la siguiente manera:

**Cuadro 1**  
**Software educativo, recomendado por los expertos**  
**para la enseñanza de contenidos de funciones.**

Software recomendado	Cantidad de Docentes	
GeoGebra	5	42%
Winplot	3	25%
Derive	2	17%
Geometra	1	8%

Las posiciones de los expertos son respaldadas por las herramientas, que según ellos, cada software ofrece, tanto en aspectos tecnológicos como matemáticos y posibilidad de modelar. Tras preguntar a los docentes sobre las ventajas que proporcionan los docentes la modelación, se obtuvo la siguiente información.

## Cuadro 2

---

<sup>4</sup> Docentes de Matemática con estudios de postgrado relacionados con tecnología, egresados del Instituto Tecnológico de Costa Rica o docentes de Matemática con amplia experiencia en el uso de TIC.

**Ventajas de la modelación de funciones  
para el aprendizaje de las mismas.**

Ventajas	Cantidad de docentes
Mejor comprensión de los contenidos	10
Aplicación del contenido en la vida real	6
Mayor interés por su estudio	3

Dos terceras partes de los docentes aseguran que la modelación matemática permite una mejor comprensión de los contenidos de funciones lo que aumenta las posibilidades de que un estudiante interiorice un concepto, un teorema o cualquier otro aspecto matemático. Al cuestionar a los profesores, sobre las ventajas del software como recurso tecnológico y apoyo educativo al desarrollar los contenidos de funciones, se obtuvo información importante que se resume en el cuadro 3.

**Cuadro 3  
Principales ventajas del software como recurso tecnológico  
al impartir contenidos de funciones**

Ventaja	Cantidad de expertos	Cantidad de docentes
Dinamismo y manipulación	8	5
Visualización de conceptos y procesos	7	5
Construcción de conceptos	4	5
Clases no tradicionales	4	4
Exploración y descubrimiento	4	4
Inversión de tiempo en razonamiento y no cálculos numéricos	2	3

Se puede observar que el software es considerado dinámico y manipulable, propiciando la visualización, por ambos grupos de docentes. En menor medida, rescatan como ventaja el que sea utilizado para aminorar cálculos numéricos. Los expertos acentúan la importancia de que el docente debe asumir un rol de mediador, guía, debe planear las actividades prestando atención a las fortalezas y debilidades del software, para el logro de los objetivos.

## 6. Conclusiones

A continuación se exponen las principales conclusiones obtenidas tras la aplicación de la guía didáctica.

El software *GeoGebra* tiene gran aceptación entre los docentes expertos y en ejercicio, porque la interfaz del software facilita la interacción con el usuario final, permite adaptar el software a la

metodología y actores del proceso, admite la modelación de situaciones del entorno, ofrece herramientas como: graficación, análisis del comportamiento de preimágenes respecto a imágenes, manipulación del criterio de la función, análisis el dominio de una función, entre otras.

La mediación pedagógica es el eje principal de cualquier actividad educativa. La orientación y planificación del docente al ejecutar estas actividades son proporcionales al éxito alcanzado.

La contextualización de los contenidos de Funciones permite al estudiante conocer la aplicación de la Matemática e interesarse por su estudio.

Los docentes coinciden que las TIC propician ambientes de aprendizaje dinámicos, que permiten la visualización, la manipulación con ello, la exploración y por consiguiente el descubrimiento, lo que aleja del panorama tradicional.

## 7. Bibliografía

Bagni, G. (2004). Una experiencia didáctica sobre funciones, en la escuela secundaria. *Revista Latinoamericana en Investigación en Matemática Educativa*. 7.(1). 5-23. Recuperado el 12 de mayo del 2011 de <http://www.clame.org.mx/relime.htm>

Botta, R., Etcheverry, N y Reid. M. (2000). Integrando las tics y la modelización matemática en el aula. Recuperado el 25 de julio del 2011 de [http://www.aba-argentina.com/actividades/premios\\_aba/2009/PDF/PrimerPremio-IntegrandolasTICsylaModelizacionMatematicaenelAula.pdf](http://www.aba-argentina.com/actividades/premios_aba/2009/PDF/PrimerPremio-IntegrandolasTICsylaModelizacionMatematicaenelAula.pdf)

Castro, N., Pia, A., Botta, R., Prieto, F., Dal Bianco, N., Martínez, S., Lee, Y. (2009). *Concepciones de docentes sobre enseñanza-aprendizaje del tema funciones*. Sexto Ciemac. Costa Rica. Recuperado el 28 de enero del 2011 de [http://www.cidse.itcr.ac.cr/ciemac/6toCIEMAC/Ponencias/Concepciones\\_DalBianco.pdf](http://www.cidse.itcr.ac.cr/ciemac/6toCIEMAC/Ponencias/Concepciones_DalBianco.pdf)

Lupo, L. (2005). Dominio de funciones matemáticas en estudiantes de ingeniería de la Universidad Católica Andrés Bello. *Revista Científica Ciencias Humanas* 1(2). 4-23. Recuperada el 1º de febrero del 2011 de <http://redalyc.uaemex.mx/pdf/709/70910202.pdf>

Mesa, Y. & Villa, J. (2007). *Elementos históricos, epistemológicos y didácticos para la construcción del concepto de función cuadrática*. Recuperado el 25 de mayo del 2011 de [http://201.234.71.135/portal/uzine/volumen21/articulos/5\\_Funciones\\_cuadr%C3%A1ticas.pdf](http://201.234.71.135/portal/uzine/volumen21/articulos/5_Funciones_cuadr%C3%A1ticas.pdf)

Ministerio de Educación Pública. (2006). Programas de Estudio de Matemática: Educación Diversificada. San José, Costa Rica.

- Mora, F. & Barrantes, H. (2008). ¿Qué es matemática? creencias y concepciones en la enseñanza media costarricense. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*. 3(4) 71-81. Recuperado el 14 de mayo del 2011 de [http://cimm.ucr.ac.cr/cuadernos/cuaderno4/cuaderno4\\_c4.pdf](http://cimm.ucr.ac.cr/cuadernos/cuaderno4/cuaderno4_c4.pdf)
- Ortiz, J., Rico, L. y Castro, E. (2006). *Uso de la Modelización Matemática en Actividades Didácticas. Análisis de una situación problema*. Recuperado el 18 de julio del 2011 de <http://cumbia.ath.cx:591/pna/Archivos/OrtizJ04-2859.PDF>
- Salett, M. y Hein, N. (2004). Modelación Matemática y los desafíos para enseñar Matemática. *Revista Educación Matemática. Santillana*. 16 (2). 105-125. México. Recuperado el 16 de mayo del 2011 de <http://redalyc.uaemex.mx/pdf/405/40516206.pdf>
- Urzúa, I. (2009). *Elaboración de recursos didácticos para la enseñanza de la Matemática*. Santiago, Chile. Recuperado el 10 de febrero del 2011 de <http://www.enlaces.udec.cl/congreso/documentos/TICC/1.pdf>
- Villa, J. (2010). La Modelación Matemática en el currículo. Elementos para la discusión. *Memoria 11° Encuentro Colombiano de Matemática Educativa*. Recuperado el 14 de mayo del 2011 de [http://funes.uniandes.edu.co/907/1/Asocolme\\_2010.pdf](http://funes.uniandes.edu.co/907/1/Asocolme_2010.pdf)

## 7. Anexos

### Actividad # 1

#### Lea la siguiente actividad

El parque central de una ciudad tenía una pequeña fuente. Carlos, que pasaba por el parque, se preguntó cómo se podía describir el desplazamiento del chorro de agua. Tomó una fotografía del chorro. Ver F del chorro. Ver Figura 1. Posteriormente hizo las siguientes suposiciones:

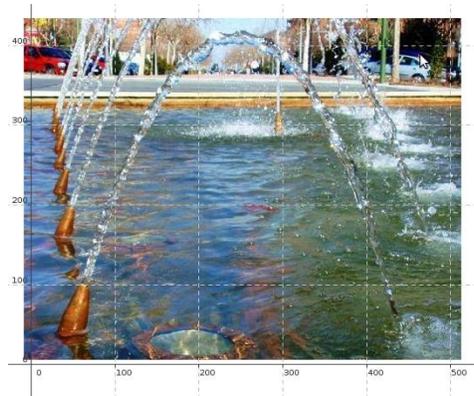
1. La presión del chorro es constante. Esto significa que el desplazamiento del agua siempre será el mismo.
2. El viento no afecta la trayectoria del chorro del agua.



Figura 1. Chorro de agua

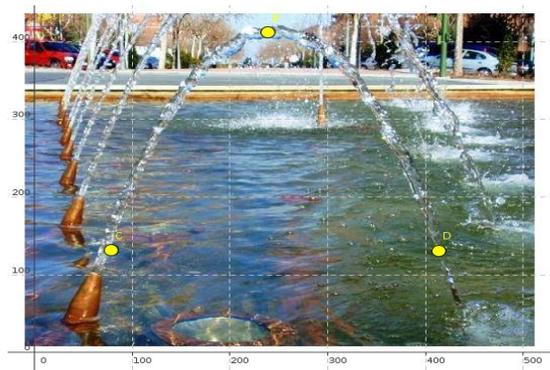
Le solicitó a un amigo matemático que realizara un modelo que describiera la trayectoria. El amigo ubicó la imagen en un eje de coordenadas para analizar la trayectoria del chorro de agua. Ver figura 2.

**Figura 2.** Imagen de Chorro de agua sobre un eje de coordenadas



Luego, colocó algunos puntos (Ver figura 3 )

**Figura 3.** Imagen de Chorro de agua sobre un eje de coordenadas con los puntos amarillos



y obtuvo algunas las siguientes coordenadas:

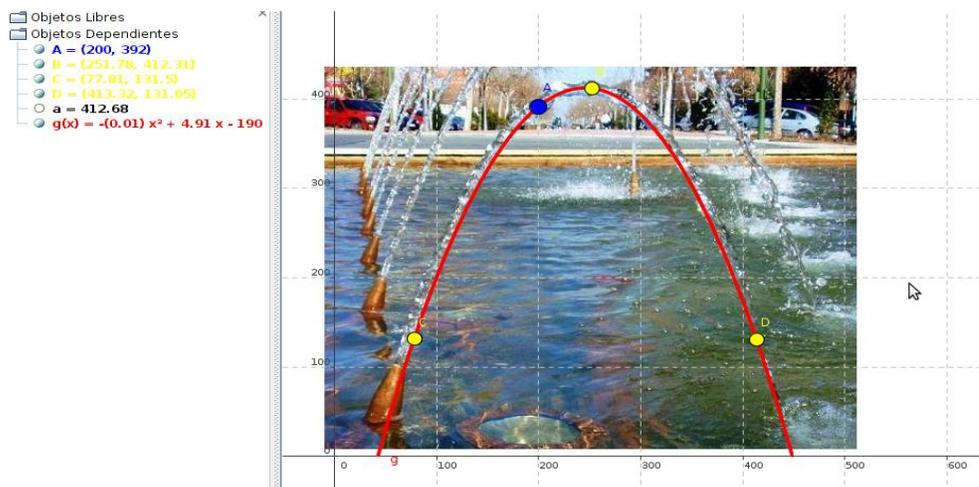
<b>x</b>	247	413.1899	7781
<b>y</b>	412.68	131.5	131.5

y construyó el siguiente modelo:

$$g(x) = -0.01x^2 + 4.91x - 190$$

Con esto se estableció un modelo y graficó la trayectoria del chorro de agua. Observe la figura 4.

**Figura 4.** Gráfica del modelo de la trayectoria del chorro del agua



Ahora necesitamos ayudarle a Carlos a analizar la trayectoria del chorro de agua.

1. Abra el archivo chorro.ggb con el software GeoGebra. El software le presentará la imagen con la fotografía tomada por Carlos, el sistema de coordenadas y una gráfica del modelo que construyó el amigo, igual que en la figura 4.
2. Con el punto azul seleccionado con el puntero, deslícelo por la gráfica.  
¿Qué sucede con las coordenadas marcadas en azul ubicada en la ventana izquierda del software? Observe que cada punto posee dos coordenadas. La primera se asocia al valor del eje X y el segundo con el eje Y.
3. ¿Puede conocer las coordenadas del punto de la gráfica al deslizar el punto sobre la gráfica? ¿Cuál son las coordenadas del punto?
4. ¿Cuál es el intervalo sobre el eje X que permite al punto ser deslizado? Puede ayudarse deslizando el punto azul y ver el comportamiento de la primera componente del punto verde.
5. ¿Cuál es el intervalo sobre el eje Y que permite al punto ser deslizado? Puede ayudarse deslizando el punto azul y ver el comportamiento de la segunda componente del punto turquesa.
6. Deslice el punto azul únicamente a la izquierda del punto más alto. Es decir, cuando el punto va hacia “arriba” ¿Cómo se comportan las primeras componentes respecto a las segundas componentes?
7. Deslice el punto azul únicamente a la derecha del punto más alto. Es decir, cuando el punto va hacia “abajo” ¿Cómo se comportan las primeras componentes respecto a las segundas componentes?

8. ¿Cómo le explicaría a Carlos el comportamiento de la trayectoria del chorro de agua respecto al desplazamiento horizontal y vertical del punto azul?

# Innovando hacia la virtualidad en un curso de Estructuras Discretas

Master Enrique Vílchez Quesada<sup>1</sup>

Bachiller Johnny Flores Araya<sup>2</sup>

**Resumen:** una de las principales preocupaciones dentro de las carreras universitarias, la constituye los bajos índices de aprobación demostrados por los alumnos en cursos relacionados con matemáticas. Tal es el caso de la materia *EIF-203 Estructuras Discretas para Informática*, que se imparte en la Escuela de Informática de la Universidad Nacional de Costa Rica (UNA). Como consecuencia de estos antecedentes, la cátedra de este curso ha desarrollado una propuesta innovadora, complementando su enfoque tradicional mediante el uso de diversas herramientas convergentes hacia una modalidad educativa virtual. Mediante el presente trabajo se describe el diseño instruccional desarrollado, que podría servir de base para implementar otras experiencias docentes similares.

## 1. Introducción

El curso *EIF-203 Estructuras Discretas para Informática* forma parte del currículo del plan de estudios de la carrera *Ingeniería en Sistemas de Información* en la Universidad Nacional de Costa Rica. Desde el año 2006 y hasta el período lectivo 2010, la materia ha venido mostrando un porcentaje de reprobación cercano al 40%, un índice alarmante para una carrera recientemente re acreditada por el Sistema Nacional de Acreditación de la Educación Superior (SINAES).

Dentro de la cátedra de este curso una de las hipótesis principales relacionada con los altos índices de reprobación y repitencia, se vincula con la naturaleza teórico-práctica de los contenidos a desarrollar en áreas directamente vinculadas con matemáticas, tales como: inducción, conteo, relaciones de recurrencia, complejidad de algoritmos, teoría de grafos, teoría de árboles, autómatas de estado finito y, lenguajes y gramáticas.

Como producto de estos procesos de reflexión, y con ayuda del asesoramiento brindado por el Mster. José Luis Córlica, quien participó durante el año 2010 como profesor pasante de la Escuela de Informática de la UNA, se desarrolló un diseño instruccional para el curso *EIF-203* cuyo objetivo reside en combinar estrategias de enseñanza y aprendizaje tradicionales con otros recursos orientados a una modalidad de carácter virtual, específicamente se identificaron cuatro áreas de contenido problemáticas: inducción, conteo, aplicaciones de la teoría de grafos y aplicaciones de los árboles binarios como estructuras de datos.

---

<sup>1</sup> Profesor de la Escuela de Informática de la Universidad Nacional de Costa Rica, email: [evilchez@una.ac.cr](mailto:evilchez@una.ac.cr).

<sup>2</sup> Profesor de la Escuela de Informática de la Universidad Nacional de Costa Rica, email: [johnnyfloresaraya@gmail.com](mailto:johnnyfloresaraya@gmail.com).

En la actualidad se está preparando la implementación del diseño instruccional generado y se espera poner en práctica algunas de las actividades diseñadas durante el año 2012. Creemos que el aporte más importante de esta propuesta, se enmarca en la metodología de desarrollo expuesta, al brindar una guía didáctica para construir experiencias docentes con características similares.

## **2. ¿Qué es el diseño instruccional?**

El término diseño instruccional está relacionado con la enseñanza programada acuñada dentro de su teoría de aprendizaje por Skinner (Espiro, 2008). En la actualidad es entendido como un proceso sistemático que apunta al análisis de necesidades educativas y de los procesos de planificación educacionales en su conjunto, tales como: objetivos, actividades, experiencias de evaluación y seguimiento continuo (Grupo ACET, 2010).

Según Berger y Kam (1996) citados en Grupo ACET (2010), el diseño instruccional se define como: “el desarrollo sistemático de los elementos instruccionales, usando las teorías del aprendizaje y las teorías instruccionales para asegurar la calidad”. De acuerdo con este enfoque, el diseño debe estar en concordancia con un modelo pedagógico orientador, definido por la institución educativa donde se aplique. Además, en un sentido más pragmático, el fin primordial de su desarrollo, reside en la planificación previa que conduce a los grupos docentes a reflexionar sobre sus propios procesos de enseñanza, las estrategias de aprendizaje que promueven y los recursos pedagógicos necesarios que generen el puente conciliador entre un escenario actual y otro ideal.

El cambio promovido por la reflexión personal o grupal en el diseño instruccional, obliga necesariamente a los educadores a pensar y repensar en los constructos cognitivos y su peso en términos de la importancia relativa que se les otorga en la práctica profesional. Este peso dependiendo del modelo aplicado, puede ser medido en términos del tiempo que el docente toma para abarcar el desarrollo del contenido dentro del salón de clase. Otras formas de análisis se pueden derivar a través del establecimiento de respuestas a preguntas generadoras, tales como: ¿qué se pretende que los estudiantes aprendan?, ¿cuáles actividades son significativas para ello?, ¿qué se debe evaluar?, ¿cuáles son los indicadores de logro dentro de las experiencias de evaluación?, entre otras (Córica, 2010).

En general el diseño instruccional debe ser comprendido entonces como un diseño metodológico que, particularmente en el campo de la educación virtual, ofrece nuevas oportunidades de innovación combinando las formas de comunicación y enseñanza tradicionales, con las utilizadas por las nuevas generaciones (Córica, 2010).

### 3. Modelo de diseño instruccional

Existen diversos modelos de diseño instruccional dependiendo de la teoría de aprendizaje que sustenta el proceso y la institución educativa que lo implemente. No hay ninguna fórmula mágica al respecto, sin embargo, sí existen algunas guías generales que pueden proporcionar un esquema metodológico de trabajo. Para efectos de la presente propuesta se utilizó un modelo planteado por el profesor José Luis Córca durante su visita a la Universidad Nacional de Costa Rica en el año 2010.

El modelo se basa en el uso de tres tablas de diseño:

- Una tabla inicial donde habiéndose identificado los problemas educativos más importantes, desglosa por objetivos, peso y tiempo asignado el desarrollo de las distintas actividades instruccionales.

Asignatura			
Profesores			
Tabla de diseño instruccional			
	Objetivo	Peso Relativo	Tiempo Asignado
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10		n	n

- Una segunda tabla de diseño instruccional, que contempla los siguientes elementos: semana, unidad, tema, objetivo, actividad, material, medio de entrega, inicio, fin, criterio de evaluación y recuperación.



través de un seminario dirigido por el profesor Córlica durante el año 2010, se establecieron algunos puntos en común por parte de los docentes que han constituido este equipo de trabajo. Se identificaron cuatro unidades temáticas a las que esta propuesta debería atender, a saber: inducción, conteo, aplicaciones de la teoría de grafos y aplicaciones de los árboles como estructuras de datos.

En este contexto se establecieron los siguientes objetivos:

- Comprender y explicar los principios de inducción matemática.
- Resolver ejercicios de conteo previos a la presentación de los teoremas que permiten su resolución.
- Obtener grafos que representen la topología de un problema aplicado y resolverlo a través de un algoritmo desde una perspectiva orientada a objetos.
- Manejar estructuras de datos por medio de árboles, enfatizando en las siguientes operaciones: insertar y eliminar.

El peso relativo y tiempo en términos de sesiones de trabajo se resumen en la siguiente tabla:

<b>Tema</b>	<b>Peso relativo</b>	<b>Tiempo asignado</b>
Inducción	20	3
Conteo	30	2
Grafos	30	2
Árboles	20	3

Se observa cómo, a pesar de existir algunos temas con un peso relativo mayor, esto no significa necesariamente que su tiempo asignado debe ser también mayor, dado que esto depende no del peso relativo, sino de la dificultad didáctica que implica abordar el tema en cuestión, así como del obstáculo cognitivo que puede generar en los estudiantes.

Con respecto a la tabla de diseño instruccional explicada en el apartado anterior, se definieron para cada uno de las áreas de contenido de difícil comprensión por parte de la población estudiantil, los siguientes objetivos operativos, actividades, materiales, criterios de evaluación y de seguimiento o recuperación:

- Tema de inducción.

Objetivo	Actividad	Material	Medio entrega	Criterio de ev.	Recuperación
Que el estudiante comprenda los principios de inducción matemática	Búsqueda de videos en Internet que expliquen el tema	Consigna en el aula virtual	Wiki con el link de cada video buscado por subgrupo de trabajo	Calidad de los videos compartidos en cuanto a: contenido, diseño y guión	Ninguna
Que el alumno explique los principios de inducción matemática	Creación de un video propio por subgrupos	Ninguno	Link de descarga del video elaborado	Calidad de los videos desarrollados en cuanto a: completitud, precisión en el uso del lenguaje matemático, calidad gráfica y contenido	Ninguna
Que los estudiantes evalúen los videos elaborados por sus pares	Premiar el mejor video y justificar su voto con base en los criterios de evaluación	Wiki	Desglose de notas	Participación en la Wiki de acuerdo a los siguiente criterios: profundidad, completitud y objetividad en las evaluaciones	Una semana de prórroga

Es interesante en este sentido resaltar las actividades expuestas en el tema de inducción, dado que se busca el uso de los medios educativos que se encuentran en la Web<sup>3</sup>. Cuando se piensa en el diseño instruccional de un curso que complementa los medios de enseñanza tradicionales con el uso de las tecnologías de información y comunicación, se hace fundamental integrar las herramientas computacionales que las nuevas generaciones utilizan en su vida cotidiana, esto otorga a los procesos educativos un valor agregado, consistente con las formas de codificación y decodificación de la información y el conocimiento no formal de los *jóvenes .net* (Córica, 2010).

- Tema de conteo.

<sup>3</sup>Por ejemplo, consulte: <http://www.youtube.com/watch?v=mwYudS5KN1k>.

Objetivo	Actividad	Material	Medio entrega	Criterio de ev.	Recuperación
Que el alumno se enfrente a la problemática de resolución de ejercicios de conteo, previo a la presentación de los teoremas involucrados en este tema	-Presentar problemas de fácil comprensión sobre permutaciones y combinaciones, con y sin repeticiones, sin la base teórica de conteo -Resolver problemas básicos de probabilidades	-Archivo en PDF -Quiz	-Foro y Wiki de discusión -Quiz en línea	-Participación consistente, respetuosa y crítica -Premiación con puntos extra a las mejores soluciones de los problemas planteados	Ninguna

▪ Tema de grafos.

Objetivo	Actividad	Material	Medio entrega	Criterio de ev.	Recuperación
Que el estudiante enfrente el desafío de la resolución de un problema típico de grafos sin conocer la teoría de grafos	Planteamiento de un problema (foro de resolución por grupo)	Foro y material escrito en PDF	Wiki	-Representación gráfica -Profundidad de la respuesta	Ninguna
Que el estudiante tenga una visión integral del planteamiento y resolución de un problema aplicado a un grafo	Lectura de casos resueltos: -Resolución de quiz sobre los casos resueltos- Resolución de problemas dados al alumno	Archivo en PDF	-Aula virtual -Cuestionario en línea	Rendimiento académico y tipos de errores mostrados en el quiz	Ninguna
Que el estudiante resuelva un problema aplicado a un grafo	Conjunto de problemas	Archivo en PDF	Wiki y foro de discusión	Precisión en la resolución del problema	Una semana de prórroga
Que el alumno resuelva un problema dado el escenario (obtener el grafo y aplicar el algoritmo)	Conjunto de problemas	Archivo en PDF	Wiki y foro de discusión	Metodología de trabajo de resolución	Una semana de prórroga

▪ Tema de árboles.

Objetivo	Actividad	Material	Medio entrega	Criterio de ev.	Recuperación
----------	-----------	----------	---------------	-----------------	--------------

Que el alumno comprenda las operaciones de inserción y eliminación de datos en un árbol	Mostrar al estudiante una aplicación de los árboles	Video de Internet	Wiki y foro de discusión	Participación crítica y profunda en el foro de discusión	Ninguna
Que el alumno aplique las operaciones de insertar y eliminar	Pedir al estudiante que haga inserciones y eliminaciones en dos árboles que conozca (por ejemplo, un árbol genealógico) utilizando software	Archivo en PDF y manual del software MaGraDa	Documento escrito con screen shots de resolución de los problemas propuestos	Resolución correcta de los ejercicios en términos teóricos y operativos	Una semana de prórroga

Como ya lo hemos explicado, aún no se ha realizado una prueba piloto que de alguna manera nos permita juzgar el nivel de logro de los estudiantes en términos de su aprendizaje, pese a ello, la propuesta de innovación educativa se constituye en un reto de formación muy importante, por la manera en cómo durante años el curso se ha venido impartido por parte de la población docente. También dentro de la cátedra, se han impulsado otras formas de diseño instruccional, como lo constituye el uso de las redes sociales.

### 5. Otras propuestas de innovación

Las redes sociales representan un fenómeno que de una u otra forma viene condicionando la manera en cómo las nuevas generaciones de estudiantes se comunican e interactúan a través de Internet. Pese a ello y a una gran diversidad de posibilidades de comunicación en el ciberespacio, poco se ha estudiado su efecto en el desarrollo de procesos de enseñanza y aprendizaje.

En esta dirección se ha propuesto un proyecto de investigación en la Escuela de Informática de la Universidad Nacional de Costa Rica, donde se pretende estudiar el uso y efectos de la red social *Facebook* en el contexto del curso *EIF-203 Estructuras Discretas para Informática*.

El diseño pedagógico a través de este entorno de aprendizaje virtual, se enmarcará en el desarrollo de una serie de cuadernos interactivos que serán utilizados por los aprendices a través de *Facebook* como plataforma de interacción. El proyecto de investigación en

docencia, pretende la generación de todos los cuadernos interactivos para desarrollar los contenidos del curso *EIF-203 Estructuras Discretas para Informática*. Se entiende en este contexto como un cuaderno interactivo: una aplicación informática que le permitirá al estudiante profundizar cada una de las temáticas del curso, utilizando como principales recursos de mediación pedagógica animaciones y videos educativos. El proyecto se focaliza en la elaboración de un texto que contempla todos los contenidos del curso *EIF-203*, el desarrollo de todos los cuadernos interactivos para el entorno de *Facebook*, el estudio formal de esta red social desde un punto de vista técnico y pedagógico, el desarrollo de animaciones *Flash* y el diseño educativo que convergerá en una nueva metodología.

El texto a desarrollar consiste en un documento que abordará las principales temáticas de acuerdo con las necesidades cognitivas detectadas dentro de la cátedra. Además, se integrarán una serie de animaciones *Flash* para ofrecer un espacio de profundización donde el alumno tendrá la posibilidad de visualizar problemas y proponer formas de solución. Otro elemento esencial consiste en el diseño pedagógico de una comunidad virtual hacia la búsqueda seria y sistemática de un modelo educativo aplicable a futuras versiones del curso *EIF-203 Estructuras Discretas para Informática*, sea en el entorno de *Facebook*, o bien, en un aula virtual convencional.

## **6. Conclusiones**

Las innovaciones educativas en las instituciones de enseñanza, demandan por parte de los grupos de profesores en sus diversos contextos, transformaciones que deben ser mediadas a través de procesos de reflexión y convencimiento conjunto, de lo contrario, los esfuerzos dentro de las carreras universitarias, se tornan en dicotomías administrativas entre la didáctica real y los escenarios idealizables.

En este sentido, el diseño instruccional visualizado como una herramienta de planificación de acciones futuras en el marco de un proceso educativo completo (temas, actividades, materiales, criterios de evaluación y formas de seguimiento) brinda un aporte fundamental para propiciar cambios metodológicos profundos de una forma sistemática.

La cátedra del curso *EIF-203 Estructuras Discretas para Informática*, ha derivado hacia la búsqueda de nuevas formas de enseñanza y aprendizaje que ha futuro serán evaluadas y validadas en un diseño instruccional continuo, que debe ir evolucionando con el tiempo. El

presente trabajo brinda un aporte esencial en cuanto a la aplicación sistémica del diseño instruccional y esperamos que pueda servir de base para otros cuerpos de profesores con intereses comunes.

## **7. Referencias bibliográficas**

Adaime, I. y otros. (2010). El proyecto Facebook y la posuniversidad. España: Editorial Ariel.

Córica, J y Dinerstain, P. (2009). Diseño curricular y nuevas generaciones, incorporando a la generación .net. Argentina: Editorial Virtual Argentina.

Grupo ACET. (2010).Diseño instruccional, una oportunidad para la reflexión y la mejora. Recuperado el 2 de agosto de 2011, de <http://www.uv.mx/blogs/disenoinstruccional>.

Espiro, S. (2008). Aprendizaje. En: Antología utilizada en el Posgrado de especialización en entornos virtuales del aprendizaje. OEI-Virtual Educa.

Mergel, B. (1998). Diseño instruccional y teoría del aprendizaje. Recuperado el 8 de agosto de 2011, de <http://www.usask.ca/education/coursework/802papers/mergel/espanol.pdf>.

# Introducción a los Conceptos Básicos de Funciones Mediante el Uso de la Resolución de Problemas

Daniel Mena González

Luis Rojas Torres

Ana Vindas Alfaro<sup>1</sup>

## Resumen

Este trabajo consiste en un desarrollo novedoso de los principales contenidos en los conceptos básicos del tema de funciones mediante el uso evidente de la teoría de la resolución de problemas, apoyada en la utilización significativa del contexto y los intereses de los adolescentes de seis colegios del área urbana del cantón de Desamparados.

## Introducción

El presente trabajo se basa en la tesis “Unidad didáctica para la enseñanza del tema de funciones en secundaria, a través de situaciones del entorno”, la cual fue elaborada para obtener el grado de Licenciatura en la Enseñanza de la Matemática de la Universidad de Costa Rica por los estudiantes Minor Castro, Daniel Mena, Erick Pineda, Luis Rojas, Patricia Valverde y Ana Vindas.

En dicha tesis se construyó una unidad didáctica para el estudio de varios contenidos del tema de funciones, utilizando como teoría subyacente, la resolución de problemas. Para este trabajo se decidió presentar un extracto de dicha unidad, donde se evidencie la utilización de la resolución de problemas en la enseñanza de las funciones. Finalmente, se eligió presentar en este estudio, el uso de la teoría estudiada en los conceptos básicos del tema de funciones.

Para iniciar con el desarrollo del trabajo, se presentará una pequeña reseña teórica sobre la resolución de problemas, posteriormente se mostrarán ejemplos de la unidad didáctica elaborada en el trabajo final de graduación, donde se presente la utilidad que tiene dicha teoría en el proceso de aprendizaje.

## Referente teórico

---

<sup>1</sup>Daniel Mena González: Docente de la Universidad de Costa Rica y educación secundaria. Email: [daniel.menagonzalez@ucr.ac.cr](mailto:daniel.menagonzalez@ucr.ac.cr)

Luis Rojas Torres: Docente investigador del Instituto de Investigaciones Psicológicas de la Universidad de Costa Rica. Email: [luismiguel.rojas@ucr.ac.cr](mailto:luismiguel.rojas@ucr.ac.cr)

Ana Vindas Alfaro: Docente del Instituto de Alajuela. Email:

En esta sección se expondrá primeramente, la importancia de la resolución de problemas, luego la definición de problema y finalmente los elementos inherentes de la teoría estudiada.

Castro, Mena, Pineda, Rojas, Valverde y Vindas (2011, p.50) mencionan que “la resolución de problemas matemáticos siempre ha sido el corazón de la actividad matemática”. Además mencionan que la evolución de la Matemática se ha dado de la mano de la resolución de problemas, de ahí la importancia de considerar dicha teoría para elaborar una unidad didáctica para introducir los conceptos elementales del tema de funciones.

De igual manera, Sigarreta, Rodríguez y Ruesga (2006) mencionan que la Matemática se fue desarrollando de la mano de los problemas a los cuales se enfrentaba una sociedad, y se llega a la conclusión de que la resolución de problemas fue el propulsor del estudio de la Matemática en cada cultura.

Similarmente, Santos (2007) hace alusión a la importancia de la resolución de problemas, al mencionar que bajo esta perspectiva, la práctica de la Matemática está en estrecha relación con el aprendizaje de los estudiantes.

Por otro lado, Polya (1981) expone sobre la importancia de la resolución de problemas al presentarlo como una estrategia que permite la generación del conocimiento de una manera natural, esto es, mediante el descubrimiento. Él menciona que se les debe dar la oportunidad a los estudiantes de primero imaginar el conocimiento matemático a impartir, antes de ser presentado propiamente, tal y como se hace cuando se enseña Matemática formal a un matemático puro.

Ahora, una vez presentada la relación e importancia de la resolución de problemas con la Matemática, se procederá a definir que es un problema en sí. Según Santos (2007, p. 51), un problema es una tarea o situación que cumple con las siguientes características:

- La existencia de interés ya sea de un individuo o un grupo de personas por resolverlo.
- No posee solución inmediata, o no existe un procedimiento que garantice el hallazgo directo de la solución.
- Permite la existencia de varios caminos correctos para encontrar la solución, incluso hasta varias soluciones.
- Alguna de las personas interesadas, realice las acciones necesarias para resolverlo.

De la definición anterior se deduce que un verdadero problema debe ser atractivo para el resolutor, por lo cual surge la necesidad de indagar en el público enseñado, sobre las situaciones y temas que realmente les generen interés. Esto es denominado por Castro *et al*(2011) como la noción de significatividad del problema.

Remensal (1999), menciona que los problemas deben presentar la condición de que para su resolución se necesite de un abordamiento estratégico, coincidiendo con Santos en que la solución no puede ser directamente observable

Finalmente, se menciona los elementos que categorizan la resolución de problemas según Schoenfeld (1985), estos son: a) los recursos, los cuales hacen referencia a los conocimientos previos, b) las heurísticas, que son las estrategias para solucionar un problema, c) el control, el cual está asociado a las decisiones sobre qué recursos y heurísticas utilizar y d) el sistema de creencias, el cual tiene que ver con la visión matemática que tienen el individuo del mundo.

### **Metodología**

Para seleccionar las situaciones presentadas en la unidad didáctica, se hizo un proceso de recolección de datos en seis de los colegios del área urbana del cantón de Desamparados, el cual consistió en la aplicación de cuestionarios a los estudiantes, en los cuales se investigaba sobre sus intereses; también se realizaron observaciones no participantes en las clases sobre funciones de los profesores que instruían a los estudiantes entrevistados; además a dichos profesores se les realizaron entrevistas, en las cuales se indagó sobre cómo mejorar la enseñanza del tema de funciones.

### **Conceptos básicos de función desde la aplicación**

Se ha decidido desarrollar los conceptos básicos asociados al de función en vista que los mismos resultan ser elementos comunes en todos los tipos de funciones: lineal, cuadrática (desarrolladas en la unidad didáctica), así como en exponencial, logarítmica y trigonométrica. Para una función se analizaron los conceptos: dominio, codominio, ámbito, preimagen, imagen (cálculo de estas), criterio, gráfico, gráfica, y régimen de variación

A continuación se presenta una selección de situaciones recomendadas al docente para que éste al desarrollarlas el estudiante logre la adquisición del conocimiento deseado. Es importante aclarar que el docente debe hacerle ver a los estudiantes que dichos contenidos siempre los ha estado usando y lo único particularmente nuevo es el nombre con el que se denomina cada uno.

#### *Dominio, codominio*

Acontecimientos tan comunes como el alquiler de un auto por parte de los extranjeros que visitan nuestro país o bien conversiones entre temperaturas que los estudiantes realizan desde etapas tempranas de su escolaridad dan pie para desarrollar conceptos elementales en funciones. En tanto, los conocimientos previos resultan fundamentales en la resolución de un nuevo problema, los cuales brindarán a los estudiantes elementos importantes para la búsqueda de la solución a la interrogante planteada.

La fórmula

$$F = 1,8C + 32$$

establece una relación entre la temperatura en grados Fahrenheit y en grados Celsius, donde  $F$  representa la temperatura medida en grados Fahrenheit y  $C$  la temperatura medida en grados Celsius.

Para este ejemplo que hace alusión que la forma más común de representar temperaturas es con números positivos (sobre cero) y números negativos (bajo cero), y así se puede encontrar temperaturas muy altas como en el núcleo de la Tierra, la temperatura de las estrellas, la temperatura de Mercurio, así como temperaturas bastante bajas en los polos, el cero absoluto, la temperatura del espacio, la temperatura en Plutón, entre otros.

Por ende, se afirma que las preimágenes (temperaturas en grados Celsius) se encuentran definidas para todos los números reales ( $\mathbb{R}$ ), hecho que también se da para las imágenes (temperaturas en grados Fahrenheit), esto es dominio y codominio, respectivamente. Por supuesto que debe tenerse claro que no se cuenta con datos que respalden temperaturas extremadamente altas o bajas, por lo tanto se podría limitar más los conjuntos en los cuales se definen ambas variables.

#### *Cálculo de preimagen e imagen*

Desde la educación primaria los estudiantes realizan cálculo de imágenes y preimágenes al determinar perímetro, área y volumen de cuerpos geométricos, incluso con funciones de varias variables. Por esto un planteamiento como el siguiente podría resultar relativamente fácil para el o la estudiante de décimo año, además se evidencia una situación de la realidad que se encuentra ligada a un contenido matemático y que probablemente desconozca, lo cual puede generar curiosidad en los mismos estudiantes.

La longitud prenatal de un feto de más de 12 semanas de gestación se puede medir por ultrasonido y está modelada por

$$L = 1,5s - 6,9$$

en la cual  $s$  representa el número de semana y  $L$  representa la longitud del feto en centímetros

Se desea saber ¿cuál será la estatura de un bebé cuando nazca y en qué semana de gestación un feto mide  $50,1 \text{ cm}$  ?

Como en todas las situaciones planteadas para el trabajo de los conceptos planteados, se insiste en que la relación entre las semanas y la longitud del feto corresponde a una función donde podemos considerar el dominio como el conjunto  $\{1, 2, 3, \dots, 40\}$ , aunque también es acertado referirse a la semana 3,5 (todo depende del consenso al que se llegue) Es importante notar que la duración promedio de un embarazo es 40 semanas.

El codominio se puede asumir como  $\mathbb{R}^+$  ya que las longitudes del feto sólo son números positivos, y por esto el ámbito de dicha función corresponde particularmente a cada una de las 40 longitudes del feto en la respectiva semana.

Si se desea saber la estatura del bebé cuando nazca, significa que se debe obtener  $L$  cuando  $s = 36$ , esto es

$$L = 1,5 \cdot 36 - 6,9$$

$$L = 54 - 6,9$$

$$L = 47,1$$

Por lo tanto cuando nazca el bebé su estatura será  $47,1 \text{ cm}$

Para determinar la semana  $s$  en la que el feto midió  $L = 50,1$ , se sustituye este valor en la fórmula para obtener la siguiente ecuación

$$50,1 = 1,5s - 6,9$$

Despejando la variable  $s$

$$\begin{aligned}50,1 &= 1,5s - 6,9 \\50,1 + 6,9 &= 1,5s \\57 &= 1,5s \\ \frac{57}{1,5} &= s \\38 &= s\end{aligned}$$

se concluye que el feto midió 50,1 *cm* en la semana 38

Posteriormente el o la docente institucionaliza el conocimiento de los estudiantes al mencionar que en casos como estos, identificada previamente la variable cuyo valor se da, únicamente se debe sustituir el valor en el criterio y se debe proceder a: resolver una ecuación o realizar un cálculo de valor numérico.

#### *Intersecciones con los ejes de la gráfica de una función*

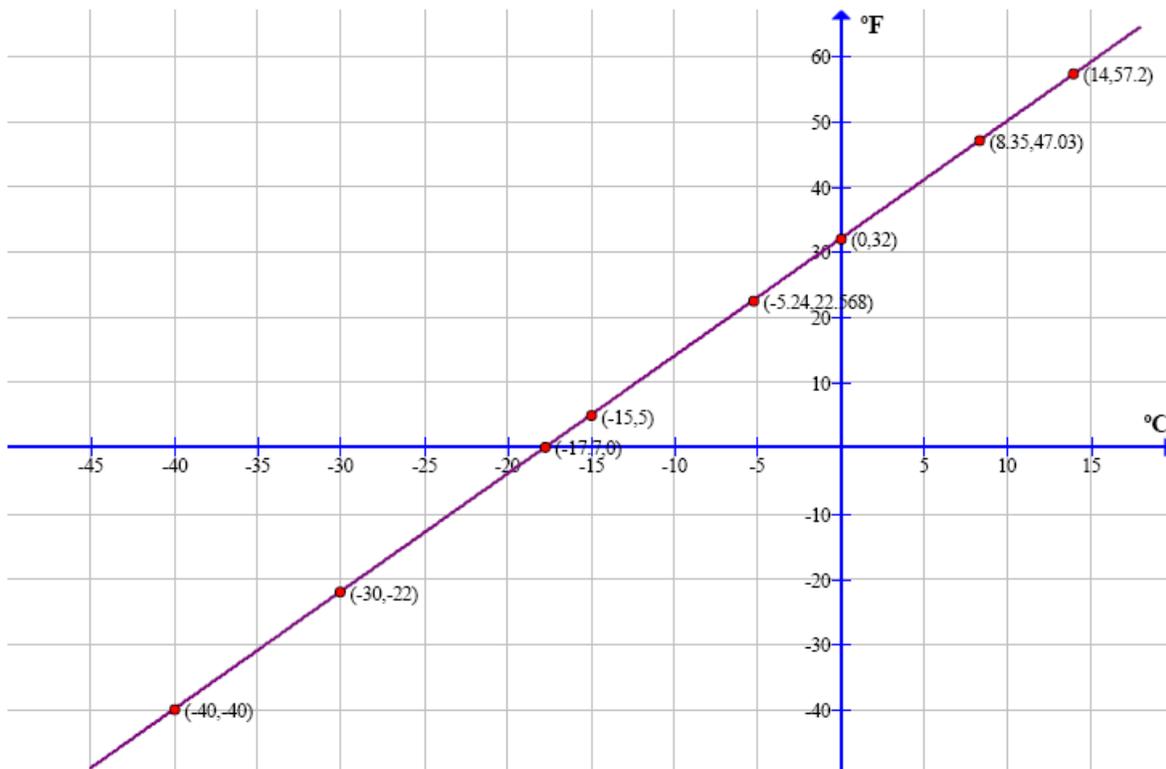
Para el análisis de este concepto, previamente se desarrollaron, igual forma con ejemplos concretos y cercanos al estudiante: plano cartesiano, gráfico y gráfica. Se pretende que los mismos generen un reto al estudiante en la búsqueda de una heurística para la solución del problema planteado. A continuación se extrae un ejemplo donde el estudiante debe realizar una traslación entre las notaciones gráfica y algebraica de una función para desarrollar otro concepto asociado a la misma (intersecciones con los ejes coordenados)

Retomando la función entre temperaturas en grados Celsius y Fahrenheit, es posible afirmar que

- ✓ Para los  $0^{\circ}C$  le corresponde  $32^{\circ}F$
- ✓ Los  $0^{\circ}F$  están asociados con  $-17.7^{\circ}C$

Esto es para el gráfico de la función:  $(0,32)$  y  $(-17.7, 0)$  y contando con más pares ordenados se realiza un esbozo de la gráfica así:

Imagen 1. Gráfica de función temperatura



Lo que se desea evidenciar es que los pares ordenados indicados anteriormente, en la gráfica quedan exactamente sobre los ejes de coordenadas y cuándo esto sucede, dichos pares reciben el nombre de intersecciones con los ejes.

Luego se pretende desarrollar el concepto de intersecciones con los ejes pero con un manejo algebraico del criterio de una función con el siguiente enunciado:

La relación entre el tiempo de uso de una moto y su valor comercial corresponde a una función y está modelada con el criterio

$$v(t) = -150t + 26400$$

donde  $t$  es el tiempo en meses y  $v(t)$  el valor en dólares

Se desea aclarar dos interrogantes: ¿Cuál fue el precio de la motocicleta cuando era nueva? y ¿En cuántos meses no tendrá ningún valor comercial?

Este problema pretende llevar al estudiante a un proceso de análisis donde se logre determinar que las interrogantes se encuentran asociadas con el concepto previamente desarrollado, y particularmente que se de la interpretación adecuada en el ámbito de la situación planteada.

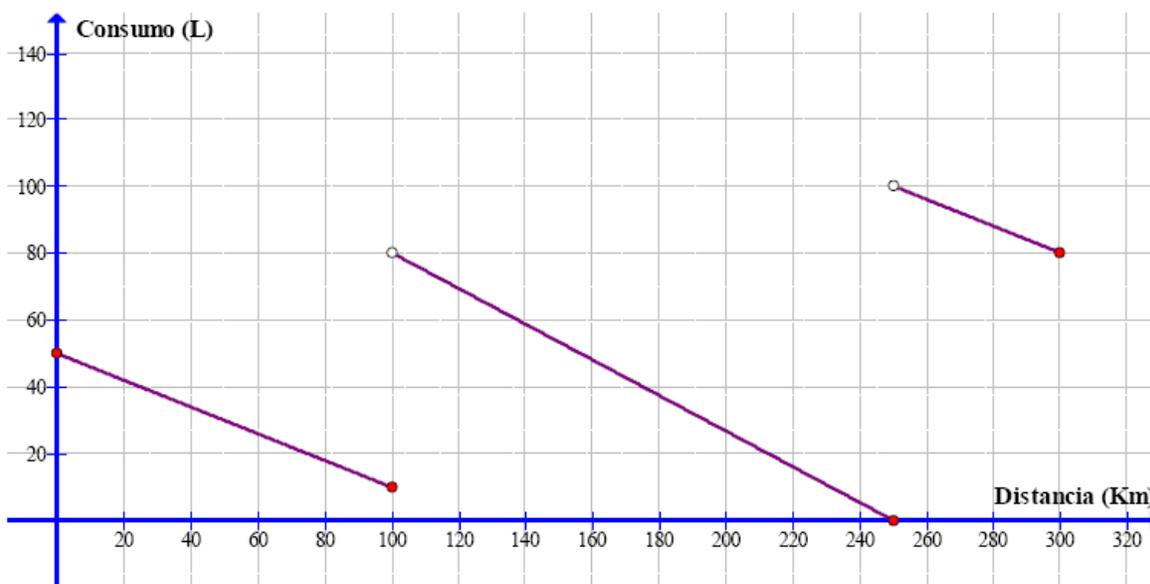
### Monotonía de funciones

El régimen de variación o monotonía de funciones se presentó esencial a los estudiantes de forma gráfica con el objetivo que los mismos puedan identificar en qué conjuntos la gráfica presenta “ascensos y descensos”, es decir, crece o decrece, o bien estrictamente.

Un ejemplo resalta en su importancia, puesto que la gráfica no es común en la enseñanza del tema de funciones en secundaria, además del potencial para explotar más conceptos asociados a una función; entre estos los conocimientos anteriores adquiridos sobre funciones (lectura de gráfica para determinar dominio, ámbito, preimagen, imagen), adquisición de sentido real para el estudiante de la situación planteada e interpretación de los resultados matemáticos en la situación-problema.

**Consumo de combustible.** La relación que existe entre la cantidad de diesel que hay en el tanque del automóvil de Luis después de cierta distancia recorrida corresponde a una función y está representada por la siguiente gráfica

Imagen 2. Gráfica de función distancia/consumo



Como es natural conforme se recorra una mayor distancia la cantidad de combustible irá disminuyendo hasta que Luis se detenga y llene el tanque. Esto significa que en los recorridos (preimágenes) de  $[0, 100]$ ,  $]100, 250]$  y  $]250, 300]$  la cantidad de diesel (imágenes) fue descendiendo, pues por ejemplo, en el primer recorrido, Luis salió de su casa con 50 litros de diesel en el tanque (no había recorrido ninguna distancia), y cuando llevaba 100 Km. le quedaban 10 litros de diesel.

En dichos intervalos la función es decreciente, incluso se puede afirmar que es estrictamente decreciente en cada intervalo, pues en cada kilómetro recorrido la cantidad de diesel que queda en el tanque es distinta y menor.

Cabe destacar que esta misma situación se le replantea al estudiante en la sección de ejercicios con interrogantes sobre el ámbito de la función y relación entre preimagen e imagen.

Dichos ejemplos constituyen una muestra de la unidad didáctica elaborada para la enseñanza y el aprendizaje del contenido de funciones a través de situaciones del entorno, en miras que el o la estudiante de décimo año adquiera un conocimiento significativo ligado a su realidad profesional, personal, social, económica, entre otras.

### **Bibliografía**

Castro, M., Mena, D., Pineda, E., Rojas, L., Valverde, P. y Vindas, A. (2011). **Unidad didáctica para la enseñanza del tema de funciones en secundaria, a través de situaciones del entorno.** Tesis para optar al grado de Licenciatura en Enseñanza de la Matemática de la Universidad de Costa Rica.

Polya, G. (1981) **Mathematical Discovery: On understanding, learning and teaching problem solving.** New York. Wiley & Sons, Inc

Santos, L. (2007). **La Resolución de Problemas Matemáticos, fundamentos cognitivos.** Editorial Trillas, México.

Remensal, A. (1999). **Los problemas en la evaluación del aprendizaje matemático en la educación obligatoria: Perspectiva de profesores y alumnos.** Tesis para optar al grado de doctora en Discurso y Notación en el Aprendizaje Escolar de la Universidad de Barcelona.

Sigarreta, J. Rodríguez, J. Ruesga, P (2006). La resolución de problemas: una visión histórico-didáctica. **Boletín de la Asociación Matemática Venezolana**, 13 (1) 53-66.

Schoenfeld, A. (1985). **Mathematical problem solving**. Academic Press Inc., Estados Unidos

# UII - Interfaces Intangibles: el contexto

Franklin Hernández-Castro<sup>1</sup>

Jorge Monge Fallas<sup>2</sup>

## Resumen

El siguiente artículo relata la situación actual (2011) de las interfaces intangibles. Partiendo desde las interfaces actuales y dando un recorrido por las técnicas y enfoques que se le ha dado ha este problema hasta hoy. Tiene un énfasis en los sistemas visuales, dejando de lado los sistemas de reconocimiento de audio, esto solo por razones de espacio y no porque estos sistemas no sean, como los visuales, todos los días más importantes.

Relata las estrategias más usadas en los últimos años tanto en software como en hardware, terminando con una discusión sobre la semántica (o interpretación) de los “signos” percibidos por los sistemas.

Además toma en consideración algunos problemas geométricos de interés relacionados con algunas de estas nuevas interfaces.

En fin pretende dar dar un panorama actual sobre el desarrollo de interfaces y así dar un abanico de opciones que a los usuarios de tecnologías con fines educativos.

## 1. Introducción

El recorrido de las interfaces ha sido largo y tortuoso. Se puede decir que antes de 1984 las interfaces con las que los usuarios interactúan con las computadoras eran líneas de texto, los así llamados command prompt o command-line interface (CLI).

```
[root@localhost ~]# ping -q ta.wikipedia.org
PING text.pmtpa.wikimedia.org (208.80.152.2) 56(84) bytes of data.
 0 packets transmitted, 1 received, 0% packet loss, time 0ms
rtt min/avg/max/mdev = 540.528/540.528/540.528/0.000 ms
[root@localhost ~]# pwd
/root
[root@localhost ~]# cd /var
[root@localhost var]# ls -la
total 72
drwxr-xr-x. 18 root root 4096 Jul 30 22:43 .
drwxr-xr-x. 23 root root 4096 Sep 14 20:42 ..
drwxr-xr-x.  2 root root 4096 May 14 00:15 account
drwxr-xr-x. 11 root root 4096 Jul 31 22:26 cache
drwxr-xr-x.  3 root root 4096 May 18 16:03 db
drwxr-xr-x.  3 root root 4096 May 18 16:03 empty
drwxr-xr-x.  2 root root 4096 May 18 16:03 games
drwxrwx-T.  2 root gdm  4096 Jun  2 18:39 gdm
drwxr-xr-x. 38 root root 4096 May 18 16:03 lib
drwxr-xr-x.  2 root root 4096 May 18 16:03 local
drwxrwxr-x.  1 root root    11 May 14 00:12 lock -> ../run/lock
drwxr-xr-x. 14 root root 4096 Sep 14 20:42 log
drwxrwxr-x.  1 root root   10 Jul 30 22:43 mail -> spool/mail
drwxr-xr-x.  2 root root 4096 May 18 16:03 nis
drwxr-xr-x.  2 root root 4096 May 18 16:03 opt
drwxr-xr-x.  2 root root 4096 May 18 16:03 pReserve
drwxr-xr-x.  2 root root 4096 Jul  1 22:11 rpart
drwxrwxr-x.  1 root root    6 May 14 00:12 run -> ../run
drwxr-xr-x. 14 root root 4096 May 18 16:03 spool
drwxrwxr-x.  4 root root 4096 Sep 12 22:50 tmp
drwxr-xr-x.  2 root root 4096 May 18 16:03 yp
[root@localhost var]# yum search wiki
Loaded plugins: langpacks, presto, refresh-packagekit, remove-with-leaves
rpmfusion-free-updates                               | 2.7 kB      00:00
rpmfusion-free-updates/primary_db                    | 206 kB     00:04
rpmfusion-nonfree-updates                            | 2.7 kB     00:00
updates/metalink                                     | 5.9 kB     00:00
updates                                               | 4.7 kB     00:00
updates/primary_db                                   73% [=====] | 62 kB/s | 2.6 MB 00:15 ETA
```

Fig.1. Interface tipo command prompt usada por la totalidad de los sistemas antes de 1984

A partir de la introducción de la primera computadora Macintosh y el primer sistema operativo que usaba la metáfora de “ventanas”, el mundo de las interfaces gráficas había comenzado.

<sup>1</sup>Instituto Tecnológico de Costa Rica, Escuela de Diseño Industrial, [franklin@skizata.com](mailto:franklin@skizata.com)

<sup>2</sup>Instituto Tecnológico de Costa Rica, Escuela de Matemática, [jomonge@itcr.ac.cr](mailto:jomonge@itcr.ac.cr)



Fig.2. Primera computadora comercial con interfaces gráficas. 1984

Este nuevo tipo de interfaces se aprovecha del aumento en la capacidad de cálculo de los nuevos computadores y permitió investigar una serie de interfaces no convencionales.

De este modo, las primeras interfaces gráficas desarrolladas fueron las así llamadas GUI (del inglés Graphics User Interfaces) que, como se dijo, nació con el sistema de Apple Computers 1.0 y posteriormente migró hacia el sistema Windows de Microsoft, el éxito de una metáfora más intuitiva había conquistado el mundo de las interfaces para siempre.

Más tarde con la entrada del carácter ubicuo de la computación nacieron las TUI (del inglés Tangible User Interfaces) introducidas por el profesor Hiroshi Ishii, del MIT Media Laboratory quien lidera su Tangible Media Group. Estas interfaces funcionan a través de la manipulación de objetos del entorno físico; el caso más común es el "mouse" pero actualmente se investiga con todo tipo de objetos del entorno como adornos, lámparas y demás posibilidades.

Finalmente (para nuestro artículo) encontramos un nuevo grupo de interfaces, éstas se caracterizan por funcionar con medios intangibles IUI (del inglés Intangible User Interfaces). Es decir, se valen de canales de comunicación con la computadora que no requieran de la manipulación de hardware, entre las más comunes están las interfaces por procesamiento de voz y las interfaces por procesamiento de imágenes.

## **2. Audio inputs**

El procesamiento de audio ha sido estudiado durante mucho tiempo como una posibilidad futura de interface intangible. Se podría decir que el “Santo Grial” de las interfaces es la interface por procesamiento de voz, tipo de interfaces que se presenta en la ciencia ficción como la interface más natural de todas pues es la que usamos los seres humanos entre nosotros constantemente.

Como se dijo en la introducción no es el objetivo de este artículo profundizar en este tipo de interfaces sino más bien en las visuales, sin embargo, se decidió poner esta nota por completitud.

## **3. Video inputs**

Por video inputs entendemos, por supuesto, las imágenes que serán “percibidas” por la computadora. Entiéndase que la computadora recibe una serie de imágenes a través de una cámara (cualquier cámara web por ejemplo) y estas imágenes en primera instancia son solo una serie de bytes en la memoria, en las palabras de Ben Fry ““... a computer, without additional programming, is unable to answer even the most elementary questions about whether a video stream contains a person or object, or whether an outdoor video scene shows daytime or nighttime, etc.” [FB07]

Es decir, si queremos que el sistema pueda responder al más elemental gesto (algo como “pasé la página”), debemos estar en capacidad en primera instancia de recibir y analizar una serie de imágenes en tiempo real (un vídeo) y de ahí poder sacar algunas conclusiones.

El primer paso entonces es recibir las imágenes.

### **3.1. Hardware**

En el campo de procesamiento de imágenes comúnmente se usan dos tipos de tecnología: las de procesamiento de imágenes de luz visible y las de procesamiento de imágenes de luz infrarroja.

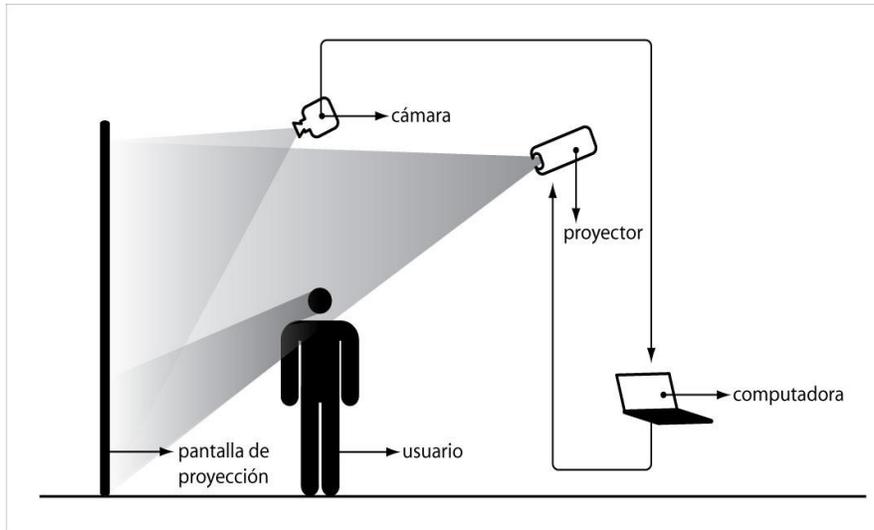


Fig.3. La figura muestra el esquema general de la tecnología de procesamiento de imágenes por luz visible.

En esta figura se ve el circuito que conecta la cámara al computador y ésta a su vez proyecta a través del proyector (video-beam). Una de las principales desventajas de este esquema es que el proyector arroja sombras en la proyección, estas sombras pueden ser usadas también como gestos, es decir, pueden ser leídas e interpretadas por el sistema para decidir las acciones que se tomen y así se cierra el circuito.

La segunda tecnología usa infrarrojos para determinar las acciones del usuario, la figura 4 muestra el circuito básico.

La figura muestra como la retroalimentación del usuario llega a través del cálculo de la posición de sus acciones por parte de la tecnología infrarroja, esto facilita la acción del software pues elimina la interpretación de imágenes de luz visible. Esta información de la posición del usuario puede ser inferida combinando la proyección y las coordenadas infrarrojas. Es decir, con respecto a la propuesta anterior ésta es una solución más compleja en hardware pero menos en software.

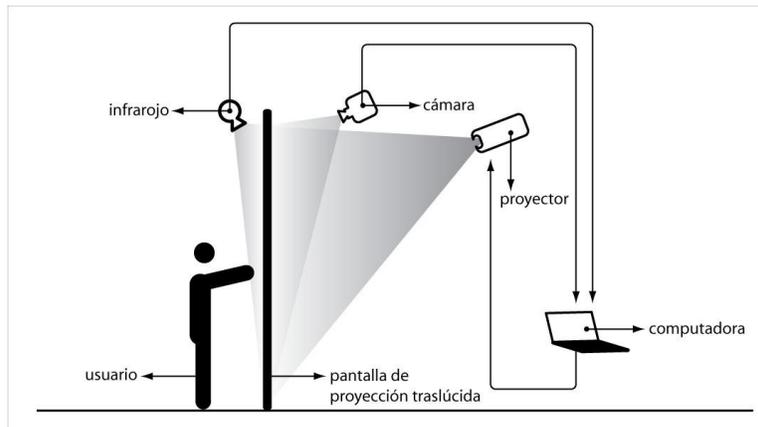


Fig.4. La figura siguiente muestra el esquema general de la tecnología de procesamiento de imágenes por luz infrarroja.

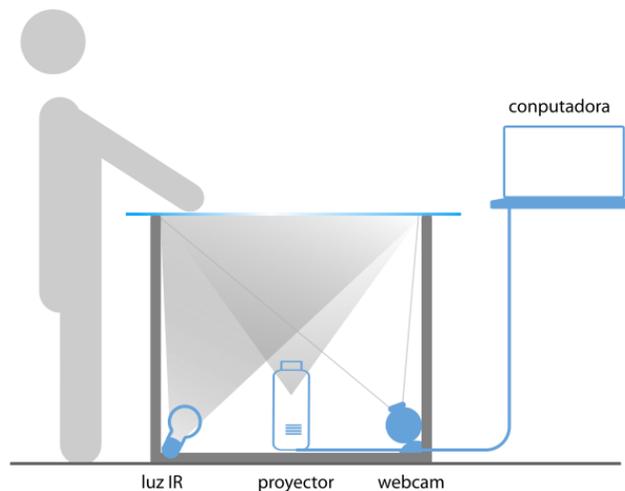


Fig.5. La figura siguiente muestra el esquema general de la tecnología de procesamiento de imágenes por luz infrarroja.

Existe otro caso común de uso de estas tecnologías y es la posibilidad de usar una “caja” en la que se encierran tanto el proyector, como la cámara y la luz infrarroja, la caja está tapada con un vidrio lechoso que sirve para proyectar y deja ver los dedos del usuario o algún símbolo que esté en contacto con este.

De este modo, el usuario puede ver la proyección y al mismo tiempo el sistema, a través de su cámara y la iluminación infrarroja interna, puede “ver” lo que el usuario está haciendo. La luz infrarroja permite que la proyección no interfiera con lo que la cámara percibe de modo que aunque la proyección tenga fondo oscuro la cámara sigue viendo la iluminación infrarroja y con ella los dedos del usuario o algún objeto puesto en la superficie superior de la caja, o mesa.

### 3.2 Software

Como se ha comentado, el reto principal en el ámbito de la visión para computadoras es el hecho de que el video es opaco para la computadora. A diferencia de los datos de texto los datos de video en su forma original (una matriz bidimensional de pixeles) no contienen ninguna semántica intrínseca o algún tipo de información simbólica.

Como resultado una computadora sin programación adicional no está en capacidad de responder ni la más fácil de las preguntas acerca del contenido de un video, ¿si hay personas? ¿Si es de día? ¿Si la imagen es un exterior?

Para tratar de trabajar esta situación se han desarrollado algunas estrategias algorítmicas. En el siguiente cuadro se resumen algunas de ellas:



### 3.2.1. Diferenciación de pixeles

El enfoque de diferenciación de pixeles se basa en la simple idea de comparar los pixeles de un cuadro con el siguiente. Es decir un vídeo es una secuencia de cuadros (a unos 24 cuadros por segundo), haciendo una comparación entre los pixeles de un cuadro con el que le precede se puede inferir algo de información. En este caso específico se conocen tres técnicas específicas:

1. Detección de movimiento: En este caso se trata de comparar todos los pixeles de un cuadro con los del cuadro precedente y medir cuáles de estos pixeles han cambiado

más. Métodos de cálculo de distancias se usan para determinar si un pixel (definido por sus valores en RGB) está más o menos distante que otro. La técnica se basa en que si un pixel cambió de negro a rojo, por ejemplo, esto podría significar que algo en la imagen se está moviendo en esa localidad.

2. **Sustracción de fondo:** Con la misma idea de la técnica anterior, la idea de sustracción de fondo se basa en que los pixeles que no cambian de un cuadro a otro, o que cambian poco (por ejemplo por efectos de la luz) deberían de poder definirse como “el fondo” de la imagen. De este modo y por la definición inversa es posible inferir que el vídeo es la figura que se mueve, la que después será analizada para inferir algo sobre ella (por ejemplo si se mueve de izquierda a derecha o de derecha a izquierda).
3. **Detección de luminosidad por umbral:** Esta técnica funciona por definición de un umbral en el que se puede decidir si algo en la imagen es de un color o luminosidad específica, de este modo se puede buscar en la imagen, digamos, puntos verdes. Comparando los tonos en el canal verde con los demás pixeles se puede llegar a definir dónde están tales puntos. Si es así, es posible decirle al usuario que use guantes cuyas puntas de los dedos son verdes y de este modo monitorear el movimiento de los dedos del usuario.

### **3.2.2. Análisis Geométricos**

En algunas de estas interfaces como es el caso de las interfaces que se muestran en la figura 3 y 4 se requiere de una transformación que permita mapear los puntos de una región cuadrangular (producto de la proyección de un rectángulo sobre una superficie plana en una dirección cualquiera) a una región rectangular dada. La idea es establecer una correspondencia entre la región proyectada y un rectángulo que representa la diapositiva real antes de proyectarse.

En ambos casos se pretende que la computadora interprete algunos gestos que el usuario hace sobre una imagen proyectada, esto implica que la computadora debe “ver” una proyección a través de una cámara (tipo webcam) y a partir de esta imagen inferir alguna acción. Cuando se proyecta una imagen (o presentación) con un proyector (figura 6) desde

una mesa o desde el techo, la proyección se verá inevitablemente deformada en sus proporciones, en este caso la imagen original de forma rectangular se ve deformada en un trapecio con proporciones variadas.

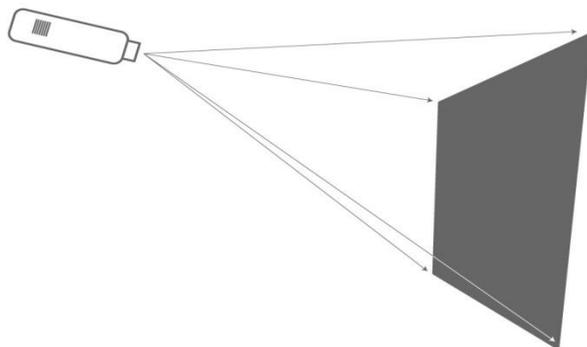


Fig. 6. Situación problema

Esta imagen deformada es la imagen que “verá” la cámara, que a su vez pasa a la computadora. Esta última en realidad solo le importa el rectángulo proyectado y, por supuesto, cualquier actividad (como la señalización de algún punto) al interior de esta proyección. Es decir se necesita en primera instancia la eliminación de todo el espacio alrededor de la proyección (o trapecio deformado) y luego la definición de las coordenadas reales dentro del rectángulo real (antes de proyectar) de algún punto que se esté señalando en la proyección.

Más formalmente el problema gráficamente se presenta como en la figura 7.

Es tipo de transformación es conocida como una transformación proyectiva la cual se caracteriza por no conservar la distancia entre puntos, ni las proporciones, ni los ángulos, ni el paralelismo; lo único que conserva es la colinealidad.

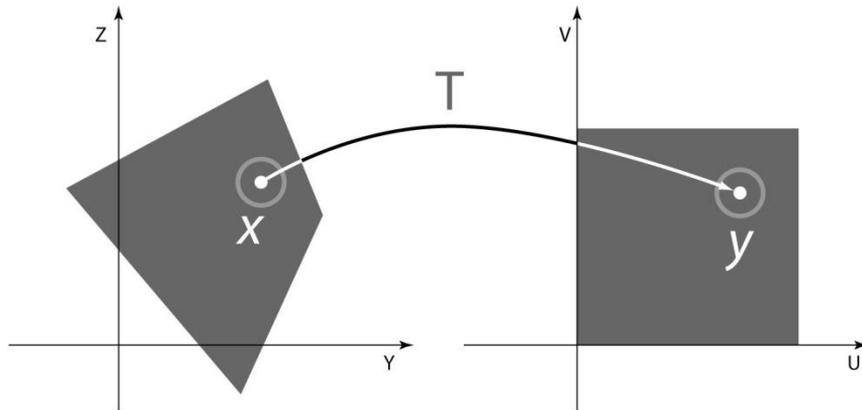


Fig. 7. Transformación proyectiva

Este tipo de problema es tratado por la geometría proyectiva, ésta según García (2007) parte de los dos principios siguientes:

1. Dos puntos definen una recta
2. Todo par de rectas se cortan en un punto. En caso de que las rectas sean paralelas se dice que se cortan en un punto del infinito.

La geometría proyectiva estudia las propiedades del plano proyectivo  $P^2$  que son invariantes bajo un grupo de transformaciones conocidas como proyectividades u Homografías.

Definición 2: Una homografía  $H$  es una transformación biyectiva del espacio proyectivo que viene definida por

$$H : P^2 \rightarrow P^2$$

de forma tal que una línea es transformada en una línea recta.

Al final el problema se resumen en determinar la matriz  $H$  tal que  $y = Hx$  donde  $H$  es una matriz no singular con  $H \in M_{3 \times 3}$  y  $y$  se dice que es la transformación lineal  $H$  de  $x$ . Además  $x, y$  están representadas en coordenadas homogéneas. Bajo estas condiciones un punto en un plano de  $P^2$  tiene una correspondencia única en un punto de otro plano de  $P^2$ . Para mayor detalle pueden consultar Monge y Hernández(2010).

## 5. Semántica

Por supuesto una vez que se tiene la forma o color con que un objeto aparece en una imagen se necesita tener una idea de qué es y qué se puede hacer con eso. A esto se le llama la interpretación semántica de la información y es una de las más difíciles de definir.

Si pensamos en cómo un ser humano sabe que un objeto está más cerca que otro, por ejemplo, tendríamos que referirnos a una serie de inferencias semánticas complejas; el tamaño del objeto por ejemplo, la velocidad con que se mueve, la calidad con que percibimos los detalles, etc. Es de este problema del que estamos hablando y como se puede ver no es un problema trivial.

Al menos dos enfoques se han estudiado en este apartado:

### **5.1. Bases de datos**

La idea principal de las bases de datos (como referente semántico) es tener un banco de imágenes para comparar. Por ejemplo es posible tener una base de datos que tenga una gran cantidad de manos humanas en diferentes posiciones, de este modo una vez que se haya inferido cuál parte de la imagen es el objeto y cuál el fondo (con alguna de las técnicas anteriores) se puede comparar la imagen que se tiene para ver si se parece a alguna de las almacenadas. Si tuviéramos una similitud podríamos informarnos en la base de datos si es una mano apuntando hacia arriba o hacia abajo, por ejemplo (ver figura 8).

Del mismo modo se podría trabajar una tipología de rostros humanos para saber si el usuario sonríe o está admirado.

### **5.2. En tiempo real**

Esta es la más sofisticada de las inferencias, en estos casos se trata de entender que se desea comunicar al sistema de un modo algorítmico. Por supuesto estos sistemas solo funcionan con gestos predefinidos los cuáles se interpretan.

Pongamos un ejemplo, digamos que nuestra humilde selección de gestos es solamente dos:

1. Ir a la diapositiva siguiente
2. Ir a la diapositiva anterior

Bueno con esta modesta cantidad de gestos a interpretar, podríamos simplemente comparar las coordenadas de un objeto en movimiento en la imagen (digamos que fue aislado a través de una técnica como sustracción de fondo) y si su coordenada x en la imagen crece a una velocidad definida interpretamos que el usuario desea pasar a la siguiente diapositiva y si por el contrario su coordenada x decrece a esa misma velocidad o mayor el usuario desea volver a la diapositiva anterior.

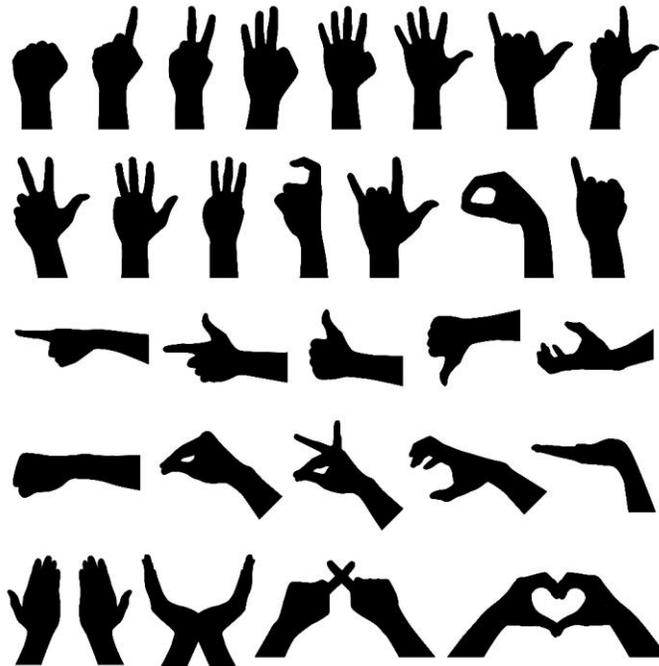


Fig.8. Ejemplo de base de datos con gestos predeterminados

Este simple ejemplo nos demuestra qué tipo de técnica se usa para inferir directamente de la imagen una interpretación semántica. Como queda claro entre más amplio sea el repertorio a inferir más compleja y poco confiable se vuelve la técnica.

## 5. Conclusión

Son varias las conclusiones que podemos ver en las líneas anteriores, entre ellas tenemos:

1. Las interfaces intangibles (IUI) son un campo de investigación que sin duda gana importancia cada día y será un paradigma decisivo en el futuro
2. Existe un repertorio muy amplio de técnicas con las que se enfrenta el problema
3. La mayoría de las técnicas aun están en estado experimental

4. Existe un gran potencial por explorar en este tema.

## 6. Bibliografía

Becker R., Eick S., Wilks A. Visualizing Network Data. En S. Card. Visualizing Retrieved Information: A Survey. Xerox PARC UIR-R-1996

Burkhard R. (2005) Towards a Framework and a Model for Knowledge Visualization: Synergies between Information and Knowledge Visualization, In: Tergan S-O and Keller T (Eds). Knowledge and information visualization: Searching for synergies. LNCS 3426. Heidelberg :Springer-Verlag

Card S., Mackinlay J.D., Schneiderman (1999) B.. Readings in Information Using Vision to Think. San Diego, CA.: Morgan Kaufmann Publishers.

Duke D. (2001) Modular Technique in Information Visualization. In Proceedings of the 1st Australian Symposium on Information Visualization. University of Bath.

Fairchild, K. M., Poltrock, S. E., and Furnas, G. W. (1988) SemNet: Three-Dimensional Representations of Large Knowledge Bases. In R. Guindon (ed.) Cognitive Science and its applications for human-computer interaction. New York: Hillsdale

Fry B. (2007). Visualizing Data, Exploring and Explaining Data. California: O'Reilly Media.

Fry B. Reas C. (2007) Processing: a programming handbook for visual designers and artists. Massachusetts: MIT Press.

García, J. (2007). Autocalibración y sincronización de múltiples cámaras PTZ. Universidad Autónoma de Madrid. Obtenido el 12 de Marzo del 2009, de <http://arantxa.ii.uam.es/~jms/pfcsteleco/lecturas/20070619JavierGarciaOcon.pdf>

Greenberg I. (2007) Processing: Creative Coding and Computational Art. New York: Springer-Verlag.

Monge.J & Hernandez,F.(2010). Enfoque Integral de una transformación proyectiva. XVII Simposio Internacional de Métodos Matemáticos Aplicados a las Ciencias, Celebrado del 16 al 19 de febrero del 2010. San José Costa Rica.

Raskin J. (2000) The Human Interface. Boston: Addison Wesley

Wildbur P. (1989) Information Graphics. New York: Van Nostrand Reinhold Co.

Woolman M. (2002) Digital Information Graphics. New York: Watson-Guptill

# La historia como eje temático en la enseñanza de la Matemática

José Andrey Zamora Araya<sup>1</sup>

Manuel Enrique Rojas Vindas<sup>2</sup>

## Resumen:

El trabajo pretende compartir la experiencia generada en trabajos de investigación que se asignan a los estudiantes de 10º y 11º del Colegio Humanístico Costarricense sede Heredia, como trabajo interdisciplinario en las materias de Matemáticas e Historia, así como los alcances y limitaciones que este tipo de propuestas tienen en la enseñanza secundaria de Costa Rica.

## Abstract:

Work aims at sharing the experience generated in research that are assigned to students of tenth and eleventh of Colegio Humanístico Costarricense located Heredia, as in the areas of mathematics, and history, interdisciplinary work as well as the scope and limitations which proposals have secondary of Costa Rica.

## Palabras claves

Interdisciplinariedad, Matemática, Historia, Humanismo.

## Key Words:

Interdisciplinarity, Mathematics, History, Humanism.

## 1. INTRODUCCIÓN

El Colegio Humanístico Costarricense tiene un modelo pedagógico único en Costa Rica, donde con una visión integral pretende el desarrollo del ser humano desde diferentes aristas y concibe el currículum de cada una de las materias no como algo aislado sino que las asignaturas están interrelacionadas unas con otras y en el que hacer académico de la institución se trata de poner en práctica este modelo siempre que sea posible y una forma de hacerlo es la dirección conjunta de trabajos interdisciplinarios de dos o más materias.

---

<sup>1</sup>Colegio Humanístico Costarricense, Heredia, Costa Rica. Correo: [andreyzamora@gmail.com](mailto:andreyzamora@gmail.com)

<sup>2</sup>Colegio Humanístico Costarricense, Heredia, Costa Rica. Correo: [mrojasvin@gmail.com](mailto:mrojasvin@gmail.com)

En este sentido, el colegio sigue la visión descrita por la UNESCO (1996) la cual establece que la educación ha de permitirnos la realización como seres humanos integrales cuyo conocimiento se traduzca en un aprender a:

- Ser: Conocernos a nosotros mismos, desarrollo de la creatividad, actitudes, voluntad, valores y toma de decisiones.
- Convivir: Conocer a otros, respetar la diversidad de estilos de aprendizaje, inteligencias, cultura, preferencias, sexo, habilidades,... y encontrar la similitud y la potencialidad de la unidad de las diferencias. Convivir con el medio en relaciones de respeto, cuidado y armonía para dejar fluir su evolución.
- Hacer: Conocer la creación social y cultural y el sentido del trabajo y la práctica, desarrollar habilidades y competencias para realizar actividades transformadoras y aplicar la tecnología con fundamentos críticos y creativos.
- Conocer: Conocer la realidad, la naturaleza, el universo; construir conocimientos a partir de la interacción individual, la colaboración social y el aprendizaje de conceptos, procedimientos, actitudes y valores.

Como parte de esta filosofía, hace un par de años gracias al aporte y colaboración del profesor de Historia y Sociedad del colegio (Manuel Rojas) se inició una serie de trabajos tanto en décimo como en undécimo año con el objetivo de que los estudiantes relacionasen los aportes de una serie de matemáticos con base en un contexto histórico que permitiera comprender mejor los aportes de la ciencia y de los hombres y mujeres capaces de llevarlos a cabo y cuyos nombres han perdurado hasta nuestros días.

Es por ello, que se presenta la recopilación de la experiencia docente con este tipo de tesinas donde tanto el docente como el estudiante aprenden y se retroalimentan, además de servir como un medio diferente de evaluación donde el aprendizaje no se reduce a

números y fórmulas, sino a ver lo que muchos a denominado el rostro humano de la matemática.

## 1.1 CONTEXTUALIZACIÓN

El Colegio Humanístico Costarricense fue creado en 1997 por el Decreto Ejecutivo N° 26436 MEP del 16 de octubre de 1997, publicado en la gaceta N° 222 del 18 de noviembre de 1997 y durante más de una década se ha encargado de formar a muchos jóvenes costarricenses tanto en el campo de las letras, las ciencias y el arte.

De sus aulas han salido abogados, ingenieros, dramaturgos y bailarines. Esta diversidad no es casualidad, pues es uno de los objetivos de la institución es según el compendio de jornadas humanísticas 2007 “Potencializar las habilidades y capacidades de los estudiantes en la Ciencias Sociales, Humanidades, Ciencias Exactas y Naturales, el Arte y la Cultura”.

En gran parte, esto es posible debido a la autonomía que tiene el colegio de estructurar una buena parte de su propuesta educativa como lo establece el artículo # 2 del decreto Ejecutivo N° 26426, referente a las Normas básicas Reguladoras del proceso Educativo en los Colegios Humanísticos Costarricenses

*Los Colegios Humanísticos Costarricenses tendrán un régimen diferente al de todos los colegios oficiales, en razón de sus fines y propósitos, su plan de estudios, contenidos programáticos, nivel de exigencia, reglamentos, currículo, organización propia, normas particulares de admisión y promoción, criterios de contratación de personal docente y administrativo, calendario escolar propio y otros aspectos.*

De esta forma el plan de estudios de la institución estipulado es el siguiente

Área General

Español

Educación Cívica.

Religiosa.

- |  |  |
|--|--|
| <input type="checkbox"/> Estudios Sociales | <input type="checkbox"/> Física.                   |
| <input type="checkbox"/> Filosofía         | <input type="checkbox"/> Informática.              |
| <input type="checkbox"/> Psicología        | Áreas de Profundización                            |
| <input type="checkbox"/> Idioma Extranjero | <input type="checkbox"/> Lengua y Literatura       |
| <input type="checkbox"/> Matemáticas       | <input type="checkbox"/> Historia y Sociedad       |
| <input type="checkbox"/> Física            | <input type="checkbox"/> Inglés de Profundización  |
| <input type="checkbox"/> Química           | <input type="checkbox"/> Pensamiento Contemporáneo |
| <input type="checkbox"/> Biología          | <input type="checkbox"/> Expresión Artística       |

Además, debe sumarse la participación de los estudiantes en varios proyectos institucionales y regionales como lo son las ferias científicas, ferias del conocimiento, concursos de ensayo, cuento, olimpiadas de química, física, biología y matemática, participación en proyectos apoyados por la universidad nacional como Matemática para enseñanza media (MATEM), proyecto para cursar la materia de química general y eventos internos como lo son los convivios artísticos, deportivos e interpersonales, grupos de teatro y danza.

Sin embargo, el presente documento versará sobre una propuesta llevada a cabo en la institución para diseñar un trabajo extra-clase de carácter anual entre las materias de Historia y Sociedad junto con Matemática como parte de una propuesta integral para desarrollar pequeños trabajos investigativos de índole interdisciplinarios con los estudiantes de este centro educativo. Cabe resaltar que este trabajo se viene haciendo desde hace un par de años y los resultados han sido muy satisfactorios tanto en cuanto a la calidad de los trabajos realizados como en el aprendizaje que profesores y alumnos hemos construido.

## **1.2 OBJETIVOS**

1. Compartir la experiencia de un trabajo interdisciplinario entre las materias de Historia y Matemática en el colegio Humanístico Costarricense sede Heredia.

2. Promover el uso de instrumentos de evaluación que incorporen dentro de su diseño la aplicación y desarrollo de diferentes áreas del conocimiento.
3. Concientizar a los docentes de secundaria de la necesidad de implementar trabajos de índole inter y multi-disciplinaria en su trabajo de aula.

### **1.3 Conceptos**

¿Qué es un trabajo inter o trans-disciplinario? De acuerdo con Mota (1999) los prefijos “inter” y “trans”, aluden a relaciones recíprocas, actividades de cooperación, interdependencia, intercambio e interpenetración. De esta manera podemos comprender que las referencias a actividades inter y trans-disciplinarias sugieren que son dinámicas interactivas que tienen por consecuencia una transformación recíproca de las disciplinas relacionadas en un campo/sujeto/objeto/contexto determinado.

A su vez Andonegui (2004) establece los conceptos de multidisciplinariedad, interdisciplinariedad y transdisciplinariedad como

1. La pluri o multidisciplinariedad consiste en el estudio de un objeto –en principio, propio de una disciplina es de la perspectiva convergente de varias disciplinas. El conocimiento de ese objeto se profundiza con la aportación multidisciplinaria, trascendiendo el que proporciona la sola disciplina original. Pero este aporte adicional y en profundidad sigue al servicio exclusivo de esa disciplina.

Es decir, la gestión multidisciplinaria sobrepasa las disciplinas pero su finalidad queda inscrita en el marco de la investigación disciplinaria.

2. La interdisciplinariedad se presta a diversas interpretaciones. Es el único de estos términos en análisis aceptado por el Diccionario de la Real Academia de la Lengua Española (DRAE), quien lo reduce al concepto de multidisciplinariedad al definirla como “estudio o actividad que se realiza con la cooperación de varias disciplinas”. Pero, para los expertos, la interdisciplinariedad como concurso de varias disciplinas va más allá. En rigor, concierne a la transferencia de métodos de una disciplina a otra.

3. La transdisciplinariedad por su parte concierne, como lo indica el prefijo «trans», a lo que simultáneamente es: entre las disciplinas, a través de las diferentes disciplinas, y más allá de toda disciplina (Carta de la Transdisciplinariedad, 1994).

Si deseamos realizar un trabajo interdisciplinario en matemática, debemos dejar de lado lo que tradicionalmente los han sido las tareas o extra- clases en matemática, donde en la mayoría de los casos se reducen a resolver una batería (a veces nada despreciable en cuanto a cantidad y extensión) de ejercicios y problemas relacionados con la materia vista en clase. Aunque este tipo de asignaciones pueden ayudar en el repaso de los temas a menudo resultan repetitivas y tediosas para los estudiantes.

#### **1.4 La Matemática**

Si miramos a la matemática como una actividad humana, lejos de los dogmas y creencias de que todo escrito y que es una rama exclusiva para algunos pocos privilegiados, podemos entonces empezar a relacionarla con otras disciplinas, algunas más cercanas como la física, biología y química y otras que en primera instancia se antojan un poco distantes como es el caso de los estudios sociales, la literatura o la historia.

De acuerdo con Waldegg (2000) podemos considerar la matemática desde tres perspectivas

1. Si consideramos a la matemática como el objeto de estudio del matemático profesional, la actividad tiene el propósito de hacer crecer el edificio teórico dentro de ciertas normas de coherencia, y presentarlo, si ese fuese el caso, para modelar el mundo físico.
2. Si la matemática es el objeto de enseñanza del profesor, la intención de sus acciones consiste en hacer partícipe a las nuevas generaciones de una parte, previamente seleccionada, del edificio teórico, eligiendo para ello los medios y procedimientos adecuados.
3. Cuando la matemática es el objeto de aprendizaje del estudiante, la meta es construir activamente un significado propio para ciertas partes de este edificio que le permitan, en un momento dado, utilizarlo de manera adecuada en su formación y en su vida profesional.

Esta última visión, es la que queremos recatar y la cual es el espíritu de nuestra propuesta.

#### **1.5 La propuesta**

Como parte de los criterios de evaluación del Colegio los estudiantes deben realizar un trabajo extra-clase en cada una de las materias, en el caso de matemática su valor porcentual es de 10% y en el caso de la materia de Historia de un 15%. Por lo general se realiza un trabajo extra-clase por ciclo lectivo que en el caso de la institución es uno por semestre.

Por otro lado, como parte de las decisiones del consejo académico se promueve las asignaciones que involucran al menos dos materias, es así como los docentes de Matemática e Historia deciden unir esfuerzos en pro de que los trabajos extra-clase de ambas asignaturas se unan y pedir una pequeña investigación tanto a los alumnos de décimo como de undécimo año sobre temas relacionados con matemáticos a través de la historia donde deben de brindar una serie de elementos en el trabajo que van desde el planteamiento de un problema de investigación, objetivos general y específicos, aspectos generales de la teoría, caracterización del período histórico donde se desenvuelve el personaje y cómo este facilita o entorpece su trabajo científico (caso de Galileo).

A los alumnos se les presenta una guía de cómo deben realizar el trabajo se divide en tres avances durante todo el año y una presentación final. Los dos primeros avances representan la nota del extra-clase del primer semestre y el tercer avance junto con la exposición brindan la nota del segundo semestre (ver anexo).

La experiencia ha mostrado que los estudiantes durante el primer avance, sobre todo en décimo año, tiene muchos problemas para plantar los objetivos y el problema de investigación, así como la forma de referenciar los textos que utilizan, pues lo último que se quiere es que los trabajos se conviertan en un plagio académico.

Luego de las observaciones hechas durante el primer avance, los alumnos corrigen y mejoran su propuesta inicial, además de presentar los elementos del segundo avance. Para ello se les pide que presenten el trabajo del primer avance para verificar que realizaron las correcciones propuestas.

El tercer avance, es para “pulir” los trabajos y presentar un boceto de las presentaciones grupales. Se les solicita un máximo de cinco diapositivas de contenido (sin incluir portada, bibliografía, etc) para que los alumnos desarrollen su capacidad de síntesis.

Ellos exponen ante el grupo y los profesores de las materias, luego se pasa a una sesión de preguntas al grupo que expone. El realizar este tipo de trabajos hace que tanto docentes como estudiantes aprendan cosas nuevas, pues los temas varían de un año al otro. Cuando los estudiantes llegan a undécimo año se nota el avance a la hora de redactar y exponer ideas con claridad, tanto en los ensayos de Historia como en las operaciones de matemática, pues se aprende a escribir para un público amplio y no solo para uno mismo.

Las impresiones de los estudiantes al inicio de las asignaciones no son para nada alentadoras y se sienten extrañados de que dos materias tan “diferentes” realicen un extra- clase de manera conjunta, pero al final del año valoran el trabajo realizado y como parte de la retroalimentación nos brindan sugerencias para mejorar los trabajos futuros, así como las cosas que para ellos deben mantenerse.

Es así como a lo largo de estos dos años de trabajo, se ha venido dando forma y estructura a la asignación de extra- clases Matemática – Historia y seguimos aprendiendo y mejorando gracias a nuestros estudiantes. En la institución otras asignaturas también realizan este tipo de proyectos interdisciplinarios y poco a poco se vuelve parte de la vida institucional.

## **1.6 Discusión**

El realizar proyectos de esta naturaleza en instituciones de educación secundaria es difícil y requiere de un gran compromiso por parte de los profesores como de los estudiantes. Durante estos dos años se han cometido errores y poco a poco se han ido depurando las guías para cada uno de los avances.

La experiencia ha demostrado que en un inicio las cosas no son fáciles, es necesario mucha organización, reuniones periódicas entre los profesores de las materias,

planeamiento adicional y sobre todo mucha disposición para llevar a buen puerto este tipo de trabajos interdisciplinarios.

Sin embargo, los resultados son más que satisfactorios, pues los estudiantes tienen una visión más amplia de la matemática, ya que se cree que el matemático es un ser extraño cuya inspiración divina es la que hace que demuestre los teoremas y desarrolle las fórmulas, nada más falso. Con las pequeñas investigaciones los alumnos comprenden mejor el contexto en que los matemáticos desarrollaron sus teorías y lo visualizan como un ser humano con defectos y virtudes y de esta manera logran valorar desde un punto de vista diferente los conceptos matemáticos.

Por otra parte, hay que reconocer que las condiciones de trabajo y currículum con que cuenta el Colegio Humanístico Costarricense son atípicas en nuestro sistema educativo, y que gracias a ellas es que pueden desarrollarse este tipo de proyectos. No obstante, se espera que los docentes puedan animarse a realizar trabajos similares en sus respectivas instituciones y darse la oportunidad de realizar algo diferente y que a la postre será mucho más enriquecedor y satisfactorio que ponerse a resolver veinte ejercicios de un libro de texto.

Se espera que esta experiencia pueda repetirse en otros colegios, pero lo más importante para que esto suceda es la disponibilidad y ganas de realizar un buen trabajo en equipo, pues como lo dice el refrán “El que quiere hacer algo siempre encuentra un medio y el que no quiere hacerlo siempre encuentra una excusa”.

## **1.7 REFERENCIAS Y CITAS**

Andonegui, Martín (2004). Interdisciplinariedad Y Educación Matemática En Las Dos Primeras Etapas De La Educación Básica. -EDUCERE, ARTÍCULOS ARBITRADOS • ISSN: 1316-4910 • AÑO 8, Nº 26, JULIO - AGOSTO - SEPTIEMBRE, 2004 • 301-308

Compendio de Material Diciembre 2007. Jornadas Humanísticas. Manuscrito no publicado.

Decreto Ejecutivo N° 26436 MEP. 16 de octubre de 1997

Mottar Raúl D.. COMPLEJIDAD, EDUCACIÓN Y TRANSDISCIPLINARIEDAD ¿Es posible planificar y reflexionar sobre contenidos transversales en educación sin una aproximación transdisciplinaria sobre la complejidad de lo real en un contexto de mutación planetaria? Revista Signos. Universidad del Salvador. Buenos Aires, Argentina.

UNESCO. “La Educación Encierra un Tesoro” Informe de la Comisión Internacional sobre la Educación para el siglo XXI. Jacques Delors. London (ISBN 92-3-103274-7) <http://unesdoc.unesco.org/images/0010/001095/109590so.pdf>.

Waldegg Casanova, Guillermina (2000). LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA ¿UNA DISCIPLINA CIENTÍFICA? Disponible en: [www.uv.mx/ie/Colección/N\\_29/la\\_educación\\_matemática.htm](http://www.uv.mx/ie/Colección/N_29/la_educación_matemática.htm) - 78k.

## 1.8 ANEXOS

### Trabajo Extra Clase I y II semestre 2010:

- a) A continuación se presentan seis temas de matemática e historia referentes a teorías científicas del siglo que van desde la antigüedad hasta el siglo XIX: 1) Relatividad, 2) Galileo-Copérnico: heliocentrismo, 3) Aristóteles y la comprensión del universo, 4) Teorías científicas en la Revolución Francesa, 5) Newton (teorías) y 6) Revolución Industrial (ciencia aplicada a la tecnología. (Se escuchan propuestas)
- b) En grupos de cinco personas **desarrolle:** 1-Aspectos generales de la teoría, 2) implicaciones de la teoría a nivel: filosófico, histórico, social, teológico, pensamiento, matemático, científico y otros que los profesores indiquen para el trabajo en específico.
- c) La estructura del trabajo es: portada, problema de investigación, objetivos del trabajo, desarrollo, discusiones, bibliografía. Además en el desarrollo del trabajo deben aparecer las notas al pie de página para citar según corresponda la referencia. No incluyan anexos.

- d) Debe ser presentado sin excepción de la siguiente forma: en computadora o máquina de escribir, letra tamaño: 12, tipo de letra: new times roman, espacio: 1,5, con notas al pie de página cuando sea necesario, 8 páginas mínimo y 12 máximo, por lo cual se les pide profundidad y capacidad de síntesis a la hora de redactarlo.
- e) Para el primer semestre se entregaran dos avances: primer avance jueves 11 de marzo, 1:30pm, durante la lección de historia del 10-1(ambos décimos); segundo avance miércoles 26 de mayo, 10:30am, durante la lección de matemática del 10-1(ambos décimos), para el segundo semestre se definirá una vez se tenga el calendario lectivo para el periodo. **Es un trabajo conjunto de ambos cursos y de carácter anual.**
- f) Para la presentación solo se tendrán 10 minutos por grupo. Es una síntesis de trabajo. Posterior a ello deberán responder preguntas de los compañeros o profesores.

g) La tabla de calificación por curso queda así:

Período	Matemática	Historia	Producto
I Semestre	1er avance: 5%	1er 7,5%	problema de investigación, objetivos del trabajo (uno general y dos o tres específicos), características generales del periodo y la teoría, recolección de fuentes bibliográficas
	2do avance	2do avance	Correcciones del primer avance,

	<b>5%</b>	<b>7,5%</b>	Marco metodológico básico, bosquejo o esquema de los aspectos a considerar en el punto b) y c)
<b>II Semestre</b>	3er avance y presentación <b>10%, 5% c/u</b>	3er avance y presentación <b>10%, 5% c/u</b>	Correcciones del segundo avance y Versión preliminar de la presentación en POWER POINT(cinco diapositivas de contenido)

h) Las citas bibliográficas y notas al pie deben ir de la siguiente forma para libros: apellido, nombre. título. Ciudad de publicación; editorial, año. (en el caso de la nota al pie se agrega al final: pp. que significa página junto con el número de páginas utilizadas) ejemplo:

-Hobsbawm, Eric. *Historia del siglo XX*. Barcelona: Crítica Editorial, 2003.

-Williams, Raymond. *La política del Modernismo*. Buenos Aires: Manantial, 2002. pp. 211-212.

Para citar revistas use como ejemplo las siguientes:

-Eugenio Herrera Balharry. Los inmigrantes y el poder en Costa Rica. En: *Revista de Historia* (Heredia:EUNA) 11(enero-junio 1985): 131-159.

-Luis E. Bosemberg. Alemania y Colombia, 1933-1939. En: *Iberoamérica*. No21, Año V, (marzo de 2006) (nueva época): 25-44.

i) Atienda otras indicaciones que los profesores den en la clase, anótelas y **aclare todas sus dudas**. Se puede consultar fuera de lecciones o vía correo electrónico.

# La Modelización como Estrategia Metodológica

Daniela Araya Román<sup>1</sup>  
Melvin Ramírez Bogantes<sup>2</sup>  
Óscar Salas Huertas<sup>3</sup>

## Resumen

El siguiente trabajo pone en evidencia los alcances del proyecto Matemática Aplicada y Modelización en la Formación de Educadores de Matemática y sus esfuerzos por poner en primer plano en la Educación Matemática Costarricense ésta importante estrategia metodológica. En el artículo se exponen los alcances de la metodología, las fases de la misma y dos ejemplos significativos de cómo dicha estrategia debe ser implementada por los docentes a nivel de secundaria. De hecho estos dos ejemplos forman parte de las actividades propuestas en los nuevos programas que el Ministerio de Educación analiza para implementar en la materia de matemática de primero y segundo ciclo.

## 1. Introducción

Según Blomhøj (2004) la investigación en educación matemática ha sido, de algún modo, reticente en desarrollar sus propias teorías. Tradicionalmente se han hecho (y en Costa Rica no ha sido la excepción) adaptaciones teóricas provenientes de otras ciencias y se han aplicado en el proceso de la enseñanza y aprendizaje en educación matemática; por ejemplo, las teorías generales del aprendizaje son tomadas de la pedagogía o de la psicología. En este sentido, la Modelización nace en el seno matemático como una teoría que se pone al servicio de la disciplina para orientar y guiar los procesos de enseñanza. Cabe destacar que en los últimos veinte años, se da una comprensión teórica del proceso de modelización y de la enseñanza a través del mismo, gracias a la interrelación entre el desarrollo curricular (ejemplo W. Blum, M. Niss y R. Borromeo Ferri), las prácticas de enseñanza (ejemplo G. Kaiser y B. Schwarz) y las reflexiones teóricas (ejemplo R. Lesh y B. Sriraman).

Actualmente disponemos de una teoría concebida de la interrelación de un sistema de puntos de vista, que puede ser usada para colocar la modelización como un elemento importante de la enseñanza general de la matemática, así como también para analizar, prever y comprender mejor las dificultades de aprendizaje experimentadas por los alumnos e

---

<sup>1</sup>Universidad de Costa Rica y MEP, Costa Rica. [damaarro2708@gmail.com](mailto:damaarro2708@gmail.com)

<sup>2</sup> Universidad Nacional y Universidad de Costa Rica, Costa Rica. [mra@una.ac.cr](mailto:mra@una.ac.cr)

<sup>3</sup> Universidad Nacional y Universidad de Costa Rica, Costa Rica. [oscarsalash@gmail.com](mailto:oscarsalash@gmail.com)

identificadas por el docente durante la puesta en práctica de las fases de la modelización (Blomhøj, 2004).

Entre los objetivos principales de la modelización se encuentra desafiar a los estudiantes en el uso de la matemática para describir y analizar fenómenos de sus vidas diarias, con el fin de motivar el trabajo con matemática, establecer raíces cognitivas sólidas a nivel conceptual (sobre todo de aquellos conceptos matemáticos básicos) y finalmente, utilizar la matemática como medio para describir, analizar y comprender mejor las situaciones de su entorno. De esta forma, se busca motivar aquellos estudiantes que ven la matemática simplemente como una materia difícil y no muy interesante (Salas, 2011).

Existen varios elementos a favor del uso de la modelización en el proceso de enseñanza y aprendizaje, por ejemplo;

- Es útil para establecer puentes entre las experiencias cotidianas de los alumnos y la matemática (Uso de situaciones Cuasi-Auténticas). Lo anterior favorece el aprendizaje de la matemática; proporciona un apoyo cognitivo para las conceptualizaciones hechas por los alumnos y coloca la matemática en la cultura del alumno como un medio para describir y entender las situaciones que lo rodean.
- Impacta el desarrollo tecnológico del país, pues en el proceso resulta fundamental que los futuros ciudadanos posean la competencia de establecer, analizar y criticar modelos matemáticos.

### **Fases de la modelización**

En términos muy generales, el proceso de modelización se puede resumir en algunos pasos, que se consignan en la tabla 1.

Es importante señalar que por competencia en modelización matemática, se entiende que el estudiante sea capaz de llevar a cabo en forma autónoma y consciente todos los pasos del proceso de modelización en un contexto o situación dada. Lo anterior es apoyado por Blomhøj y Højgaard(2003).

Tabla 1

*Pasos de la modelización.*

<b>Pasos</b>	<b>Descripción</b>
Paso 1. El Problema.	Un problema que describe una situación de la realidad (contextualizada) la cual debe ser modelizada (Situación Cuasi-Auténtica).
Paso 2. Sistematización.	Una selección de los objetos, la información y las relaciones relevantes del problema que le permitan obtener una posible representación o idealización matemática.
Paso 3. Modelo Matemático.	Una traducción de los objetos y las relaciones del paso anterior en lenguaje matemático, de tal forma que obtenga un modelo que represente lo que ocurre en la realidad (El docente debe tener presente una fase intermedia que incluye bosquejos, tablas de resumen, mapas conceptuales, etc., elaborados por el alumno antes de definir el modelo).
Paso 4. Solución.	Uso de los conocimientos matemáticos previos para poder encontrar la solución o soluciones del modelo planteado en el paso anterior, de esta forma, él podrá obtener una aproximación de la solución del fenómeno que se está idealizando en el paso 1.
Paso 5. Interpretación.	Análisis de los resultados y las conclusiones considerando los conocimientos previos que él tiene del problema.
Paso 6. Evaluación.	Verificación a la luz de los resultados matemáticos de la validez del modelo y el poder predictivo que dicho modelo tiene de problema original. Para este proceso puede utilizarse la comparación con datos observados y/o el conocimiento teórico o por experiencia personal que se tenga del problema.

*Fuente: Ministerio de Educación Pública, 2011*

En el presente trabajo se pretende además, puntualizar la importancia de acompañar el proceso de modelización con la contextualización activa (esto es fundamental para encontrar las Situaciones Cuasi-Auténticas). La contextualización debe plantearse en todos los niveles de proceso educativo con los evidentes ajustes, determinados esencialmente por el desarrollo cognitivo del estudiante y las condiciones sociales y culturales.

El docente debe observar la necesidad de una contextualización apropiada para encontrar situaciones problema idóneas para proponerle a los estudiantes, además debe notar el papel fundamental que juega la resolución de problemas dentro de las fases de modelización. De hecho, existen múltiples puntos de intersección y de convergencia entre estos dos conceptos.

## **2. Dos ejemplos sobre el uso de la modelización**

El desarrollo de competencias para establecer, analizar y criticar modelos matemáticos en los últimos años, ha cobrado una relevancia significativa en todos los niveles de aprendizaje. Sin embargo, en nuestras aulas encontramos una importante resistencia por parte de los docentes a incorporar la modelización como parte de las actividades utilizadas en los procesos educativos, lo anterior por factores como: desconocimiento de la estrategia metodológica, las creencias de que la modelización presupone el dominio de una matemática más compleja presente en los fenómenos, o que trabajar con modelización implica la pérdida de mucho tiempo de las lecciones para el análisis del fenómeno a modelar.

La modelización matemática, en contraposición con las observaciones anteriores debe ser vista como una práctica de enseñanza que coloca la interrelación entre el mundo y la matemática como centro del proceso de aprendizaje. Las actividades de modelización pueden motivar a que estudiante establezca raíces cognitivas sobre las cuáles pueda construir importantes conceptos matemáticos. Además, la competencia de modelización debe ser una meta educativa, por derecho propio, de la enseñanza de la matemática en la educación general.

### **Primera situación problema**

La primera situación problema hace referencia a un fenómeno natural al cual los costarricenses estamos muy acostumbrados, los sismos. Sin embargo, el ciudadano común poco se detiene a reflexionar sobre las implicaciones de un terremoto según la intensidad reportada del mismo.

A continuación se presenta un análisis detallado del problema siguiendo los pasos de la Tabla 1.

**Paso 1:** Se presenta un problema que corresponda a una situación real y contextualizada.

“Un sismo de 5.1 grados en la escala de Richter se sintió este miércoles en varias provincias de Costa Rica, sin que de momento hayan informes de daños, informó una fuente oficial. El temblor ocurrió a las 11:13 hora local (17:13 GMT) y el epicentro fue establecido 8 km en el sur de la ciudad de Limón, detalló Juan Segura, director del Observatorio Sismológico y Vulcanológico de Costa Rica (Ovsicori)”.

Fuente: EL UNIVERSA, 29 de diciembre de 2010

“Un sismo de magnitud 6.2 en la escala de Richter sacudió la noche del pasado lunes la costa

Pacífica y la zona central de Costa Rica, sin reportes de víctimas, ni daños materiales, informó el Observatorio Vulcanológico y Sismológico (OVSICORI). El temblor se registró a las 21:26 horas locales (03:26 GMT del martes) y su epicentro se localizó en el océano Pacífico, unos 100 kilómetros al oeste de San José, a una profundidad de 16 kilómetros, indicó el OVSICORI en su sitio en internet. Segura, agregó que la profundidad del movimiento telúrico fue de 13 km. - No tenemos informes de daños, aunque en Limón se sintió muy fuerte, puntualizó”.

Fuente: Prensa Yvke Mundial/Telesur, 01 de Junio de 2010

Luego de presentar el problema, se solicita al estudiante que realice un trabajo extra-clase donde responda las siguientes preguntas

¿Cómo realiza el OVSICORI el cálculo de la intensidad de un sismo? Con la respuesta anterior, indique qué representa un sismo de magnitud 5.1 y uno de 6.2.

¿Puede usarse la escala anterior para la siguiente situación?

El terremoto y tsunami de Japón de 2011, denominado así oficialmente por la Agencia Meteorológica de Japón, ocurrió en la costa del Pacífico en la región de Tohoku en el 2011, y fue un terremoto de magnitud 9.0Mw y generó olas de maremoto de hasta 10m. El terremoto ocurrió a las 14:46:23 hora local del viernes 11 de marzo de 2011. El epicentro del terremoto se ubicó en el mar, frente a la costa de Honshu, 130 km al este de Sendai, en la prefectura de Miyagi, Japón. En un primer momento se calculó su magnitud en 7,9 grados Mw, que fue posteriormente incrementada a 8.8, después a 8.9 grados por el Servicio Geológico de los Estados Unidos (USGS). Finalmente a 9.0 grados Mw, confirmado por la Agencia Meteorológica de Japón y el Servicio Geológico de los Estados Unidos. El terremoto duró aproximadamente 6 minutos según los expertos.

Fuente: Wikipedia, 28 de abril 2011.

**Paso 2:**En este paso el alumno debe tratar de entender cada una de las dimensiones que intervienen en el problema (una pregunta fundamental es, ¿cuáles son las variables que intervienen?) y familiarizarse con el léxico utilizado. Nuevamente, los términos desconocidos deben de ser estudiados y analizados, dicho estudio implica búsqueda en internet y visitas o llamadas al Observatorio Vulcanológico y Sismológico del Costa Rica o su sitio web.

**Paso 3:**Recordemos que lo más importante en este paso es la capacidad de transformar el lenguaje verbal (esto es, la situación real) en lenguaje matemático (esto es, una fórmula que

describa la situación). Al respecto, la siguiente información es fundamental (en este paso el profesor debe decir la forma en la cual los estudiantes deben encontrar esta información, internet, experto, u otro):

La escala de Richter fue desarrollada por Charles Richter con la colaboración de Beno Gutenberg en 1935, ambos investigadores del Instituto de Tecnología de California, con el propósito original de separar el gran número de terremotos pequeños de los menos frecuentes terremotos mayores observados en California en su tiempo. En dicha escala todos los temblores son comparados con un temblor nivel cero cuyas lecturas sismográficas miden 0.001 milímetros a una distancia de 100 kilómetros del epicentro. Un temblor cuya lectura sismográfica mide  $x$  milímetros tiene magnitud,

$M(x) = \log \frac{x}{x_0}$ . En donde  $x_0 = 0.001$  es la lectura del temblor nivel cero, con  $x$  y  $x_0$  medidos a

una misma distancia del epicentro.

Los sismogramas de todas las estaciones en el país son leídos para cada evento sísmico. Dentro de la información leída están los tiempos de arribo de las ondas P (primaria longitudinal) y S (secundaria transversal) anotando también la impetuosidad, polaridad y grado de calidad de la lectura. Dependiendo de la distancia epicentral se anota si las primeras fases son Pn, Sn, P\*, S\* o simplemente P y S. Esta información es procesada por medio del programa Hypocenter (Lienert y Haskov, 1995 citados por Red Sísmica OVSICORI-UNA, 2010).

Entre los resultados principales obtenidos del análisis por computadora para cada sismo están: Tiempos de origen, Latitud y longitud epicentral, Magnitud local, Profundidad focal, Residuos de tiempo, Errores en los planos horizontal y vertical (ERH y ERZ) y otra serie de parámetros estadísticos que facilitan la evaluación de la calidad de los resultados obtenidos.

La magnitud de los eventos sísmicos es obtenida del promedio de las magnitudes parciales calculadas por cada estación, según la duración de las trazas en las estaciones de período corto. Estas magnitudes parciales se calculan según la relación obtenida por el Servicio Geológico de los Estados Unidos (USGS) para sismos en Alaska,

$$M_c = -1.16 + 2.01 * \log_{10} T + 0.0035 * \Delta + \Delta M \text{ (conocida como **Magnitud de coda**)}$$

T: duración del sismo;  $\Delta$ : distancia epicentral;  $\Delta M$ : corrección para cada estación (Valor constante).

El OVSICORI, cuenta además con estaciones de banda ancha, con respuesta instrumental bien

calibrada, que permite simular la respuesta en un instrumento WOOD-ANDERSON para el cálculo de la magnitud Richter. En este cálculo se utiliza la siguiente relación propuesta por Hutton y Boore (1987):

$$M_L = \log_{10}(A) + 1.11 * \log_{10}(\Delta) + 0.00189 * \Delta - 2.09$$

$\Delta$ : Distancia epicentral; A: Amplitud pico-pico de la onda (máximo-mínimo);

$M_L$  = magnitud arbitraria pero constante a terremotos que liberan la misma cantidad de energía.

**Paso 4:** El estudiante utilizará los conocimientos previos, por ejemplo: medidas, manejo de expresiones algebraicas, logaritmos, etc. Con el objetivo de resolver el problema el cual requiere una respuesta cualitativa cuya fundamentación se basa en cálculos cuantitativos.

El mayor problema con la magnitud local  $M_L$  o de Richter radica en que es difícil relacionarla con las características físicas del origen del terremoto. Además, existe un efecto de saturación para magnitudes cercanas a 8,3-8,5, debido a la ley de Gutenberg-Richter del escalamiento del espectro sísmico que provoca que los métodos tradicionales de magnitudes ( $M_L$ ,  $M_b$ ,  $M_s$ ) produzcan estimaciones de magnitudes similares para temblores que claramente son de intensidad diferente. A inicios del siglo XXI, la mayoría de los sismólogos consideró obsoletas las escalas de magnitudes tradicionales, siendo éstas reemplazadas por una medida físicamente más significativa llamada momento sísmico, el cual es más adecuado para relacionar los parámetros físicos, como la dimensión de la ruptura sísmica y la energía liberada por el terremoto.

En 1979, los sismólogos Thomas C. Hanks y Hiroo Kanamori, investigadores del Instituto de Tecnología de California, propusieron la escala sismológica de magnitud de momento ( $M_w$ ), la cual provee una forma de expresar momentos sísmicos que puede ser relacionada aproximadamente a las medidas tradicionales de magnitudes sísmicas.

La mayor liberación de energía fue producida por el terremoto ocurrido en Valdivia (Chile), el 22 de mayo de 1960, que alcanzó una  $M_w$  igual a 9,5.

Tabla 2

*Magnitud de momento.*

---

<i>Magnitud Richter o de Momento</i>	<i>Equivalencia de la energía TNT</i>	<i>Referencias</i>
--	---	--------------------

---

-1,5 $M_L$	1 g	Rotura de una roca en una mesa de laboratorio
1,0 $M_L$	170 g	Pequeña explosión en un sitio de construcción
3,5 $M_L$	455 kg	Explosión de una mina
4,0 $M_L$	6 toneladas = 6 t	Bomba atómica de baja potencia.
5,5 $M_L$	500 t	Terremoto de El Calvario (Colombia) de 2008
6,2 $M_L$		Terremoto de Costa Rica de 2009
7,0 $M_L$	199.000 t	Terremoto de Puerto Príncipe de 2010 (Haití)
7,7 $M_L$		Terremoto de Limón de 1991 (Limón, Costa Rica y Bocas del Toro, Panamá)
7,9 $M_L$	5.850.000 t	Terremoto del Perú de 2007 (Pisco, Perú)
8,1 $M_W$	6.450.000 t	Terremoto de México de 1985 (Distrito Federal, México)
8,5 $M_W$	31,55 millones t	Terremoto de Sumatra de 2007, Terremoto de Valdivia de 1575 (Chile), Terremoto de Veracruz de 1973 (México)
8,8 $M_W$	210 millones t	Terremoto de Chile de 2010
9,0 $M_W$	240 millones t	Terremoto de Japón de 2011
9,3 $M_W$	260 millones t	Terremoto del océano Índico de 2004
9,5 $M_W$	290 millones t	Terremoto de Valdivia de 1960 (Chile)
12,0	1000 millones t = 106 megatonnes = 1 teratón	Fractura de la Tierra por el centro.
13,0	108 megatonnes = 100 teratonnes	Impacto en Yucatán que causó el cráter de Chicxulub hace 65 millones de años

Los valores estimados de  $M_W$  deben tomarse con extrema precaución, ya que la intensidad y los efectos en la tierra no sólo dependerán de la magnitud del sismo, sino también de la distancia del epicentro, la profundidad, el foco del epicentro y las condiciones geológicas (algunos terrenos pueden amplificar las señales sísmicas, aseguran los especialistas del OVSICORI).

El estudiante puede reflexionar por ejemplo con la Tabla 2 sobre la escala de magnitud de momento que ayuda a explicar la magnitud de terremoto de y tsunami de Japón de 2011:

**Paso 5 y 6:** En este caso el alumno tendrá que analizar de acuerdo a la investigación, la diferencia entre las escalas existentes para medir las intensidades de un terremoto. Es muy importante que entienda el papel fundamental de la escala logarítmica y además que se sensibilice socialmente al entender las implicaciones de un sismo según su intensidad. Podría ocurrir, “sería el ideal” que un grupo de estudiantes propongan su propio modelo a la luz del análisis realizado y estas iniciativas

deben ser aprovechadas por el docente en eventos como ferias científicas, justas de la sabiduría, u otros tipos de actividades.

## **Segunda situación problema**

**Paso 1:** Primero presentamos un problema que corresponda a una **situación real y contextualizada**.

Miguel alquiló una casa de habitación a 180 000 colones por mes. Si la tasa de inflación acumulada de los doce meses anteriores al vencimiento de cada año del contrato es menor que el 15% durante los siguientes 5 años, y si el acuerdo entre el arrendante y Miguel es que el porcentaje de aumento en tales condiciones es del 15% por año, calcule el valor de actualización del alquiler mensual al final del quinto año del contrato.

*(Facilitado por el profesor E. De Faria)*

**Paso 2:** En este paso el alumno debe tratar de entender cada una de las dimensiones que intervienen en el problema y familiarizarse con el léxico utilizado. Si existe términos que desconoce lo primero que debe hacer es buscar información al respecto. Dependiendo del tiempo a disposición por docente puede consultar la siguiente información o simplemente se le proporciona.

La ley general de arrendamientos urbanos y suburbanos (inquilinato) de Costa Rica, ley 7527, establece en el artículo 67 que, a falta de convenio entre el arrendante y el arrendatario, el precio del alquiler se actualizará al final de cada año del contrato, en un porcentaje no mayor que el 15%, cuando la tasa de inflación acumulada de los doce meses anteriores al vencimiento de cada año del contrato sea menor o igual al 15%. La inflación se calcula de acuerdo al índice oficial de precios al consumidor, de la Dirección General de Estadística y Censos. Cuando la tasa de inflación acumulada de los doce meses anteriores al vencimiento de cada año del contrato es mayor que el 15%, existe otro mecanismo para calcular el aumento del alquiler.

**Paso 3:** Con la información obtenida de acuerdo a la ley de arrendamientos urbanos y suburbanos, el estudiante debe encontrar las relaciones oportunas entre los datos del problema y debe traducirlo al lenguaje matemático (esto es, obtener la fórmula que lo ayude a resolver su problema), de esta forma, lograr un modelo que represente la realidad.

Traducción a lenguaje matemático del problema.

Supongamos que se pagan  $x$  colones por mes y al cabo de un año se incrementa  $i\%$  el alquiler, entonces si se llama  $S_n$  el dinero que se paga al  $n$  –ésimo año, observe que:

$S_0 = x$ ; pago del primer año, por mes.

$S_1 = x + ix = x(1+i)$ ; pago del segundo año, por mes.

$S_2 = x(1+i) + ix(1+i) = x(1+i)^2$

$S_3 = x(1+i)^2 + ix(1+i)^2 = x(1+i)^3$

Sucesivamente al cabo de  $n$  años el alquiler toma la forma

$$S_n = x(1+i)^n$$

esto es lo que se conoce como fórmula de interés compuesto y su comportamiento es exponencial.

**Paso 4:** En este paso el estudiante simplemente utiliza los conocimientos matemáticos previos, esto es, la manipulación algebraica, el trabajo con números reales, etc., para encontrar la solución de problema que se le planteó originalmente.

**Paso 5 y 6:** Los pasos 5 y 6 a menudo pueden ser trabajados en contemporáneo, ya que antes de analizar los resultados y extraer conclusiones, es importante estar seguros de la validez de nuestro modelo y de su poder predictivo, ya que de lo contrario tendríamos que devolvernos al **paso 3**. Una forma atractiva para que el estudiante verifique el poder predictivo y las consecuencias de su modelo es recoger datos sobre familiares y amigos cuya condición es precisamente aquella de pagar un alquiler y realizar los cálculos respectivos, incluso introduciendo variantes como: modificar el porcentaje de aumento.

### 3. Comentarios finales

El Ministerio de Educación Pública (2011) señala que la contextualización activa refiere a un establecimiento específico de vínculos estrechos entre las matemáticas y el entorno de los estudiantes y ocupa o debe ocupar un papel privilegiado en las lecciones de matemática por varias razones, veamos algunas:

- Ofrece significados, sentido de utilidad y situaciones diversas para poner en juego las competencias y habilidades matemáticas, y, de esta forma, generar una actitud positiva hacia las matemáticas (que favorece su aprendizaje). La experiencia internacional revela que es posible generar competencias matemáticas suficientes para pasar pruebas complejas incluso, pero no necesariamente la formación recibida se vuelve significativa para toda la vida profesional o provoca que la actitud hacia las matemáticas sea positiva. Es la experiencia en países como Japón, Corea y Hong Kong (China). Uno de los factores centrales al que se acude en la búsqueda por generar placer, seguridad, aprecio por las matemáticas es esta relación estrecha y amplia de contactos entre matemáticas y entornos.
- Otra razón es por ser pedagógica apropiada ya que esta permite ofrecer una escalera para la construcción de los aprendizajes en las matemáticas, llevándola desde lo concreto hacia lo abstracto.

Por otra parte, se tiene el fundamento teórico: si bien la matemática poseen como objetos los aspectos más generales de lo real y de la relación de los sujetos con el entorno, además, poseen múltiples posibilidades de relacionarse con el mundo físico y social.

El sentido de la contextualización, sin embargo, se ha distorsionado muchas veces, extrapolando su sentido (por ejemplo, afirmando que “toda contextualización es adecuada”), incluso conspirando contra el aprendizaje de la matemática (las cuales son abstractas en su naturaleza), o en contra de habilidades abstractas en el cálculo mental, la estimación o las conexiones matemáticas. En ocasiones, esa visión equivocada de la contextualización, que se puede consignar como “matemáticas para una preparación para la vida,” condujo en algunos países a nutrir currículos de bajo nivel matemático, ya que debilitó competencias matemáticas más complejas.

Si bien en los programas de matemática escolares y en muchos textos de Costa Rica se le ha dado una presencia del lenguaje, incluso aparece en objetivos explícitos, la modelización, no se había logrado articular, ni se le había dado el papel central que se merece. Lo anterior en cambio, si se logra en los nuevos programas propuestos al Ministerio de Educación costarricense (véase Ministerio de Educación Pública, 2011).

El rol de la contextualización en la modelización, no reside simplemente en el revestimiento de contexto de relaciones matemáticas, pues la mayoría de las veces, con eso se provocan solo situaciones artificiales que no logran ni motivar a los estudiantes, ni provocar un desarrollo de las competencias matemáticas de calidad; aquí se busca el tratamiento de situaciones que generen una participación activa del estudiante. Esta es la razón por la cual se usa el término: “contextualización activa” evocando el papel fundamental que se le atribuye al estudiante.

La clave del éxito para que la contextualización sea activa y estimule la participación estudiantil reside en la creación de modelos y aplicaciones cercanos a la realidad; es decir, por medio de procesos de matematización y aplicación de instrumentos matemáticos afines al discente. La modelización, en particular apela a una realidad siempre llena de dimensiones diversas y complejas, y, por eso, se exigen estrategias múltiples de aproximación y solución. Todo esto está asociado a la estrategia general de la resolución de problemas, aunque de manera precisa: construcción de situaciones de lo real matematizables y problemas especiales, que potencien las competencias matemáticas y el disfrute de las mismas.

La mayoría de sistemas educativos en los países desarrollados, potencian esta construcción y manipulación de modelos sobre el entorno como un mecanismo pedagógico formidable. Se trata por ende de una competencia central que está asociada a otras competencias y habilidades: pensar y razonar matemáticamente, estimación y aproximación, resolución de problemas, organización de los datos, etc., dentro del sentido vital que ofrece el contacto con la realidad.

Es fundamental que el docente tenga claro que la modelización en educación matemática, supone la identificación y el uso de modelos ya existentes, la modificación y el ajuste de los mismos, la contrastación de la validez de los modelos y si fuese necesaria la recalibración del modelo. Esto dista de termino modelaje que se aplica en matemática aplicada y hace referencia al diseño y la construcción paso a paso de nuevos modelos para un determinado fenómeno.

El grado de complejidad de los modelos que se utilicen en el currículo escolar dependerá de las situaciones a las que refiere y de los conceptos y procedimientos matemáticos

implicados, y eso se debe ajustar en cada nivel educativo. Sin embargo, existe lo que se puede llamar el *espíritu de la modelización* y este debe ser adoptado por todo estudiante desde sus primeros años de instrucción, a saber: identificación, manipulación, diseño y construcción de modelos o instrumentos matemáticos sobre situaciones auténticas del entorno.

Entre de las principales recomendaciones se encuentran las siguientes: Se debe administrar adecuadamente el tiempo; establecer controles periódicos durante el desarrollo de las diferentes fases, esto permitirá dar seguimiento al proceso, ofrecer asesoría oportuna a los estudiantes y reducir la posibilidad de fraude.

La modelización contextualizada fortalece la actitud de trabajo en equipo, estimula la creatividad y el pensamiento original. Por otra parte, contribuye a formar y reforzar el sentido de responsabilidad en el estudiante, ya que este asumen un papel central en la planificación, la ejecución y la evaluación de su propio proceso de aprendizaje. Esta metodología, favorece que los estudiantes aprendan a tomar sus propias decisiones y asuman las respectivas consecuencias.

### **Bibliografía**

- Blomhøj, M. y Højgaard, T. (2003). Developing mathematical modelling competence: Conceptual clarification and educational planning. *Teaching mathematics and its applications*, 22 (3), 123-139.
- Blomhøj, M. (2004) Mathematical modelling - A theory for practice. En Clarke, B.; Clarke, D. Emanuelsson, G.; Johnansson, B.; Lambdin, D.; Lester, F. Walby, A. & Walby, K. (Eds.) *International Perspectives on Learning and Teaching mathematics*. National Center for Mathematics Education. Suecia, p. 145-159.
- Ministerio de Educación Pública. (2011). *Programas de Estudio de Matemática*. Documento de Apoyo Curricular. Versión preliminar. Costa Rica.
- Morales, Y. & Salas, O. (2010). Incorporación de la tecnología para la enseñanza aprendizaje de las ecuaciones diferenciales ordinarias (EDO). *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*. Año 5, Número 6. pp. 155-172. Costa Rica. ISSN: 1659-2573.
- Salas, O. (2011). *La modelización como metodología para el aprendizaje significativo*. Memorias de la XIII Conferencia Interamericana de Educación Matemática. Universidad Federal de

Pernambuco, Brasil. ISSN:978-85-63823-01-4.

Red Sísmica OVSICORI-UNA.(2010). Catalogación de datos sísmicos.Proyecto de Investigación.  
Universidad Nacional de Costa Rica.

# La teoría en la práctica educativa: una perspectiva desde la experiencia de docentes graduados/as de la carrera “Enseñanza de la matemática asistida por computadora”

*Luis Gerardo Meza Cascante*<sup>1</sup>

*Evelyn Agüero Calvo*<sup>2</sup>

*Martha Calderón Ferrey*<sup>3</sup>

## Introducción

La ponencia presenta los resultados más relevantes del “Informe Final” del proyecto de investigación “La teoría en la práctica educativa: una perspectiva desde la experiencia de docentes graduados de la carrera “Enseñanza de la matemática asistida por computadora”, que bajo el código 5402-1440-2401 fue desarrollado en la Escuela de Matemática en el periodo comprendido entre enero y octubre del 2010. Se trata de una investigación educativa de tipo cualitativo, sustentada en “relatos de vida” de la experiencia docente de graduados/as de la carrera “Enseñanza de la matemática asistida por computadora” que se imparte en el ITCR.

Con este proyecto de investigación se pretendió generar conocimiento sobre los factores, tanto institucionales como sociales, que las/os docentes de matemática en ejercicio perciben como facilitadores o inhibidores del desarrollo de procesos de enseñanza y de aprendizaje de la matemática asistidos por computadora (emac<sup>4</sup>).

---

<sup>1</sup>Doctor en Educación con énfasis en Investigación Educativa (UNED), Costa Rica y Licenciado en la Enseñanza de la Matemática, Universidad Nacional (UNA), Costa Rica. Docente e investigador en la Escuela de Matemática del Instituto Tecnológico de Costa Rica (ITCR). También es docente en la División de Educología del Centro de Investigación y Docencia (CIDE), Universidad Nacional, Costa Rica. Actualmente, es Director de la Escuela de Matemática del Instituto Tecnológico de Costa Rica (ITCR). Correo electrónico: [gemeza@itcr.ac.cr](mailto:gemeza@itcr.ac.cr)

<sup>2</sup>Máster en Ciencias con énfasis en Matemática Educativa del Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional, México y Bachiller en Enseñanza de la Matemática asistida por computadora del Instituto Tecnológico de Costa Rica (ITCR). Docente e investigadora de la Escuela de Matemática del ITCR. Doctoranda en el programa de Doctorado en Intervención Educativa de la Universidad de Valencia, España. Correo electrónico [evaquero@itcr.ac.cr](mailto:evaquero@itcr.ac.cr)

<sup>3</sup>Máster en Derecho Laboral y de la Seguridad Social (UNED), Costa Rica y Licenciada en Derecho (UCR), Costa Rica. Docente e investigadora de la Escuela de Ciencias Sociales del ITCR. Actualmente es Directora de la Escuela de Ciencias Sociales. Doctoranda en el programa de Doctorado en Intervención Educativa de la Universidad de Valencia, España. Correo electrónico [micalderon@itcr.ac.cr](mailto:micalderon@itcr.ac.cr)

<sup>4</sup> Enseñanza de la matemática asistida por computadora

La investigación se circunscribió a docentes graduados/as de la carrera “Enseñanza de la matemática asistida por computadora” (EMAC), porque la investigación se ubica dentro de las acciones de integración de la docencia, la investigación y la extensión de esta opción académica del ITCR, y porque se trata de los/as únicos/as profesionales formados en el país con énfasis en la enseñanza de la matemática asistida por computadora.

### **Marco metodológico de la investigación**

#### **Tipo de investigación**

La investigación es de tipo cualitativo. En la investigación se asumió como elemento esencial la metodología del estudio de caso, porque pensamos como Blanco (1995) que los estudios de caso constituyen un importante recurso para proporcionar claves y datos que permitan conocer la realidad, así como para comprender los conflictos, contradicciones y divergencias entre lo que se propone y lo que se lleva a cabo, entre lo deseable y lo realizable.

#### **Selección de los casos**

Para llevar a cabo la investigación, seleccionamos inicialmente a diez docentes graduados/as de la carrera “Enseñanza de la Matemática Asistida por Computadora” que imparte el ITCR, de los cuales al menos cinco tenían una experiencia profesional de siete años o más en la educación media costarricense. Esta selección se realizó mediante un muestreo por conveniencia, tal como suele hacerse en investigaciones de tipo cualitativo. La selección la hicimos a partir de un listado de las/os graduadas/os de la carrera, proporcionada por el Departamento de Admisión y Registro del ITCR.

Dado que la respuesta obtenida de los primeros casos seleccionados no fue efectiva, por cuanto no se logró obtener respuesta a los correos electrónicos enviados en ocho de los mismos, decidimos reiterar la invitación a participar en la investigación y además, ampliamos en diez los casos de interés para el estudio. Lo anterior se hizo en consideración a que el criterio fundamental para la selección de los casos era la disposición del o la docente de participar en la investigación.

Como la cantidad de respuestas obtenidas seguían siendo insuficientes, según las expectativas que nos habíamos trazado, ampliamos el número de casos una vez más a un total de cincuenta y cinco docentes.

Finalmente, después de gestionar en varias ocasiones la participación de los informantes, recibimos respuesta de cuarenta y cinco docentes, número que superó ampliamente nuestras más ambiciosas expectativas.

### **Acceso al campo: aceptación de las y los docentes de participar en la investigación**

Para lograr la participación de los/as docentes seleccionados se les envió, en un primer intento, un correo electrónico de parte del Dr. Meza invitándolos/as a participar en la investigación e informándoles de los objetivos del estudio. Sin embargo, ante la escasa respuesta obtenida de estos primeros correos, se enviaron recordatorios a los docentes.

Finalmente, ante la dificultad manifiesta de obtener suficientes “Historias de vida” para la investigación, decidimos utilizar un medio en el cual no habíamos pensado: Facebook.

A partir de esta decisión, el Dr. Meza envió una invitación mediante Facebook a tantos egresados de la carrera EMAC como fue posible encontrar en esa red social.

Como una experiencia adicional generada en la investigación, realmente inesperada, y que consideramos muy valiosa, con un potencial que nos parece muy grande, encontramos que Facebook y redes sociales similares, aparecen como alternativas importantes para la investigación educativa, lo que viene a ser un valor agregado a la vivencia que tuvimos como investigadores en este proyecto.

### **Técnicas para la recolección de datos**

Para recolectar la información se utilizó, fundamentalmente, la técnica de las “historias de vida” en la modalidad de “relatos de vida” y en algunos casos, una variación a conveniencia de las “entrevistas en profundidad”, consistente en plantear al informante por medios electrónicos que profundizara en su relato, o aclarara algunos de sus aportes.

Por otra parte, las entrevistas en profundidad son, de acuerdo con Taylor y Bogdan (1986), encuentros dirigidos hacia la comprensión de las perspectivas que tienen los informantes respecto de sus ideas y experiencias, tal y como lo expresan con sus propias palabras.

La variante en las “entrevistas en profundidad” que decidimos adoptar como medio para triangular la información, se ajustó de manera muy adecuada a las necesidades de la investigación porque, en primer lugar, nos permitió aclarar o complementar los datos, y en segundo, nos dio acceso a una cantidad muy importante de informantes cuya distribución geográfica en el país hacía muy difícil (para fines prácticos diríamos que imposible en cuanto a presupuesto y tiempo) realizar las entrevistas en profundidad de manera ordinaria.

Aquí queremos resaltar que, desde una perspectiva puramente metodológica, nos queda la inquietud de continuar con esta variante en otras investigaciones, para corroborar el potencial de adaptar las “entrevistas en profundidad” del formato presencial a una variante mediada por tecnología como pueden ser las video conferencias, los chats, el correo electrónico o las redes sociales.

### **Procedimiento para la recolección de datos**

La recolección de los datos, tal como se indicó anteriormente, se realizó mediante la técnica de las “Historias de vida” en la modalidad de “relatos de vida”, recibidas por medio de correos electrónicos o de mensajes en la red social Facebook. Consecuentemente, todos los “relatos de vida” recibidos estuvieron en formato digital desde el inicio. De igual manera las “entrevistas en profundidad”, en la variante explicada en el punto anterior, también fueron recibidas en formato digital. Por tanto, los datos fueron recabados en formato digital mediante textos directamente escritos por los informantes.

### **Estrategias para el análisis de los datos**

El análisis de los datos, por tratarse de una investigación cualitativa, se asumió como un proceso continuo, que inició desde la misma fase de recolección de los datos. Por ello, los “relatos de vida” fueron analizados tan pronto fueron obtenidos y las “entrevistas en profundidad” fueron generadas, en la variante aplicada, tan pronto fue posible a partir de lo que planteaba el informante en su “relato de vida”.

No obstante, al darse por agotada la fase de recolección de datos se realizó un proceso intensivo de análisis de los mismos, para lo cual se recurrió a la categorización y a la codificación. Diversos autores (Rodríguez, Gil y García, 1996, Taylor y Bogdan, 1986, Del Rincón y otros, 1995) consideran que en una investigación cualitativa la recolección de los datos constituye una forma primitiva de análisis de los datos. Lo anterior, dicen estos

autores, se comprueba porque en la investigación cualitativa las/os investigadoras/es suelen agregar a las notas de campo sus comentarios, observaciones, juicios, sospechas, dudas, reflexiones e interpretaciones.

El análisis de los datos se realizó siguiendo el modelo de Miles y Huberman (1994), citado por Rodríguez, Gil y García (1996), cuyo esquema general se muestra en la siguiente figura:

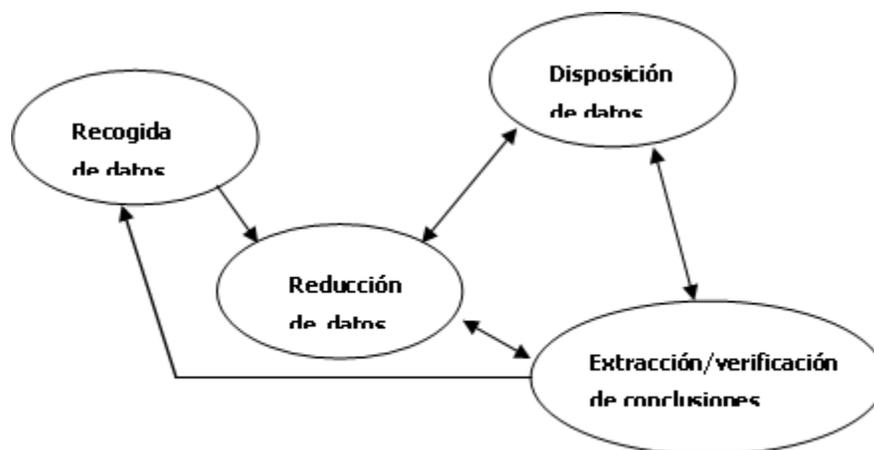


Figura No.1: Tareas implicadas en el análisis de datos (Miles y Huberman, 1994)

La parte de reducción de datos consistió en resumirlos, procurando lograr que la información fuera abarcable y manejable. Para lograrlo se procedió a categorizar y a codificar la información. La parte de categorización se realizó siguiendo criterios temáticos, según la clasificación de Rodríguez, Gil y García (1996), por cuanto este tipo de criterio es, según estos autores, el más extendido y el que resulta más valioso en el análisis de los datos cualitativos.

La parte de codificación, de acuerdo con Rodríguez, Gil y García (1996, p. 208), “no es más que la operación concreta por la cual se asigna a cada unidad un indicativo (código) propio de la categoría en la que la consideramos incluida. Es el proceso físico, manipulativo mediante el cual dejamos constancia de la categorización realizada”. En esta investigación la codificación se realizó asignando un color a cada una de las categorías, y sub categorías previamente identificadas por los investigadores.

## Conclusiones

### 1. Caracterización del ambiente institucional de las instituciones de educación media

### **1.1. Los colegios rurales: diferencias a la vista**

Un elemento que muestra la investigación es la existencia de diferencias entre las instituciones del sector urbano y del sector rural. Estas diferencias se presentan en variados tópicos, pero entre las más relevantes son las dificultades de acceso a la tecnología por parte de las/os docentes, las escasas oportunidades que tienen las/os estudiantes para acceder a la tecnología y la formación de algunos docentes que enseñan matemática.

La investigación permite conocer que en los colegios rurales se presentan condiciones que, en algunos aspectos, pueden ser más difíciles para desarrollar los procesos de enseñanza de la matemática, como la falta de profesores con formación adecuada o las dificultades de acceso a la tecnología de los/as docentes y de las/os estudiantes.

No es en realidad un hallazgo nuevo el detectar la existencia de diferencias entre los colegios del sector urbano y los de la zona rural. No obstante, mediante la investigación se constata que las mismas persisten y que en elementos como el uso de tecnología para apoyar los procesos educativos, éstas pueden ser un factor que actúe negativamente en contra de los colegios rurales.

### **1.2. El uso de la calculadora y la enseñanza de trucos: un mal que se expande**

Una de las cuestiones que se han venido poniendo de manifiesto en los últimos años, tanto por las diversas expresiones de los docentes, como por la evidencia que se encuentra en la misma publicidad, es que la enseñanza de la matemática en la educación media está fuertemente mediatizada por la enseñanza de trucos que utilizan la calculadora para hallar respuestas correctas aunque el/la estudiante no comprenda los procedimientos o los conceptos.

### **1.3. La sobrecarga de los programas y la pérdida de lecciones: la eterna paradoja**

Un factor que recurrentemente se ha planteado como característica de la educación media es que los programas de estudio están saturados de contenidos. A partir de esta situación se justifica la dificultad de cubrir los diversos temas o de aplicar estrategias didácticas distintas a las tradicionales bajo el argumento de que requieren de un tiempo con el que no se cuenta.

A partir del momento en que el curso lectivo se incrementó a doscientos días lectivos debería haberse eliminado, o al menos atenuado, la supuesta carencia de tiempo. No obstante, lo que ha surgido es una situación paradójica: se sigue argumentando que los programas están sobrecargados

a la vez que se manifiesta reiteradamente que en los últimos días del curso lectivo no se aprovechan de manera significativa los doscientos días.

#### **1.4. La burocracia: un elemento presente**

La burocracia, entendida en este caso como el exceso de trámites que debe atender el/la docente, parece ser percibida por los/as profesores/as como un elemento limitante de su labor profesional.

#### **1.5. La formación de los/as docentes: profesores titulados que no saben ni lo que deben enseñar**

Los resultados de la prueba aplicada por el MEP ha revelado que una parte importante de los/as educadores/as no parecen poseer la formación necesaria para enseñar matemática en el nivel medio.

#### **1.6. Percepción negativa del papel de los padres**

Un elemento recurrente en los “relatos de vida” de los informantes fue la percepción negativa acerca del papel que juegan los padres y madres de familia en el aprendizaje de la matemática de sus hijas/os. Subsiste la percepción de que a la mayoría de los padres y madres de familia les interesa más que el/la estudiante apruebe a que realmente aprendan.

#### **1.7. Algunos elementos positivos**

La investigación ha permitido constatar que los/as docentes tienen una percepción de que sus esfuerzos pueden generar resultados positivos en las y los estudiantes. Esta situación es un elemento positivo porque puede constituir un elemento sustentador de los esfuerzos necesarios que el/la docente debe realizar para efectuar una labor de calidad.

## **2. Factores que facilitan la enseñanza de la matemática asistida por computadora**

### **2.1. La emac percibida como innovación educativa**

La enseñanza de la matemática asistida por computadora puede ser considerada aun como una innovación educativa. Consecuentemente, la percepción de innovación educativa que se asocia a la emac puede constituir, eventualmente, un factor que facilite la emac, tanto por parte de los estudiantes como de los Directores y los colegas.

### **2.2. La existencia de laboratorios en los colegios: un cuasi-espejismo de oportunidad**

La existencia de laboratorios en algunos colegios aparecerá siempre como una oportunidad, aunque, contrastada con lo que se indica sobre los elementos que dificultan la emac, aparece como una oportunidad relativa.

No obstante, la existencia de estos laboratorios no puede subestimarse y por ello se le resalta como un factor que tiene potencial para facilitar la emac.

### **2.3. La presencia en el aula de computadora y del video beam**

Los adelantos tecnológicos van introduciendo opciones nuevas para la emac. De las experiencias reseñadas por los informantes, se desprende que la presencia de la computadora en el aula y el uso del video beam van ganando terreno, aunque lentamente y sin estar libre de dificultades.

Lo anterior, unido al hecho de que cada vez es más accesible que el propio docente pueda adquirir una computadora portable, sugiere que potencialmente la computadora estará en el aula de las instituciones de educación media con mayor frecuencia en una modalidad como la indicada.

No obstante, el uso de la computadora con video beam podría limitarse a las presentaciones, dificultando con ello una mayor interacción de las/os estudiantes en los procesos de aprendizaje.

## **3. Factores que dificultan la enseñanza de la matemática asistida por computadora**

### **3.1. La cultura organizacional: invisible pero presente**

La cultura organizacional puede representar un punto importante para las y los integrantes de la organización porque les ayuda a reducir la ambigüedad: les indica cómo se hacen las cosas y lo que es importante. Pero la cultura organizacional también tiene aspectos potencialmente negativos. Por ejemplo, puede ser un elemento negativo cuando los valores compartidos de las y los integrantes no coinciden con los que favorecen el progreso de la organización.

Por ello es importante indagar sobre los aspectos que los informantes manifiestan que les dificulta la emac y que puedan pertenecer a la cultura organizacional.

Las políticas institucionales, lo que incluye el establecimiento de prioridades, también es un factor que puede afectar las oportunidades del/la docente de desarrollar emac.

### **3.2. El equipo y los laboratorios: entre la inexistencia y el acceso dificultoso**

Uno de los factores que dificultan, señalados de manera recurrente por los informantes, la enseñanza de la matemática asistida por computadora es la falta de equipo y de laboratorios. Esta carencia, de acuerdo con los testimonios recabados, presenta diversas formas de manifestación. Por una parte, la ausencia puede ser total, es decir, algunas instituciones no cuentan ni con laboratorios ni con equipo adicional que pueda dedicarse a la enseñanza de la matemática. Pero por otra,

también sucede que existiendo laboratorios en el colegio el acceso efectivo por parte del docente de matemática resulta muy difícil o del todo imposible.

## **Referencias**

- Badilla, C. (1998). Reflexiones sobre la utilización de la informática educativa asociada a una corriente pedagógica: resultados de una experiencia. En: Libro de Memorias del I Congreso Internacional de Informática Educativa para Secundaria.
- Blanco, N. (1995). Contexto institucional y práctica docente. Estudio de un caso. En: Revista de Educación. Internet.
- Meza, G. (2002). La teoría en la práctica educativa. En: Revista "Comunicación". Vol. 12. Año 23. No. 2.
- Meza, G. (2003). Hacia perfiles de cambio en la enseñanza y el aprendizaje de la matemática: un caso de estudio en séptimo año de un colegio oficial urbano". En: Revista Virtual de Posgrado de la UNED.
- Miles, H. y Huberman, D. (1994). Qualitative data analysis: An expanded source book. Newbury Park: Sage.
- Moreno, A. (2008). Historias de vida e investigación. INTERNET.
- Robbins, S. (1986). Comportamiento organizacional. México, D. F.: Prentice Hall.
- Rodriguez, G., Gil, J. y García, E. (1996). Metodología de la investigación cualitativa. Málaga: Ediciones ALJIBE.
- Sánchez, M. (2000). Una nueva mirada a los procesos de lectura y escritura. Tesis Doctoral. Programa de Doctorado en Educación. Universidad Estatal a Distancia.
- Taylor, S. y Bogdan, R. (1986). Introducción a los métodos cualitativos de investigación. Piidos. Buenos Aires.
- Trujillo, B. (2002). Innovación-Educación. INTERNET

# Preferencias de los estudiantes inscritos en los cursos ofrecidos por el Proyecto Matemática para la Enseñanza Media (MATEM-UNA) durante el período 2005-2010, relacionadas con las carreras profesionales en educación superior.

Ana Lucía Alfaro Arce<sup>1</sup>

Marianela Alpízar Vargas<sup>2</sup>

José Romilio Loría Fernández<sup>3</sup>

## Resumen:

Este reporte de investigación presenta las preferencias que tienen los estudiantes que aprobaron MATEM-Precálculo, en el período 2005-2010, respecto a la universidad que eligen, la carrera profesional que matriculan y los aspectos positivos del proyecto, que ellos consideran y mencionan que le han ayudado en su desempeño como universitarios. La información fue recolectada por medio de una encuesta telefónica. En los resultados se destaca que los estudiantes prefieren continuar sus estudios superiores en universidades estatales del país, en carreras que incluyen cursos de Matemática en sus programas de estudio, por ejemplo: Ingenierías, Economía, Estadística, Medicina, entre otras. Los estudiantes afirman que uno de los principales beneficios del proyecto es que, Precálculo permite desarrollar habilidades y destrezas de razonamiento, forjándose así herramientas valiosas que les ha ayudado en los cursos universitarios que enfrentan. Finalmente, consideran que el proyecto debe ser divulgado con otros jóvenes de secundaria y sus profesores, con el fin de que ellos participen y así ingresen a la universidad con mayores competencias y mejor preparados para concluir sus cursos de matemática.

## 1. INTRODUCCIÓN

El avance en la ciencia y el desarrollo tecnológico en el que está inmersa la sociedad actual exige un cambio inmediato en la manera de educar a las personas. Se requiere romper con los paradigmas de educación tradicional y apostarle a una educación que favorezca el pensamiento crítico, autónomo y creativo en los estudiantes. No obstante, en nuestro país estamos muy lejos de alcanzar esto, puesto que no se han superado los obstáculos que impiden, a muchos niños y jóvenes, tener éxito en el sistema educativo. El bajo rendimiento escolar, el ausentismo, la deserción, la desmotivación de los estudiantes al repetir una y otra vez las pruebas nacionales para lograr su certificado de culminación de la educación media y tener la oportunidad de ingresar a una universidad, entre otros componentes, están afectando severamente la educación costarricense.

Nuestro sistema educativo está inmerso en un escenario de incertidumbre y ambigüedad; pero al mismo tiempo con muchos retos. La expectativa nacional para un desarrollo de la ciencia y la tecnología le apuesta a la Matemática como medio para privilegiar la

---

<sup>1</sup>Universidad Nacional, Costa Rica; [aalfar@una.ac.cr](mailto:aalfar@una.ac.cr)

<sup>2</sup>Universidad Nacional, Costa Rica; [malpiza@una.ac.cr](mailto:malpiza@una.ac.cr)

<sup>3</sup>Universidad Nacional, Costa Rica; [jromilf@gmail.com](mailto:jromilf@gmail.com)

adquisición de destrezas, conocimientos y potencialidades en las personas. Sin embargo, la conjugación de diversos factores afecta negativamente el rendimiento académico en dicha asignatura (Gaete y Jiménez, 2008).

Además, Posso y Uzuriaga (2007) mencionan “el bajo aprovechamiento estudiantil no debe ser analizado únicamente como alto índice de reprobación en los cursos y debe entenderse, en general, como bajo nivel de asimilación promedio de dichos cursos, aún en gran parte de los estudiantes que los aprueba” (sección de introducción, párr. 2).

Los factores señalados, entre otros, causan que los estudiantes lleguen a las universidades con serias carencias en conceptos fundamentales de Matemática, lo que conlleva a un alto grado de reprobación en los cursos básicos de dicha asignatura a nivel universitario. Por ejemplo, según consta en el sitio Web de la Escuela de Matemática, en la Universidad de Costa Rica (UCR) las estadísticas de promoción muestran que el nivel de repitencia en cursos de cálculo (tales como los que llevan por siglas MA0213, MA0230, MA1001 ó MA1210) ronda 30% y por esta razón se creó, en esa institución, la prueba diagnóstico con el fin de alertar al estudiante de sus posibles deficiencias.

En el Instituto Tecnológico de Costa Rica (ITCR) la promoción en cursos como Matemática General y Cálculo Diferencial e Integral, también es desalentadora. El estudio de Barahona y Ramírez (2007), relacionado con estudiantes que pierden alguno de dichos cursos, en al menos una oportunidad, reporta que aunque los jóvenes ya han ganado el bachillerato y los exámenes de admisión de la universidad respectiva, al analizar los resultados obtenidos por éstos en el primer curso de Matemática, las promociones no suelen superar 50%, situación casi similar se observa en el porcentaje de aprobación total.

En la Universidad Nacional (UNA) la situación también es preocupante, por el bajo rendimiento de los estudiantes de primer ingreso en el curso Matemática General (MAX084) y por el alto grado de repitencia en dicho curso. En los últimos años, de acuerdo con los datos proporcionados por la Escuela de Matemática, el porcentaje de estudiantes que aprobó durante el período 2005-2009 rondó 41,49% y en la última década fue 47,15% (Zamora, 2010). Esta cifra es alarmante sobre todo porque ese curso incluye, prácticamente, los mismos contenidos matemáticos que se estudian en secundaria, y los estudiantes que lo reprobaban han ganado la prueba de bachillerato de esta asignatura (que evalúa esos mismos

contenidos) aplicada por el Ministerio de Educación Pública (MEP) para lograr egresarse de la educación media.

Convencidos de que corresponde a la Educación Matemática la formación intelectual del ser humano, de manera que este desarrolle su capacidad de razonamiento, la lógica, la criticidad y le ayude a enfrentar los retos de nuestra época relacionados con las ciencias y la tecnología; es que se debe prestar mayor atención a la problemática que esta disciplina presenta, y a las contribuciones que las universidades estatales pueden ofrecer a los educadores de esa especialidad y a sus estudiantes (Ruiz, 2000).

Conscientes de la realidad nacional en cuanto a la enseñanza de la Matemática y al bajo rendimiento que se obtiene en esta asignatura, principalmente, en los exámenes de bachillerato y en los cursos introductorios de las universidades estatales, es que la UNA, opta por contribuir con la sociedad costarricense al mantener el proyecto Matemática para la Enseñanza Media (MATEM) como una actividad académica permanente y prioritaria, donde se capacitan docentes de secundaria que imparten lecciones en el Ciclo Diversificado del Sistema Educativo Costarricense, al mismo tiempo que ofrece una buena formación matemática a los estudiantes que matriculan los cursos ofrecidos.

MATEM es un proyecto de extensión universitaria, con una trayectoria de más de 23 años de ejecución en la Escuela de Matemática de la UNA. El objetivo de este proyecto es mejorar la calidad de la enseñanza de la Matemática, a nivel de la Educación Media. MATEM ofrece los cursos Precálculo y Cálculo Diferencial e Integral. Los que aprueban los cursos de MATEM tienen el incentivo de que se les reconoce el(los) primer(os) curso(s) de Matemática universitaria básica (Alfaro y Alpízar, 2006). La participación en el proyecto es totalmente voluntaria.

Este reporte de investigación pretende dar a conocer las preferencias que tienen quienes aprobaron MATEM-Precálculo, en el período 2005-2010, respecto a la universidad que eligen, la carrera profesional que matriculan y los aspectos positivos del proyecto, que ellos consideran y mencionan que le han ayudado en su desempeño como universitarios.

## **2. REFERENTE TEÓRICO**

Gaete y Jiménez (2010) indican que la deserción escolar es un fenómeno persistente de la educación pública nacional e internacional que afecta a un gran número de personas menores de edad que optan por abandonar el sistema educativo por diversas razones. En

Costa Rica, la problemática es más profunda en la educación media (III y IV Ciclo) que en los ciclos anteriores. Matemática es una disciplina que no escapa a esta realidad.

Otro componente que preocupa a autoridades nacionales e internacionales desde hace ya muchos varios años y que ataca fuertemente a la Matemática, desde primaria hasta la educación superior es el bajo rendimiento de los estudiantes. Para superar ese mal hay mucho trabajo por hacer.

Cada año los resultados en Matemática a escala nacional, son bastante bajos, lo que quiere decir que muchos estudiantes reprueban y repiten. Estos fenómenos revelan una situación que preocupa a todos los interesados, desde maestros del aula a funcionarios de oficinas centrales del MEP, pues el Estado incurre en inversiones enormes en procura de una educación de calidad que sea un factor de desarrollo social. (Gaete y Jiménez, 2008, p. 10).

Con este panorama del proceso de enseñanza y aprendizaje de la Matemática, es seguro que el bajo rendimiento académico de los estudiantes en los primeros cursos universitarios, es un mal generalizado. Aunque se han realizado acciones para mejorar los resultados aún no muestran una mejoría significativa y hay quienes pronostican un agravamiento creciente de la situación. Por estas razones, es hora de pensar colectivamente en la problemática, identificar sus causas, proponer estrategias de solución y crear las condiciones para ponerlas en práctica.

Posso y Abel (2005) señalan que se debe tener en cuenta que:

Al pasar del bachillerato a la universidad se produce un cambio de una matemática “mostrativa” a una matemática “demostrativa” lo que constituye una dificultad para aquellos estudiantes cuyo pensamiento no ha alcanzado el nivel de pensamiento formal. La enseñanza fundamentalmente expositiva solo puede resultar apropiada si se tienen en cuenta los conocimientos previos y se establece una relación coherente entre lo que los alumnos saben y los conocimientos nuevos (p.174).

Bajo esta perspectiva, para las universidades preocupadas por el bajo rendimiento académico en los cursos iniciales de esta disciplina y por sus consecuencias en cuanto a deserción de estudiantes, parece ser una tarea urgente prestar atención y tratar de subsanar los problemas de formación básica de sus estudiantes en riesgo. Esto conlleva a que una

rápida identificación de la “población en riesgo” debería ser objeto de prioritaria relevancia, así como una adecuada caracterización; y más importante un tratamiento especial, a esos estudiantes, acorde con tal caracterización.

En nuestro país, desde hace ya varios años, se han implementado acciones que buscan contribuir, en parte, a la solución de la problemática existente. En el caso de la UNA, se mantienen los proyectos: MATEM, Éxito Académico y Olimpiadas de Matemática Costarricenses; además, desde el año 2008 se ha venido administrando una prueba de diagnóstico a todos los estudiantes que deben llevar al menos un curso de esta materia dentro de su plan de estudios. En la UCR, también se desarrollan las acciones mencionadas, el examen de diagnóstico tiene como objetivo conocer el grado, con el que los estudiantes ingresan a esa universidad en temas de matemática que son requisito para llevar el primer curso de cálculo.

En términos generales, se está muy lejos de lograr una solución definitiva al problema del bajo rendimiento en Matemática. Sin embargo, es positivo el hecho de que se están uniendo esfuerzos y realizando acciones conjuntas y oportunas para prestar atención urgente y buscar soluciones a los problemas de formación básica en esta asignatura, en beneficio de los estudiantes en riesgo académico. Precisamente, este es uno de los objetivos que persigue el proyecto MATEM, busca no solamente aumentar el rendimiento académico en secundaria; sino también, ofrecer una sólida formación matemática a los estudiantes matriculados que les permita tener éxito en los cursos universitarios de matemática.

### **3. METODOLOGÍA**

#### *3.1 Tipo de estudio*

El estudio llevado a cabo es de tipo descriptivo cuantitativo. Se indagó sobre las carreras profesionales que los estudiantes que aprobaron un curso de MATEM-UNA siguen en la educación superior.

#### *3.2 Instrumentos de recolección de datos y temporalidad del estudio*

Los insumos provienen de una entrevista telefónica. El estudio abarca el período 2005-2010, la sistematización final se llevó a cabo durante el II semestre del 2011. La información de las entrevistas fue recopilada en distintos años.

### 3.3 Población y muestra del estudio

La población en estudio está conformada por los estudiantes que aprobaron, el curso Precálculo en décimo y undécimo, ofrecido en MATEM-UNA durante los años 2005-2010. Por diversas razones, no fue posible obtener la opinión de todos los aprobados; entre ellas: números telefónicos equivocados o cancelados, falta de ubicación por estar en horas lectivas al momento de las llamadas telefónicas, encontrarse en el extranjero, entre otras.

### 3.4 Número de participantes en el estudio

Para conocer sobre las carreras profesionales que eligen los que aprobaron Precálculo-MATEM, se tomó como referencia a quienes aprobaron el curso en el mismo período. Se les plantearon preguntas relacionadas con el seguimiento de estudios a nivel universitario, la universidad y carrera elegida, la cantidad y tipo de cursos de Matemática que tienen que llevar y los beneficios que considera obtuvo al aprobar Precálculo. En la siguiente tabla se muestra la cantidad de estudiantes que se logró encuestar en los diferentes años.

**Tabla 1.** Número de estudiantes que aprobaron el curso Precálculo y que se logró entrevistar. Periodo 2005-2010

Año	Nº de estudiantes aprobados en Precálculo	Nº de estudiantes encuestados	Porcentaje de estudiantes encuestados
2005	108	67	62,04
2006	113	80	70,80
2007	148	69	58,97
2008	124	44	35,48
2009	124	65	52,42

2010	109	63	57,80
Total	726	388	

---

### *3.5 Procesamiento de la información*

Los datos procesados se articularon con relación al problema de investigación planteado, para la posterior elaboración de resultados y para su interpretación. Se tabuló la información cuantitativa y posteriormente se utilizó la herramienta análisis de datos de la Hoja de cálculo MS Excel, para la sistematización y el análisis de la información. Se generaron tablas, cuadros cruzados, gráficas, medidas descriptivas y de manera textual, para una mejor presentación y comprensión de los hallazgos.

## **4. ANÁLISIS DE RESULTADOS**

En este apartado se resumen los resultados obtenidos acerca de las universidades y carreras profesionales que eligen los estudiantes que aprobaron Precálculo y de los beneficios que obtuvieron al aprobarlo.

### *4.1 Preferencias de educación superior que declaran los estudiantes que aprobaron Precálculo-MATEM en el período 2005-2010*

Como se citó anteriormente, uno de los objetivos de MATEM es lograr que los estudiantes de secundaria que culminan con éxito el curso Precálculo, estén mejor preparados para la educación superior. Por ende es importante indagar si estos se encuentran matriculados en alguna universidad; además, conocer el tipo de universidad, la carrera que eligieron, la cantidad y tipo de cursos de nuestra disciplina que deben llevar y los beneficios que obtuvieron al aprobar (este último aspecto solo es analizado en los años 2007, 2008, 2009 y 2010).

Los estudiantes que aprobaron MATEM-Precálculo en el año 2005 se encuentran en su totalidad matriculados en alguna universidad, 98% de los estudiantes del 2006 y 97,1% del 2007 se encuentran en la misma condición, la encuesta telefónica a estos estudiantes fue aplicada en el 2007 y 2008. Los estudiantes que aprobaron en el 2008 y 2009 se les aplicó la encuesta en el 2010, obteniendo que 97,7% y 98,5 respectivamente, se encontraban

matriculados en alguna casa de enseñanza superior. Mientras que los entrevistados del 2010 96,8% se encontraban en una situación similar.

El hecho de que la mayoría de los estudiantes que aprueban el curso impartido por MATEM se encuentran en una universidad es un aspecto positivo, ya que la formación profesional de los ciudadanos en nuestro país es muy importante para poder competir con países desarrollados. En la tabla 2 se presentan las universidades escogidas por estos estudiantes.

En la tabla 2 se puede observar que los estudiantes que aprobaron en el período 2005-2010 muestran preferencia por continuar sus estudios superiores en las universidades estatales del país (a excepción de la UNED). El mayor porcentaje, en cada uno de los años, eligió la UCR, seguido por la UNA y el ITCR.

**Tabla 2.** Distribución de los estudiantes que aprobaron MATEM-Precálculo, en el período 2005-2010, según la universidad elegida para cursar sus estudios superiores

Universidad	Porcentaje de estudiantes por años de ejecución					
	2005	2006	2007	2008	2009	2010
UCR	59,7	56,4	49,3	19,0	60,9	46,03
UNA	11,9	25,6	16,4	7,0	14,1	23,81
ITCR	6,0	9,0	11,9	5,0	6,3	15,87
UNED	0,0	0,0	1,5	0,0	4,7	4,76
U. Interamericana	13,43	5,1	14,9	0,0	0,0	0,0
U. Latina	3,0	0	1,5	6,0	3,1	9,52
Universidades técnicas	0,0	0	0,0	0,0	3,1	3,17
Otras	6,0	3,9	4,5	10,0	7,8	4,76

**Total** 100 (67) 100 (78) 100 (67) (43) 100 (64) (60)

Nota: En el año 2008 y 2010 el total de estudiantes encuestados no corresponden al 100% porque hay jóvenes que cursan estudios en diferentes universidades.

También, se indagaron las preferencias en cuanto a las carreras profesionales seguidas por los estudiantes. La tabla 3 resume las áreas profesionales elegidas.

En mayor medida, los estudiantes encuestados siguen carreras relacionadas con Ingenierías, entre ellas: Ingeniería en Computación, Ingeniería en Sistemas, Ingeniería Química, Electromedicina, Arquitectura, Química Industrial, Ingeniería Mecánica, Ingeniería Electrónica. Esta predilección por las ingenierías se da como patrón a lo largo del periodo estudiado.

**Tabla 3.** Distribución de los estudiantes que aprobaron MATEM-Precálculo en el período 2005-2009 según el área profesional elegida

Área del saber	Distribución de estudiantes					
	2005	2006	2007	2008	2009	2010
Ingenierías	25	28	29	16	27	30
Ciencias de la Salud	8	21	13	12	19	9
Ciencias Sociales	21	16	17	9	10	13
Ciencias Exactas	3	6	0	2	1	3
Ciencias de la Comunicación	3	3	2	2	1	2
Ciencias Forestales o Naturales	3	2	1	1	2	2
Idiomas	1	1	1	1	1	2

Turismo	2	1	2	0	0	0
Educación	3	0	1	1	0	0
Artes escénicas	0	0	1	0	0	0
Estudios generales	0	0	0	0	3	1

---

Nota: los totales se omitieron porque hay estudiantes que cursan más de una carrera.

Las Ciencias de la Salud también son carreras bastante elegidas por los encuestados, entre ellas: Medicina, Odontología, Veterinaria, Farmacia, Microbiología y Enfermería. Seguido por las Ciencias Sociales como: Economía, Estadística, Administración de Empresas, Derecho.

Las áreas con menor preferencia son Idiomas, Turismo, Educación y Artes Escénicas. Además, cabe destacar que 12 estudiantes siguen carreras de Ciencias Exactas, en las que se incluyen Matemática, Enseñanza de la Matemática y Física.

La mayoría de las carreras profesionales que siguen los estudiantes que aprobaron MATEM-Precálculo, poseen un importante bloque de cursos de Matemática, en el año 2005, solamente cuatro mencionaron no tener que llevar cursos de matemática en sus carreras igual en el 2008. Doce del 2006, seis del 2007, ocho del 2009 y siete del 2010 expresaron lo mismo. Es decir, son muy pocos los estudiantes que siguen carreras en las cuales no llevan cursos básicos de Matemática.

Se debe destacar entonces, que los estudiantes que aprobaron MATEM-Precálculo tienen cierta tendencia a seguir estudios superiores en carreras profesionales que incluyen cursos como Matemática General y Cálculo Diferencial e Integral.

Uno de los principales beneficios del proyecto MATEM-UNA, según los estudiantes es que Precálculo permite desarrollar habilidades y destrezas de razonamiento. Es de suponer que este desarrollo se convirtió en una valiosa herramienta que les ha ayudado en los cursos universitarios. Además, se les consultó acerca de los beneficios que ellos consideran que obtuvieron al aprobar Precálculo-MATEM (este aspecto se cuestionó a partir del 2007), en la tabla 4 se presenta la información respectiva.

**Tabla 4.** Beneficios expresados por los estudiantes que aprobaron

Precálculo-MATEM en el período 2007-2010

<b>Beneficios al aprobar Precálculo-MATEM</b>	<b>2007</b>	<b>2008</b>	<b>2009</b>	<b>2010</b>
Ayuda para el examen de bachillerato	3 (4,3%)	6 (13,6%)	9 (13,8%)	18(28,6)
Reforzar conocimientos y estar mejor preparados para la universidad	39 (56,5%)	16 (36,4%)	23 (35,4%)	23(36,5)
Convalidación de una materia	13 (18,8%)	8 (18,2%)	19 (29,2%)	15(23,8)
Ninguno	8 (11,6%)	7 (15,9%)	10 (15,4%)	4(6,35)
Otros	6 (8,8%)	7 (15,9%)	4 (6,2%)	3(4,76)
<b>Total</b>	<b>69 (100%)</b>	<b>44 (100%)</b>	<b>65 (100%)</b>	<b>63(100%)</b>

El beneficio que la mayor parte de los estudiantes reporta es el de reforzar conocimientos en el área de las matemáticas; y por ello llegan mejor preparados para sus cursos universitarios, cumpliéndose aquí con uno de los objetivos del proyecto que es lograr que los estudiantes de secundaria lleguen con mejores bases a las universidades y que puedan enfrentar exitosamente los cursos de dicha área.

Los estudiantes que no logran equiparar el curso MATEM-Precálculo en la universidad en donde realizan sus estudios superiores, mencionan que en los cursos de Matemática de su carrera por lo general obtienen resultados satisfactorios debido a la preparación que obtuvieron por participar en el proyecto.

## 5. CONCLUSIONES

Este estudio permitió identificar aspectos importantes para una mayor divulgación del proyecto MATEM hacia la comunidad de educadores y estudiantes de secundaria. También, dio insumos para mejorar.

Como se expuso en el referente teórico, el aprendizaje de los conceptos matemáticos se logra cuando el discente es capaz de relacionar los conocimientos previos y las experiencias de aprendizaje a las que ha estado sometido, con los nuevos conceptos. En este sentido, las experiencias que MATEM ofrece relacionadas con el desarrollo de habilidades y destrezas matemáticas son clave para la comprensión de nuevos conocimientos en un curso de

Cálculo I. Cabe mencionar que aunque el tutor tiene libertad total para desarrollar los contenidos programáticos, los académicos a cargo del proyecto tratan de que los materiales didácticos elaborados para el curso, incluyan esas características.

Casi la totalidad de los entrevistados está matriculada en alguna universidad. Esto es muy positivo porque para el desarrollo de la ciencia y tecnología en nuestro país, se requiere de personas preparadas profesionalmente. Además, la mayoría eligen continuar estudios superiores en las universidades públicas del país, en carreras relacionadas con Ingenierías, Ciencias de la Salud y Ciencias Sociales.

Un beneficio que la mayor parte de los estudiantes (actualmente en la universidad) reportó fue que en MATEM se refuerzan conocimientos en el área de las matemáticas y por ello llegan mejor preparados para sus cursos universitarios. Este es uno de los principales objetivos del proyecto, lograr que los jóvenes de secundaria, ingresen con mejores bases matemáticas a las universidades y que puedan culminar con éxito sus cursos.

Gran parte de estudiantes llevan carreras en las cuales los cursos básicos de Matemática son necesarios y como MATEM-Precálculo permite desarrollar habilidades y destrezas de razonamiento es de suponer que dicho curso le aportó valiosas herramientas para enfrentar los cursos universitarios correspondientes a su carrera profesional. Lo cual se pudo constatar con los estudiantes de undécimo que aprobaron en el 2010 y los de décimo del 2009, donde han llevado el primer curso de la maya curricular y en su mayoría ha culminado con éxito el curso.

## **REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

Alfaro, A.L. y Alpízar, M. (2006). Formulación del plan quinquenal. MATEM 2007-2011 (Escuela de Matemática, Informe). Documento no publicado. Universidad Nacional. Heredia, Costa Rica.

Barahona, C. y Ramírez, G. (diciembre, 2007). Rendimiento Académico en Matemática: un estudio con estudiantes de ingeniería en los cursos de Matemática General y Cálculo Diferencial e Integral en el Instituto Tecnológico de Costa Rica. Ponencia presentada

en el *Quinto Congreso Internacional sobre Enseñanza de la Matemática Asistida por Computadora*, en el Instituto Tecnológico de Costa Rica. Cartago, Costa Rica.

Gaete, M. y Jiménez, W. (2008). Factores intervinientes en la problemática del bajo rendimiento en matemáticas de III y IV ciclo del sistema educativo costarricense, a través de la opinión de los distintos actores educativos (MEP, Informe de investigación). Recuperado de <http://www.educatico.ed.cr/Investigacioneducativa/Forms/AllItems.aspx>

Gaete, M. y Jiménez, W. (2010). Abandono (deserción) escolar en la enseñanza secundaria en Costa Rica, 2009-2010 (MEP, Informe de investigación). Recuperado de <http://www.educatico.ed.cr/Investigacioneducativa/Forms/AllItems.aspx>

Posso, A. y Abel, E. (octubre, 2005). Sobre el bajo aprovechamiento en el curso de matemáticas I de la UTP. *Scientia Et Técnica*, 28(11), 169-1741. Recuperado de <http://redalyc.uaemex.mx/src/inicio/ArtPdfRed.jsp?iCve=84911707030>

Posso, A. y Uzuriaga, V. (noviembre, 2007). Articulación del bachillerato con la universidad. Ponencia presentada en el *Primer Encuentro Regional de la Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales*, Universidad Católica Popular del Risaralda, Colombia. Recuperado de <http://www.ucpr.edu.co>

Ruiz, A. (2000). *El desafío de las Matemáticas*. Heredia, Costa Rica: EUNA.

Zamora, A. (2010). Formulación del proyecto interdisciplinario construcción y validación de una prueba de diagnóstico en el área de matemáticas para estudiantes de nuevo ingreso de la Universidad Nacional de Costa Rica (Escuela de Matemática, Informe). Documento no publicado. Universidad Nacional. Heredia, Costa Rica.

# Propuesta para el desarrollo de aplicaciones didácticas computacionales para la enseñanza de la geometría.

Rebeca Solís Ortega<sup>1</sup>

## Resumen

A continuación se presenta un resumen de mi proyecto de graduación para la Licenciatura en Enseñanza de la Matemática asistida por computadora, el cual trató sobre la creación de aplicaciones didácticas computacionales para la enseñanza de la geometría en séptimo año, según el plan de estudios del Ministerio de Educación Pública de Costa Rica. Además se realiza una propuesta sobre el abordaje de los temas en geometría utilizando como referencia el modelo de Van Hiele, el de Castiblanco y Orly.

La llegada de las tecnologías de la información y la comunicación (TICs) que se derivan del internet verdaderamente constituyen un cambio en la percepción de la computadora y sus usos.

Atrás quedaron la pascalina, las tarjetas perforadas, la máquina de Turing y muchos otros artefactos que en su momento fueron considerados los mejores inventos de su época; para darle la bienvenida a la internet, las calculadoras científicas, las pizarras electrónicas y muchos otros elementos tecnológicos que facilitan, no sólo nuestras labores cotidianas, sino que han generado una revolución en la manera en que realizamos las cosas, en nuestra visión del mundo, en cómo nos comunicamos, y en especial en cómo podemos enseñar, aprender y construir el conocimiento en un escenario donde lo abstracto parece cobrar vida y permite llevar la imaginación a límites no sospechados hace apenas un par de décadas.

El surgimiento de nuevas teorías psicopedagógicas como el cognitivismo y el constructivismo (Ertmer y Newby 1993, Taylor 2007, Leiva s.f, Beltrán y otros s.f) empezaron a cambiar la idea de hacia dónde debe orientarse la enseñanza, y poco a poco se ha ido incorporando una nueva forma de enseñar y aprender que deja de lado el modelo pasivo, en donde el estudiante recibe y aprende información de manera magistral, y lo reemplaza por un modelo más activo donde la experimentación, el descubrimiento y el análisis por parte del alumno toman un eje central.

Pero debemos entender a “las tecnologías informáticas en la enseñanza de las matemáticas, como un proceso de enriquecimiento, no como sustitución, tratando de mejorar capacidades cognitivas, no de sustituirlas” (Lupiañez y Moreno, 2001, p.293). Pues en caso contrario no se producirá

---

<sup>1</sup> Instituto Tecnológico de Costa Rica, Estudiante, [rsolye@hotmail.com](mailto:rsolye@hotmail.com)

ningún avance en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Es por esto que surge la necesidad de capacitar y ayudar a dichos profesores, mediante la creación de aplicaciones dinámicas de simple uso, para que puedan así incluir las TICs en su labor docente y con esto ayuden a sus estudiantes a obtener un aprendizaje más significativo. El propósito de este artículo es estudiar posibles usos de de las TICs enfocadas en el área de la enseñanza, tratando de identificar y explotar sus potencialidades en aplicaciones sobre geometría.

### **Algunos Aspectos preliminares.**

Las tecnologías de la información obligan a modificar la organización de la educación, porque crean entornos educativos que amplían considerablemente las posibilidades del sistema, no sólo de tipo organizativo, sino también de transmisión de conocimientos y desarrollo de destrezas, habilidades y actitudes. (Ruiz, 1996, citado en Soler y Lezcano, 2009)

Pero se debe tener en claro que no todas las tecnologías de información crean este tipo de entornos, pues éstos quedarán restringidos a aquellas TICs que, durante su creación, consideraron no sólo aspectos matemáticos y computacionales sino también aquellos de tipo pedagógico (Sherard, 2000; Van Hiele, s.f, citado en Jaime y Guitierrez, 1990; Castiblanco y otros, 2004), de acá la importancia de conocer sobre dichos planteamientos y sobre su aplicación en diferentes contextos.

Y aunque en el escenario costarricense el tiempo (Gamboa y Ballester, 2010) es el principal factor que alienta la no utilización de las TICs en educación, existen otros factores a considerar como son la falta de capacitación, falta de conocimiento de software o aplicaciones para utilizar en sus lecciones, falta de licencias para programas específicos, falta de material concreto para dar lecciones, entre otros.

### **Justificación del tema de Geometría**

Existen muchas áreas de la matemática en las que se podría enfocar el presente trabajo (números reales, álgebra, estadística, trigonometría, funciones, entre otras); sin embargo, se ha elegido el tema de geometría de séptimo año (según el programa de estudio del Ministerio de Educación Pública de Costa Rica) por ser uno de los que presenta mayor dificultad para los estudiantes (según Gamboa y Ballester, 2010).

Los programas de estudio del III ciclo del Ministerio de Educación Pública, plantean que “en los

temas de Geometría se debe combinar la intuición, la experimentación y la lógica. Se usarán las construcciones para que, a partir de ellas, se caractericen las figuras y se formulen deducciones lógicas” (2005, p.51). Además, se sugiere que en sétimo año se trabaje “primeramente con material concreto, donde los estudiantes puedan “visualizar” las propiedades y las características de los elementos básicos de la geometría”(2005, p.53).

Sin embargo la realidad dista mucho de los planteamientos realizados por el MEP, tal y como comentan Gamboa y Ballesterro (2010), en la actualidad la geometría se enseña basándose:

En un sistema tradicional de enseñanza, donde docentes presentan la teoría, desarrollan ejemplos y aportan los ejercicios que deben ser resueltos por estudiantes” este tipo de enseñanza “trae como consecuencia que procesos de visualización, argumentación y justificación no tengan un papel preponderante en la enseñanza de la disciplina (p.125).

Y es que este “sistema tradicional de enseñanza” es el que, según la encuesta realizada por dichos autores, predomina en nuestras aulas pues “entre los principales recursos que utiliza el profesorado para desarrollar la clase de geometría (...) según la opinión estudiantes son la pizarra, la tiza o pilot y borrador, material fotocopiado y libro de texto” (p.138).

Siguiendo los resultados arrojados por el citado trabajo, entre los temas que se estudian en secundaria, aquellos en los que se presenta “mayor dificultad, en orden descendente, se encuentran: ángulos entre dos rectas paralelas y una transversal, semejanza de triángulos y teorema de Thales, rectas notables en un triángulo (altura, mediana, mediatriz, bisectriz) y triángulos (clasificación, desigualdad triangular, ángulo externo, entre otros)” (p.137).

## **Propuesta etapas del aprendizaje**

Tomando en cuenta las principales ideas de las teorías de Van Hiele, Orly y Castiblanco (Solís, 2011) se proponen tres etapas de aprendizaje, buscando unificar dichas teorías y presentarle a los docentes y estudiantes una nueva manera para abordar los temas de geometría.

- **Etapas 1: Exploración.** Similar a la fase de entender de la que nos habla Orly, al proceso de visualización que nos expone Castiblanco y una combinación de los niveles de visualización y análisis del modelo de Van Hiele.

Consiste en presentar al estudiante una situación concreta donde mediante la manipulación de las figuras u objetos, pueda llegar a deducir o conjeturar los teoremas del mismo. Se aconseja que la

influencia del profesor en este apartado sea mínima y que sus intervenciones sean debidamente planeadas para propiciar en el estudiante el descubrimiento.

- **Etapa 2: Verificación.** Similar a la fase de convencer de la que nos habla Orly, y un poco del nivel de clasificación del modelo de Van Hiele.

Una vez que el estudiante haya deducido el teorema planteado, se pide que mediante la manipulación de los objetos específicos pueda corroborar el cumplimiento del mismo en una gran cantidad y variedad de casos. Cumple el papel mencionado por Jaime y Gutiérrez (1990, p.310) de considerar “suficiente si se comprueba el teorema en cuestión en una cantidad “razonablemente grande” de casos”.

El papel del profesor en esta fase es la de incentivar a los estudiantes a no conformarse con asumir la veracidad del teorema, si no a motivarlos a dar una explicación lógica y saber responder a los estudiantes cuándo estos pregunten, (como mencionan Jaime y Gutiérrez, 1990, p310) “¿Por qué tenemos que demostrarla, si ya sabemos que es verdad?”.

Y es que, actualmente, en secundaria es quizás más importante el convencimiento que la prueba o justificación del mismo, y es por esto que, dependiendo del abordaje pedagógico y/o didáctico que se quiera, esta fase pudiera representar la última etapa del estudio de un tema. Sin embargo, se considera conveniente continuar con la última fase para fomentar en el estudiante el desarrollo de su pensamiento lógico.

- **Etapa 3: Análisis.** Similar a la fase de explicar de la que nos habla Orly, al proceso de justificación mencionado por Castiblanco y un poco del nivel de deducción formal del modelo de Van Hiele, (quizás también un grado avanzado del nivel de clasificación).

En este apartado se propone una demostración (siempre y cuando el estudiante tenga los conocimientos necesarios para entenderla) que explique el porqué de cada teorema. El rol del profesor en esta etapa debe ser fundamental debe explicar y ayudar al estudiante a entender dicha demostración.

Además, en temas donde la construcción geométrica sea uno de los objetivos (como la construcción de las rectas notables), se propone un abordaje adicional que incluya una sección de construcción, la cual viene a desarrollar un papel similar al proceso de la construcción geométrica citado por Castiblanco.

# Desarrollo De Un Sitio Web Con Aplicaciones Multimediales Para La Enseñanza De La Geometría A Nivel De Séptimo Año

## Identificación de los contenidos

Como premisa para la elaboración de dicho sitio Web se consideró que no todos los contenidos de séptimo año en geometría, expuestos en los programas de estudio del Ministerio de Educación Pública (2005), son oportunos para ser tratados mediante la tecnología, pues el verdadero potencial de las TICs radica en la complementariedad con la propuesta tradicional y no sólo de una simple sustitución de la misma.

En este contexto, la primera etapa de este proyecto consistió en la selección de aquellos contenidos que se consideran más pertinentes para la realización de aplicaciones dinámicas de multimedia. Para esto se han definido ciertos criterios indispensables para la correcta selección de los contenidos, los cuales siguen las ideas propuestas por The Texas Instruments (2007), Johnston y Pimm (2005) y por Castiblanco y otros (2004), y que ya se analizaron en profundidad en páginas anteriores. Entre los criterios definidos tenemos que:

1. Consideren contenidos donde la visualización y manipulación geométrica sean claves para el correcto entendimiento de los mismos.
2. Involucren propiedades demostrables o justificables mediante algún tipo de animación visual.
3. Permitan la construcción de aplicaciones dinámicas donde el “arrastre” sea una característica fundamental para el comprendimiento de la misma.
4. Posean propiedades fáciles de inferir mediante la experimentación y exploración.

De esta manera, se eligieron los siguientes contenidos para la creación de dichas aplicaciones:

1. Ángulos determinados por dos rectas y una transversal:
  - Alternos externos.
  - Alternos internos.
  - Correspondientes.
  - Conjugados.
2. Desigualdad triangular.
3. Teoremas de las medidas de los ángulos de un triángulo:
  - Suma de las medidas de los ángulos internos de un triángulo.

- Medida del ángulo externo de un triángulo.
  - Suma de los ángulos externos de un triángulo.
4. Características y propiedades de triángulos:
    - Isósceles.
    - Equiláteros.
    - Escalenos.
    - Rectángulos.
    - Acutángulos.
    - Obtusángulos.
  5. Rectas notables de un triángulo:
    - Altura.
    - Mediana.
    - Bisectriz.
    - Mediatriz.
  6. Teorema de la suma de las medidas de los ángulos internos de un cuadrilátero.

Entre los contenidos que se consideraron no aptos para la creación de aplicaciones dinámicas de multimedia, debido a que sólo involucran conceptos teóricos y primitivos, que son simples de explicar mediante el modelo tradicional de enseñanza y que se encuentran presentes de manera implícita en los contenidos anteriormente señalados, tenemos:

1. Conceptos geométricos básicos y su notación:
  - Punto, recta, plano.
  - Puntos colineales y no colineales.
  - Puntos coplanares y puntos no coplanares.
  - Segmentos de recta, semirrectas, rayos, y semiplanos.
  - Rectas paralelas, perpendiculares, concurrentes (estos conceptos se analizan de manera implícita en los temas de ángulos determinados por dos rectas y una transversal y los teoremas de las medidas de los ángulos de un triángulo).
2. Tipos de ángulos:
  - Clasificación de ángulos por su medida.
  - Clasificación de ángulos por su posición.

- Relaciones de medida entre los ángulos.

## Características de las aplicaciones y del sitio web

- Aplicaciones completamente libres y gratuitas, las cuales pueden descargarse y son aptas para diferentes sistemas operativos.
- Aplicaciones donde se toman en cuenta casos especiales de manipulación para evitar errores en la aplicación que obliguen a reiniciar la misma.
- Aplicaciones que cuentan con las características necesarias para ser consideradas de geometría dinámica.
- Cada aplicación cuenta con un apartado donde se exponen los objetivos específicos y generales de la misma, así como recomendaciones (que pueden ser tomadas como guías de trabajo) e instrucciones de cómo utilizar cada aplicación.
- Aplicaciones orientadas a la manipulación.

En segunda instancia, se procuró que las aplicaciones cumplieran con algunas de las características planteadas por Castiblanco y otros (2004), para ser consideradas de geometría dinámica. Es por esto que cada aplicación cuenta con:

- **La característica de arrastre.** En aquellas aplicaciones donde se presenten figuras geométricas como triángulos y cuadriláteros, éstos deberán contar con la propiedad de ser manipulables a través de sus vértices; permitiéndole así al estudiante crear un sinnúmero de posibles formas y posiciones que dicha figura puede tomar para que pueda explorar a fondo las características y propiedades planteadas en cada aplicación.
- **Animación de figuras.** Con el fin de dar mayor claridad a la justificación de hechos matemáticos (teoremas, propiedades y otros) se contará con la animación de elementos y herramientas geométricas para mostrarle de manera concreta al estudiante las razones de ciertos hechos.

Además, con el fin de realizar un estudio más detallado y significativo de cada tema a estudiar, estos serán divididos en tres secciones que corresponden a la propuesta sobre las fases de enseñanza planteada anteriormente.

Se recomienda se siga el esquema de estudio (Explora-Verifica-Analiza) sin embargo las aplicaciones permiten que el profesor elija el orden de las mismas y en caso de que lo considere conveniente la aplicación de sólo algunas de ellas.

Para los temas de las rectas notables se propone un abordaje diferente, pues es objetivo que el estudiante aprenda a construir dichas rectas, así que se proponen dos secciones para el análisis de cada una de ellas:

- **Construcción.** En esta sección se observará la construcción mediante regla y compás de la recta notable deseada, en un triángulo construido por el estudiante.
- **Propiedades.** Aquí el estudiante, mediante una serie de pasos sugeridos, podrá inferir las propiedades específicas que posee cada recta.

En esta sección se recomienda que de manera paralela se realice el trabajo “a mano” por parte del estudiante para ayudar al desarrollo de ciertas habilidades en los mismos, y para ayudarlos a entender mejor dichos contenidos.

Luego, para promover una ayuda a los docentes en la programación de las actividades para los estudiantes que quieran estudiar estos temas por su cuenta, se proporciona en cada aplicación:

- Objetivos generales y específicos de la misma.
- Recomendaciones, que toman el rol de guías de trabajo para orientar el aprendizaje con sugerencias de posibles ejercicios; sin embargo para darle libertad creativa al docente las aplicaciones fueron creadas de manera que puedan cumplir con diferentes roles y propósitos.
- Instrucciones de uso, se procuró que las aplicaciones sean simples, y que su uso sea muy intuitivo, sin embargo en cada aplicación se incorporaron instrucciones generales sobre cómo deben manipularse los objetos geométricos presentes en cada aplicación, con el fin de evitar problemas en el uso de las mismas.

Finalmente para facilitar y maximizar la navegación de las aplicaciones, la página web en la que cada una estará alojada se dividió en cuatro secciones.

1. **Encabezado,** en esta sección se podrá observar el tema que se está estudiando así como la etapa de enseñanza (según la propuesta planteada en el capítulo anterior) en el que se encuentra dicha aplicación. Contará además con botones de acceso para poder dirigirse a otras etapas de manera más sencilla.
2. **Guía de trabajo,** en esta sección se podrá observar los objetivos, las recomendaciones didácticas y las instrucciones de uso de cada aplicación. Se decidió que esta sección se ubique en parte izquierda de la pantalla, debido a que es generalmente esta parte la

primera que observan las personas.

3. **Aplicación**, en esta sección se podrá observar la aplicación en flash donde el estudiante podrá realizar las actividades planteadas.
4. **Zona de descarga**, acá se podrá descargar la guía de trabajo en formato pdf, además de la aplicación flash en formato compatible con Windows y Macintosh.

A continuación se presenta una figura, que muestra en detalle la ubicación de las secciones planteadas anteriormente.

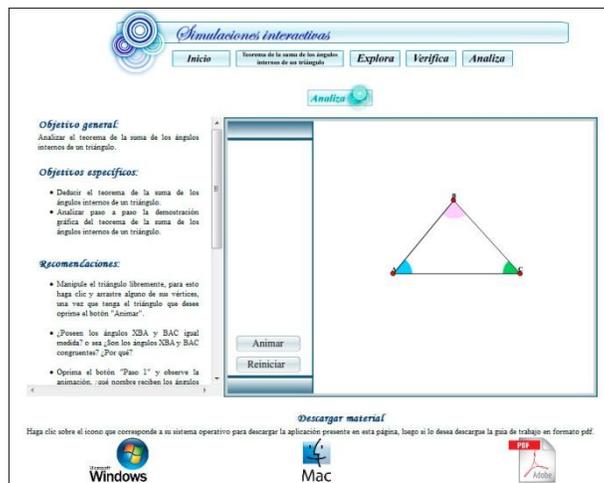


Figura 1: Imagen de una aplicación del sitio web.

## Bibliografía

- Beltrán G., Ravelo X. & Casañas E. (s.f.). Piaget y Vigotsky: Convergencias y divergencias en nuestra realidad pedagógica. Recuperado de [http://www.revista.gu.rimed.cu/articulos/vol\\_1\\_2002/art\\_gertrudis.pdf](http://www.revista.gu.rimed.cu/articulos/vol_1_2002/art_gertrudis.pdf)
- Castiblanco, A., Urquina, H., Camargo, L., Acosta, M. & Rodríguez, F. (2004). Pensamiento Geométrico y Tecnologías Computacionales. Recuperado de [http://www.colombiaaprende.edu.co/html/mediateca/1607/articles-13753\\_archivo.pdf](http://www.colombiaaprende.edu.co/html/mediateca/1607/articles-13753_archivo.pdf)
- Ertmer P. & Newby T. (1993). Conductismo, cognitivismo y constructivismo: Una comparación de los aspectos críticos desde la perspectiva del diseño de instrucción. Recuperado de [http://criseducativa.files.wordpress.com/2008/03/conductismo\\_cognitivismo\\_constructivismo.pdf](http://criseducativa.files.wordpress.com/2008/03/conductismo_cognitivismo_constructivismo.pdf)

- Gamboa, R. & Ballesteros, E. (2010). La enseñanza y aprendizaje de la geometría en secundaria, la perspectiva de los estudiantes. Recuperado de [http://www.una.ac.cr/educare/index.php?option=com\\_remository&Itemid=53&func=download&id=783&chk=86426b73f2df23b52f3630b4f646a331&no\\_html=1](http://www.una.ac.cr/educare/index.php?option=com_remository&Itemid=53&func=download&id=783&chk=86426b73f2df23b52f3630b4f646a331&no_html=1)
- Jaime, A. & Gutiérrez, A. (1990). Una propuesta de fundamentación para la enseñanza de la geometría: El modelo de Van Hiele. Recuperado de <http://www.uv.es/gutierre/archivos1/textospdf/JaiGut90.pdf>
- Johnston, S. & Pimm, D. (2005). *Teaching Secondary Mathematics with ICT*. Recuperado de [http://books.google.com/books?id=UvLlBMs-bVgC&printsec=frontcover&hl=es&source=gbs\\_atb#v=onepage&q&f=false](http://books.google.com/books?id=UvLlBMs-bVgC&printsec=frontcover&hl=es&source=gbs_atb#v=onepage&q&f=false)
- Lupiañez, J. & Moreno L. (2001). Tecnología y representaciones semióticas en el aprendizaje de las matemáticas. Recuperado de <http://www.uv.es/Angel.Gutierrez/apregeom/archivos2/homenaje/20LupianezJL.PDF>
- Ministerio de Educación Pública. (2005). Programa de Estudios de la Asignatura de Matemática III Ciclo y Educación Diversificada. San José: MEP
- Soler, Y. & Lezcano, M. (2009). Consideraciones sobre la tecnología educativa en el proceso de enseñanza-aprendizaje. Una experiencia en la asignatura Estructura de Datos. Recuperado de <http://www.rieoei.org/expe/2863Soler.pdf>
- Solís, R. (2011). Desarrollo de un sitio web con aplicaciones multimediales para la enseñanza de la geometría a nivel de séptimo año. Tesis de licenciatura no publicada, Instituto Tecnológico de Costa Rica.
- Taylor T. (2007). Constructivism and Cognitive Apprenticeships. Recuperado de [http://school.jiminica.com/courses/edit732/EDIT732\\_Paper\\_Taylor.pdf](http://school.jiminica.com/courses/edit732/EDIT732_Paper_Taylor.pdf)
- The Texas Instruments (TI) by the Center for Technology in Learning. (2007). Why should a teacher use technology in his or her mathematics classroom?. Recuperado de desde [http://ti-researchlibrary.com/Lists/TI%20Education%20Technology%20%20Research%20Library/Attachments/50/Research\\_Note\\_8%20-%20Handhelds.pdf](http://ti-researchlibrary.com/Lists/TI%20Education%20Technology%20%20Research%20Library/Attachments/50/Research_Note_8%20-%20Handhelds.pdf)

# **RYDUX: Software para apoyar la enseñanza-aprendizaje del Método de Reducción en la resolución de sistemas de ecuaciones lineales**

Mariela Sarmiento<sup>1</sup>

Ytaliar Torres<sup>2</sup>

Nelson Macias<sup>3</sup>

## **Resumen**

La presente investigación tiene como propósito desarrollar un software educativo para la enseñanza aprendizaje del método de reducción en la resolución de sistemas de ecuaciones lineales. Está enmarcada en la modalidad de proyecto factible y se desarrolla en tres etapas, la primera es de diagnóstico y nos permite recabar información sobre la situación presente en el tercer año de educación secundaria en la Escuela Técnica Industrial Robinsoniana "Laudelino Mejías" en Trujillo-Venezuela. La muestra son un grupo de seis docentes de Matemáticas y veinte alumnos de tercer año. La segunda etapa corresponde al diseño del software RYDUX y en la tercera se evalúan aspectos de la interfaz, pedagógicos, estéticos y técnicos con expertos y el grupo ya mencionado. Las técnicas e instrumentos usados fueron la entrevista, el cuestionario y la observación participante. Se concluye que hay que introducir cambios innovadores en las estrategias y recursos usados para impartir el tema en estudio. Esperamos que los resultados de nuestra investigación permitan el uso de esta herramienta como apoyo a las clases de aula.

**Palabras clave:** Software, método de reducción, sistema de ecuaciones lineales.

## **Fundamentación Teórica**

Muchas situaciones de la vida cotidiana pueden expresarse a través de sistemas de ecuaciones de diversos tipos, entre ellas nos encontramos con las ecuaciones lineales, cuyo estudio se inicia en el tercer año de educación secundaria (Ministerio del Poder Popular para la Educación: 2007). En este nivel educativo, el docente enfrenta diversos retos, algunos de ellos tienen que ver con el cómo incentivar a los estudiantes en el conocimiento y uso del lenguaje algebraico, valorizar sus destrezas en la ejecución de algoritmos, emplear estrategias adecuadas para favorecer la comprensión de conceptos y métodos y diseñar unidades didácticas y recursos (Rico: 2004; Rivera, García y Navarro: 2010).

Los profesores guían a sus estudiantes en la construcción de su pensamiento algebraico, para ello identifican el concepto que quieren enseñar, el símbolo matemático y el algoritmo (D'Amore: 2007). Por ejemplo, el símbolo  $\sqrt{2}$  representa al número irracional 1,4114213...; lo podemos sumar a 5 y obtenemos  $(5+\sqrt{2})$  que es otro número irracional, sin tener que expresar su valor numérico: 6,4114213...; utilizando el algoritmo de la suma con números reales. En general, podemos escribir: Dados  $a$  y  $b$  dos números reales, también  $a + b$  es un número real. Así, "la

---

<sup>1</sup>Universidad de Los Andes.Núcleo Universitario "Rafael Rangel". Trujillo-Venezuela, [marielas@ula.ve](mailto:marielas@ula.ve)

<sup>2</sup>Universidad de Los Andes.Núcleo Universitario "Rafael Rangel". Trujillo-Venezuela, [ytaliar@yahoo.com.mx](mailto:ytaliar@yahoo.com.mx)

<sup>3</sup>Universidad de Los Andes.Núcleo Universitario "Rafael Rangel". Trujillo-Venezuela, [maciasnel@hotmail.com](mailto:maciasnel@hotmail.com)

comprensión en matemáticas depende de la evolución de las representaciones internas y de la manera como la percepción de estos conceptos evoluciona desde una perspectiva operacional (procedimientos) a una perspectiva estructural (conceptos)", como acota Gómez (1998).

Los símbolos pueden ser números, objetos algebraicos tales como polinomios, funciones o sistemas de ecuaciones. Al manipularlos entran en juego las ideas y conceptos algébricos, con lo cual se va desarrollando el pensamiento algébrico, que según Becher y Groenwald (2009) está constituido por un conjunto de habilidades cognitivas que permiten la representación, la resolución de problemas, operaciones y análisis matemático de situaciones, teniendo como referencia las ideas y conceptos algebraicos.

Al iniciar el estudio del Álgebra elemental, los estudiantes presentan dificultades debido a la transición de la Aritmética al Álgebra (Barrio, Lalanne y Petich: 2010; Ruiz, Bosch, y Gascón: 2007), la abstracción que se requiere para trabajar con variables (Cury y Konzen: 2006, D'Amore: 2007, Nehring y Pozzobon: 2009), la traducción entre el lenguaje común y el algebraico (Rivera, García y Navarro: 2010) y la generalización de situaciones matemáticas (Socas: 2000; Cañadas, Castro y Castro: 2007).

Estas dificultades acarrear errores (Ruano, Socas y Palarea: 2008; Rivera y Rodríguez: 2010; García y Rodríguez: 2010) que preocupan a los profesores porque influyen en el logro de competencias para el aprendizaje de las Matemáticas, por ello Castellanos y Obando(2009) proponen el rediseño y el impulso a un nuevo modelo didáctico para la enseñanza de las matemáticas que impacte en las dinámicas curriculares de las instituciones de educación básica y media.

Tales circunstancias nos llevan a explorar otros recursos y estrategias para enseñar y aprender los contenidos algebraicos, es así como diversos autores (Ríos: 2001; Esquembre: 2005; Rangel, Calderón y Sandia: 2008) proponen la utilización de las nuevas tecnologías porque permiten el manejo dinámico de múltiples sistemas de representación de los objetos matemáticos.

Así, las nuevas tecnologías nos muestran un conocimiento con representaciones diversas (texto, imágenes y sonidos) y al añadir la simulación y la animación obtenemos dibujos o representaciones en movimiento que facilitan la comprensión de procesos dinámicos y se favorece su interiorización. Por otro lado, la interactividad y la realimentación que éstas nos facilitan, favorecen el ritmo y nivel de trabajo de cada usuario, al obtener una respuesta oportuna de las ayudas o de los recursos comunicacionales disponibles desde internet.

En particular, el software educativo como solución tecnológica, es un factor dinámico porque da soporte a las actividades, simulación de ambientes, habilidades y destrezas y a la construcción y apropiación del conocimiento; y es un factor sistémico porque integra los contenidos (Rangel, Calderón y Sandia: 2008).

Ahora bien, combinando las facilidades que brinda la Matemática para desarrollar lo metódico, el pensamiento ordenado y el razonamiento lógico, unido a la gran versatilidad de la computadora, redefinida como un recurso didáctico-pedagógico que favorece y mejora cualitativamente el aprendizaje; en las instituciones educativas se pueden crear materiales didácticos, en función de mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje de una manera práctica, divertida y por ende atractiva para los alumnos en las diferentes ramas de la Matemática con el uso de software educativos.

## **Objetivos**

**General:** Desarrollar un software educativo como apoyo en el proceso enseñanza-aprendizaje del método de reducción en la resolución de sistemas de ecuaciones lineales.

### **Específicos:**

- Describir las estrategias de enseñanza-aprendizaje utilizadas por los docentes en el desarrollo del tema mencionado.
- Realizar el diagnóstico de necesidades para el estudio de la resolución de sistemas de ecuaciones lineales.
- Diseñar un software educativo de resolución de sistemas de ecuaciones lineales.
- Conocer la actitud de estudiantes y docentes ante el uso del software educativo de resolución de sistemas de ecuaciones lineales.

## **Metodología**

Esta investigación está enmarcada en la modalidad de proyecto factible (Hurtado: 2000) y se desarrolla en tres etapas, la primera es de diagnóstico y nos permite recabar información sobre la situación presente en el tercer año de educación secundaria en la Escuela Técnica Industrial Robinsoniana "Laudelino Mejías" en Trujillo-Venezuela. La muestra es de tipo no probabilística

(Hernández, Fernández y Baptista:1999) y el criterio de selección es informal y poco arbitrario(modalidad opinática),se trata de un grupo de seis docentes de Matemáticas y veinte alumnos de tercer año,por ser personas idóneas, representativas de la población a estudiar y por el interés que manifestaron a participar en la investigación, con lo cual se garantizó mayor cantidad y calidad de la información (RuízOlabuénaga: 1999).Las técnicas e instrumentos usados fueron la entrevista y la observación participante.

La segunda etapa corresponde al diseño del software RYDUX, utilizando el lenguaje de programación Visual Basic 6.0 y los programas Word, Power point y Paint de Microsoft. RYDUX permite la resolución de sistemas de ecuaciones lineales con dos y tres incógnitas por el método de reducción, además le hemos incluido módulos que contemplan temas previos como: cálculo del máximo común divisor, mínimo común múltiplo, suma y resta de fracciones y descomposición de números como productos de sus factores primos.

En la última etapa se desarrollan dos prácticas en el laboratorio de la institución condos docentes y estudiantes de la muestra. Luego evalúan el software a través de dos cuestionarios. También se solicita la opinión de tres expertos,quienes evalúan aspectos de la interfaz, pedagógicos, estéticos y técnicos,utilizando una ficha de evaluación(Sarmiento: 2004).

## **Presentación y Análisis de Resultados**

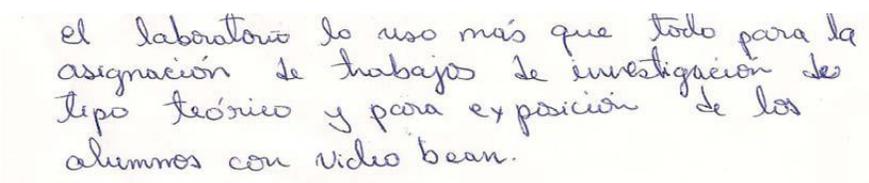
Se analizó la información obtenida, a través de los instrumentos y técnicas aplicadas a los participantes de este estudio, durante las etapas de la investigación. Para lo cual se siguió una metodología de análisis mixto que permitió definir las categorías que se desarrollan a continuación.

**Etapas de diagnóstico:** Nos interesa conocer, desde la visión de los entrevistados, todo lo relacionado con el proceso de enseñanza-aprendizaje del tema resolución de sistemas de ecuaciones lineales por el método de reducción y sus experiencias, en el área de Matemáticas, vividas en el laboratorio de computación. Todos los datos fueron organizados en las siguientes categorías:

*Software educativo:* El 100% de los profesores deMatemáticas afirman conocer las herramientas electrónicas, pero ninguno las ha puesto en práctica. Las consideran novedosas pero el 33% (2 de 6docentes), afirman no manejar muy bien las computadoras. Aunque muchas estén diseñadas para sólo hacer click con el ratón, como afirma Chacón (1998: 18), “se trata de sistemas de fácil

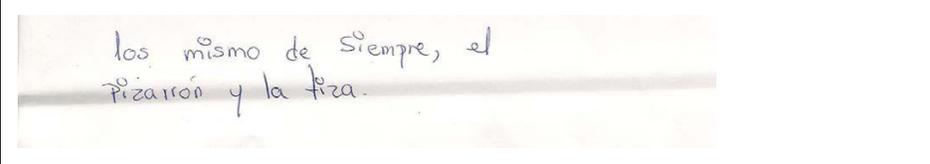
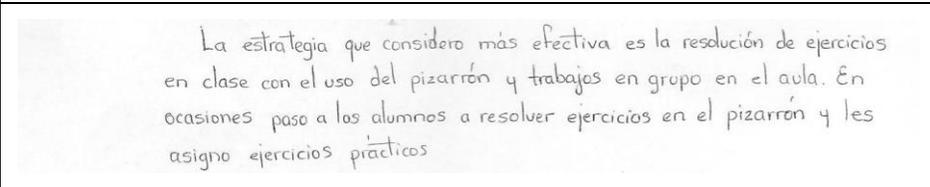
manejo que no requieren el conocimiento del soporte, basta con presionar el mouse o ratón dirigiendo las flechas que avanzan o retroceden, señalando iconos fácilmente identificables o funciones que indican los posibles caminos a seguir”.

*Dotación y uso del laboratorio:* El laboratorio de la ETIR “Laudelino Mejías” es un módulo amplio de 80 m<sup>2</sup>, con capacidad para 30 alumnos, con 19 computadoras, sistema operativo Windows XP, 30 sillas secretariales, dos mesones centrales, dos pizarras acrílicas, dos impresoras y aire acondicionado. En cuanto al uso del laboratorio, los profesores coinciden en que nunca utilizan este espacio para prácticas de Matemática, sino más bien como herramienta de investigación teórica (uso de Encarta 2009) y/o para la realización de exposiciones en el aula, trabajos administrativos (pasar notas, listas de asistencia) y el uso del video beam, como acota el docente ED6:



el laboratorio lo uso más que todo para la asignación de trabajos de investigación de tipo teórico y para exposición de los alumnos con video beam.

*Estrategias de enseñanza-aprendizaje utilizadas en el aula:* La totalidad de los profesores en la muestra usan estrategias tradicionales para el desarrollo de sus clases de Matemáticas, especialmente en el tema que nos ocupa, como lo son el uso de la tiza y el pizarrón, clases magistrales, el planteamiento de ejercicios o “tareas para la casa” y el trabajo grupal.

 <p>los mismo de Siempre, el pizarrón y la tiza.</p>	<p>Alumno EA12</p>
 <p>La estrategia que considero más efectiva es la resolución de ejercicios en clase con el uso del pizarrón y trabajos en grupo en el aula. En ocasiones paso a los alumnos a resolver ejercicios en el pizarrón y les asigno ejercicios prácticos</p>	<p>Docente ED5</p>

Bosch (2003), está de acuerdo con la resolución de ejercicios prácticos de matemáticas en el aula, ya que esto le permite al alumno tener la posibilidad de rutinar ciertas técnicas hasta que llegue a dominarlas. Así, para descargar al docente de trabajo y permitir que los alumnos trabajen de forma autónoma, vamos a diseñar un software que genere en forma automática ejercicios en el tema de interés.

*Dificultades de los alumnos:* Los profesores encuestados plantean una serie de deficiencias en conocimientos que presentan algunos de sus alumnos que les dificulta la comprensión de la resolución de sistemas de ecuaciones lineales por el método de reducción, entre ellas: despejar, ley de los signos y operaciones básicas con fracciones. Para Aguirre (2003:356), “los aprendizajes matemáticos constituyen una cadena en la que cada conocimiento va enlazado con los anteriores, de acuerdo con un proceder lógico y basta que falle un eslabón para que pierda su eficacia”.

Según el docente ED2: “son varios los problemas, algunos no traen buena base por lo que se les dificulta más y a su vez eso afecta el avance del resto del grupo, lo que hace que tenga que invertir más tiempo en el desarrollo del tema y eso sumado al tiempo que se pierde por las huelgas”. Vemos que el grupo es diverso y que el profesor ocupa tiempo en repasar técnicas y procedimientos de aritmética básica, lo cual le causa preocupación pues debe cumplir con lo programado. Esto nos indica que debemos incluir en nuestro software detalles sobre las operaciones aritméticas previas que se usan para el desarrollo del método de reducción.

*La computadora como apoyo en clases de Matemáticas:* Atendiendo a Marquès (2000), para quien el software educativo orienta y regula el aprendizaje de los estudiantes y promueve determinadas actuaciones encaminadas a facilitar el logro de los objetivos educativos; y a la buena disposición de los estudiantes hacia el uso del laboratorio en clases de Matemáticas (EA8: “Sería bueno porque la profe da la clase muy aburrida y si es como un juego, mejor es más divertido”), vamos a diseñar actividades que los guíen en su trabajo autónomo, donde la actuación del docente sea de guía.

**Etapas de diseño:** *RYDUX* es un programa de ejercitación y práctica porque presenta innumerables ejercicios creados automáticamente y en forma aleatoria, pero si el usuario lo desea, puede cambiarlos utilizando el teclado numérico.



En la Figura 3 observamos otro grupo de botones que permiten al usuario cambiar los coeficientes y términos independientes de las ecuaciones que conforman el sistema: comenzar de nuevo, ver la solución del sistema, pedir ayuda o salir del programa.

Los tres últimos módulos (MCD, mcm y descomposición en factores primos), antes del botón salir (Figura 4), presentan los fundamentos teóricos y su ejercitación dinámica. También poseen dos botones adicionales, uno de ellos, denominado *Limpiar*, permite introducir nuevos valores.

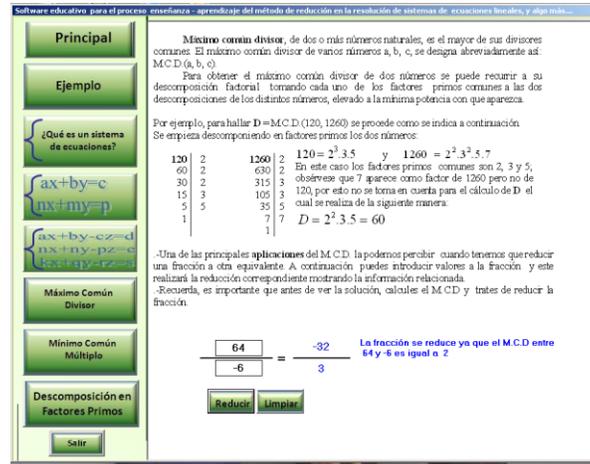


Figura 4: Módulo del MCD.

**Etapas de evaluación:** El menú de *RYDUX* es adecuado, brinda comodidad y expone al usuario los distintos caminos que desarrolla. Durante su manejo, el usuario obtiene orientación del propio software. Algunos, como A15, indican que es rápido y fácil de usar. En este sentido, el profesor evaluador P5 comenta: “El software está muy completo, tiene la información necesaria para utilizarlo, pensé que iba a ser difícil pero el menú de ayuda es muy claro y fácil”. Aún se observa el temor de algunos docentes ante las nuevas herramientas, pero su recorrido a través de las diferentes pantallas, como lo señala Banet (1998), muestra que la eficacia de la interfaz radica en su capacidad para implicar o no al usuario en el programa, es decir, para proporcionar la interactividad de manera amigable e innovadora. Para los evaluadores el software presenta armonía cromática, ofrece información adecuada, no tiene distractores, pantallas homogéneas y fortalece el proceso de enseñanza-aprendizaje de la resolución de sistemas lineales.

### A modo de Conclusión

El inicio del estudio del Álgebra provoca angustias en el docente debido a la baja preparación de los estudiantes en tópicos aritméticos previos, al cómo atender las necesidades individuales originadas con el manejo del nuevo lenguaje y la falta de tiempo para preparar materiales educativos.

Con esta investigación mostramos la situación real de una de nuestras aulas, sus características y necesidades, y a la vez aportamos un material educativo, denominado RYDUX, que permite diversificar las estrategias de enseñanza-aprendizaje-evaluación empleadas, proveer numerosos ejercicios, explicar paso a paso el algoritmo del método de reducción y crear un clima de actitudes positivas hacia la Matemática.

Con RYDUX el alumno puede verificar sus respuestas o avanzar en el caso de atascos, mientras el docente ahorra tiempo al evitar la generación de ejercicios del mismo tipo, puede cambiar los parámetros sin preocuparse por el grado de dificultad en la resolución porque el programa lo hará por él y puede asesorar a los alumnos que tengan dificultad para comprender el algoritmo. Así, la clase logra dinamismo porque la metodología aplicada es activa, permite la participación, la autonomía de los alumnos y la atención individualizada.

### **Referencias**

Aguirre, A. (2003). *Manual de Educación*. Barcelona: Editorial Océano.

Banet, M. (1998). *Consideraciones sobre los espacios virtuales*. Buenos Aires: Biblos.

Barrio, E.; Lalanne, L. y Petich, A. (2010). *Entre aritmética y álgebra: un camino que atraviesan los niveles primario y secundario*. Buenos Aires: Novedades Educativas.

Becher, E. y Groenwald, C. (2009). *Etapas de desenvolvimiento do pensamento algebraico*. Memorias del VI Congreso Iberoamericano de Educación Matemática. Puerto Montt-Argentina.

Bosch, C. (2003). *Didáctica de las Matemáticas*. Barcelona: Océano.

Cañadas, M.; Castro, E.; Castro, E. (2007). *Patrones, generalización y estrategias inductivas de estudiantes de 3º y 4º de la ESO en el problema de baldosas*. En Camacho, M.; Flores, P. y Bolea, M. (Eds.). *Investigación en educación matemática*. Tenerife: Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, SEIEM. Pp. 283-294.

Castellanos, M. y Obando, J. (2009). *Errores y dificultades en procesos de representación*. 10º Encuentro Colombiano de Matemática Educativa, Bogotá.

Chacón, F. (1998). *Software Educativo*. Caracas: Universidad Nacional Abierta.

- Cury, H. y Konzen, B. (2006). *Análise de resoluções de questões em matemática: as etapas do processo*. Educação matemática: Revista da SBEM. Pp. 33-41. São Paulo-Brasil.
- D' amore, B. (2007): Elementi di Didattica della Matematica. Italia: Pitágora.
- García, J. y Rodríguez, F. (2010). *Dificultades que presentan algunos estudiantes de nivel bachillerato en torno a los conceptos de álgebra elemental*. Memorias de la XIII escuela de invierno en matemática educativa. Pp. 248-255. Monterrey-México.
- GómezP. (1998). *El análisis de contenido matemático como herramienta para la construcción de modelos pedagógicos. El caso de la función cuadrática*. Disponible en <http://ued.uniandes.edu.co/ued/servidor/ued/proyectos/CuadraticasIDEP/html/SisRep.html> (Recuperado en 2011, 15 de febrero).
- Hernández, R; Fernández, C. y Baptista, P. (1999). *Metodología de la Investigación*. (2ª ed.). Bogotá: Mc-Graw-Hill.
- Hurtado, J. (2000). *Metodología de la Investigación Holística*. Caracas: Sypal.
- Marquès, P. (2000). *El uso del computador en el salón de clase*. Memorias del III Congreso Iberoamericano de Informática Educativa. Barranquilla-Colombia.
- Ministerio del Poder Popular para la Educación (2007). Subsistema de Educación Secundaria Bolivariana. Liceos Bolivarianos: Currículo. Caracas.
- Nehring, C. M. y Pozzobon, M. C. (2009). *A intervenção docente no ensino de Álgebra: atividades de livro didático e registros de representação*. Memorias del X Encuentro Gaúcho de Educación Matemática. Brasil.
- Rangel, M.; Calderón, J. y Sandia, B. (2008). *Desarrollo de un Sistema Hipermedia para la Enseñanza de Geometría Descriptiva Bajo la Plataforma de Software Libre*. Disponible en <http://www.saber.ula.ve/handle/123456789/15834> (Recuperado en 2010, 05 de diciembre).
- Rico, L. (2004). *Reflexiones sobre la formación inicial del profesor de matemáticas de secundaria*. Profesorado, revista de currículum y formación del profesorado, 8 (1). Disponible en <http://dialnet.unirioja.es/servlet/revista?codigo=1066> (Recuperado en 2010, 17 de febrero).

- Rivera, M.; García, J. y Navarro, C. (2010). *Una propuesta para coadyuvar la introducción de ecuaciones lineales: el caso de la traducción del lenguaje común al lenguaje algebraico y viceversa*. Memorias de la XIII escuela de invierno en matemática educativa. Pp. 62-69. Monterrey-México.
- Rivera, M. y Rodríguez, F. (2010). *Dificultades y errores en el aprendizaje de las matemáticas en los alumnos de primer año de nivel bachillerato*. Memorias de la XIII escuela de invierno en matemática educativa. Pp. 240-247. Monterrey-México.
- Ruano, R.; Socas, M. y Palarea, M. (2008). *Análisis y clasificación de errores cometidos por alumnos de secundaria en los procesos de sustitución formal, generalización y modelización en álgebra*. PNA 2(2), Pp. 61-74. Granada-España.
- Ruiz, N.; Bosch, M. y Gascón, J. (2007). *La algebrización de los Programas de Cálculo Aritmético y la introducción del álgebra en Secundaria*. II Congreso Internacional de la TAD. Uzès-Francia.
- Ruíz Olabuénaga, J. (1999). *Metodología de la investigación cualitativa*. Bilbao: Universidad de Deusto.
- Sarmiento, M. (2004): *La enseñanza de las Matemáticas y las NTIC. Una estrategia de formación permanente*. Tarragona-España: Universitat Rovira i Virgili [Tesis doctoral inédita].
- Socas, M. (2000). *Dificultades asociadas a los procesos de pensamiento matemático*. En Rico, L. (Coord.): *La educación matemática en la enseñanza secundaria*. Pp. 130-133. Barcelona: Horsori.

# Sistemas Bribrís de numeración: Una forma diferente de contar

M.G.P. Ana Patricia Vásquez Hernández, Licda.<sup>1</sup>

## Resumen

*Los indígenas que habitan el Territorio Talamanca – Bribrí se consideran como uno de los grupos aborígenes de Costa Rica con mayor conservación de la cultura, a nivel de idioma, rituales y cultura material. Desde el punto de vista de la etnomatemática, esta etnia posee una característica muy particular, ya que agrupa los objetos que va a contar por formas (que se llamarán clases para efectos del presente documento) y asocia a cada clase un sistema de numeración diferente.*

## Abstract

*The natives that live in the Talamanca Territory-Bribri are considered the group of population with the greatest grade of cultural conservation, on a language, ritual and cultural basis. From the ethnomathematics point of view, this ethnic posses a very particular characteristic, because it groups all the objects to be counted by shape (which are going to be called classes for this document) and associates to each class a different numeric system.*

## INTRODUCCIÓN

Los indígenas bribris son considerados como el pueblo aborigen de mayor importancia en Costa Rica, primeramente por el número de habitantes y luego por la conservación de la cultura y las tradiciones que se ha dado a lo largo de la historia.

Ocupan principalmente el cantón de Talamanca en la provincia de Limón en la zona Atlántica del país y específicamente en las Regiones Huetar Atlántica y Brunca.

A pesar que los bribris son considerados una sociedad ágrafa, es decir, que carecen de un sistema de escritura propio e ideado por ellos mismos, las tradiciones y costumbre ancestrales han sido difundidas de generación en generación por medio de la tradición oral.

La matemática como ciencia intrínseca en toda cultura, también cuenta con sus particularidades desde el punto de vista de la cultura bribrí. Esta singularidad ha sido otorgada por las deidades de la cultura desde el punto de vista aborigen y es utiliza en la actualidad como parte de su vida cotidiana.

---

<sup>1</sup>Universidad Nacional, Campus Sarapiquí, Costa Rica  
Universidad Latina de Costa Rica, Campus Heredia  
Correo: [a.vasquez@costarricense.cr](mailto:a.vasquez@costarricense.cr)

Una de estas peculiaridades matemáticas de la cultura, es la forma en que enumeran los objetos, ya que existe una clasificación de estos por sus formas y cada forma cuanta con un sistema de numeración diferente.

### ***SISTEMAS BRIBRIS DE NUMERACIÓN***

Como se mencionó en la introducción, un rasgo de los indígenas bribris es la organización que hacen de los objetos por sus formas para enumerarlos; a cada forma se le llamará en adelante una clase. Se ha identificado que cada clase posee un sistema numeral diferente que lo hace único y particular.

Existen básicamente ocho sistemas numerales reconocidos actualmente y organizados en forma científica por clases, publicados en el libro *Curso Básico de Bribri*, de los autores Adolfo Constenla Umaña, Feliciano Elizondo Figueroa y Francisco Pereira Mora (1998) y en la tesis de Licenciatura en la Enseñanza de la Matemática de la UNA denominada *Etnomatemática en el Territorio Talamanca Bribri*, de las autoras Ana Patricia Vásquez Hernández y María Elena Gavarrete Villaverde (2005); además de ellos, muchos otros investigadores, antropólogos y lingüistas que han desarrollado estudios sobre la cultura bribri, han publicado informes y detalles sobre los numerales de los bribris.

Se puede decir que este tipo de sistemas ofrecen al hablante la imagen física que tienen los objetos que se desean enumerar, a pesar de no conocer su nombre. Es decir, si se utilizan numerales de clase redonda ya la persona sabe que el objeto tiene esa forma aunque no la conozca.

También cabe agregar que como cada clase representa una forma diferente de los objetos, entonces se considera una falta de respeto enumerar personas con numerales que se utilizan para objetos planos, por ejemplo; otro caso de error es enumerar un racimo de banano (se considera como un conjunto) con numerales utilizados para objetos de clase alargada o redonda.

Para efectos de este trabajo etnográfico, se identifican sistemas para enumerar: objetos redondos, objetos alargados, objetos planos, personas, edificaciones, especies, conjuntos y una clase especial denominada ELka.

A continuación muestran las ocho diferentes maneras para enumerar objetos según la forma.

### **TABLA #1. Ocho sistemas bribris de numeración**

Clases	Redonda	Alargada	Plana	Humana	ELka	Edificaciones	Especies	Conjuntos
1	êk	êtôm	êt	êköl	élka	êtkue	éltë	éyök
2	bök	bötôm	böt	böl	bölka	bötkue	böltë	böyök
3	mañak	mañatôm	mañat	mañal	mañalka	mañatkue	mañaltë	mañáyök
4	tkék	tkëtôm	tkël	tkël	tkélka	tkélkue	tkéltë	Tkëyök
5	skék	skëtôm	skél	skél	skélka	skélkue	skéltë	skéyök
6	tèröl	tèrktôm	tèröl	tèröl	tèrölka	tèrölkue	tèröltë	tèryök
7	kúl	kúktôm	kúl	kúl	kúlka	kúlkue	kúltë	kùlyök
8	pàköl	pàktôm	pàköl	pàköl	pàkölka	pàkölkue	pàköltë	pàryök
9	sulitôm	sulitôm	sulitôm	sulitôm	sulitulka	sulitkue	sulitultë	sulitúyök
10	dabom	daboptôm	dabom	dabom	dabolka	dabopkue	dabóptë	dabòbyök

*Fuente: Vásquez y Gavarrette (2005)*

Conviene mencionar que la estructura del sistema de numeración bribri está fundamentada sobre base diez, ya que las diversas formas de conteos que utiliza ésta cultura indígena, se dan hasta el número diez y posterior a este valor se utilizan combinaciones de los números anteriores.

### ***SOBRE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA***

Tomando en cuenta los sistemas de numeración que utilizan los indígenas bribris y haciendo una comparación con la forma de contar como son enseñados los individuos ajenos a esta cultura, se contrastan los sistemas de una manera muy enfática.

La diferencia mencionada en el párrafo anterior da pie a cuestionar la labor del docente de matemática foráneo a la etnia que labora en zonas indígenas como la presente. El caso es que sería muy enriquecedor que el docente de esta área sea un investigador antes de enseñar su propia matemática, ya que si un docente no indígena labora para una zona étnicamente diferenciada podría valorar y rescatar los conocimientos ancestrales de la etnia y de esta manera generar valor.

Para dar un ejemplo de lo mencionado en el párrafo anterior, se podría expresar que ante una pregunta tan sencilla como *¿cuánto es dos más tres?*, podría convertirse en algo difícil de responder o quizás sin sentido para un niño de la etnia, ya que sus conteos son muy concretos y siempre relacionados a las formas de los objetos. Es así, como este niño posiblemente no podría

responder, no por desconocimientos del número cinco o de la operación de suma, sino porque desde la perspectiva educativa de su etnia no tiene sentido esta pregunta porque carece de forma.

Por lo tanto se recomienda que para trabajar los sistemas de numeración dentro de zonas indígenas, se utilice materiales como el siguiente:

**IMAGEN #1. Material didáctico de matemática utilizado en el Territorio Indígena Talamanca Bribri**



Fuente: ICER, sin año.

***BIBLIOGRAFÍA***

Ayarza Díaz, V. Sistema de Numeración Kuna. Una manera diferente de contar. Memoria de la Decimocuarta Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa. Editorial de la Universidad de Panamá. Panamá. 2000.

Bertely, M. Conociendo nuestras escuelas: un acercamiento etnográfico a la cultura escolar. Editorial Paidós. México. 2000.

Bozzoli, M. El nacimiento v la muerte entre los bribris. Editorial Universidad de Costa Rica. Costa Rica. 1979.

Constenla, A. y otros. Curso básico de bribri. Editorial de la Universidad de Costa Rica. Costa Rica. 1998.

D' Ambrosio, U. Urna proposta metodológica para a historia das ciencias e da matemática na América Latina. Memoria de la Asociación Costarricense de Historia y Filosofía de la Ciencia. Editorial Guayacán. Costa Rica. 1991.

D' Ambrosio, U. Etnomatemática: Arte ou técnica de explicar e conhecer. Editorial Ática SA. São Paulo, Brasil. 1990.

Díaz, P. La enseñanza de la matemática de los pueblos indígenas de América

Latina en el marco de la globalización y el capital humano. Sin año.

García, W. Zamora, R. Ir se ujtö jtséwö. Editorial Departamento de Publicaciones Ministerio de Educación Pública. Costa Rica. 1980.

Gavarrette, M. Vásquez, A. Tesis para optar al grado de Licenciatura en la enseñanza de la matemática: Etnomatemática en el Territorio Talamanca Bribri. Universidad Nacional de Costa Rica. 2005

Instituto Costarricense de Educación Radiofónica. Dirección General de Educación para Adultos Ministerio de Educación Pública. Maestro ta sa ù a bribri ie ujtö. Editorial ICER. Costa Rica. Sin año.

# Software libre en cálculo en varias variables

Marta Caligaris<sup>1</sup>

Georgina Rodríguez<sup>2</sup>

Gabriel Bertero<sup>3</sup>

## Resumen

El cálculo en varias variables requiere, para su mejor aprendizaje, de herramientas visuales. Los libros modernos traen coloridas imágenes de superficies, y otros gráficos en tres dimensiones, y en algunos casos, herramientas multimediales, o sitios web relacionados en donde se pueden encontrar interesantes aplicaciones gráficas.

El objetivo de este trabajo es mostrar algunas aplicaciones personalizadas realizadas con software libre, para la enseñanza del cálculo en varias variables. El software libre brinda la posibilidad de que los alumnos lo utilicen fuera de los laboratorios, pudiendo bajarlos e instalarlos cuando los necesiten.

## Introducción

Los recursos tecnológicos disponibles en la actualidad, han impactado favorablemente en el proceso de enseñanza - aprendizaje. En particular, las nuevas tecnologías, con la posibilidad que brindan de manipular los objetos matemáticos en sus múltiples sistemas de representación, ofrecen oportunidades al estudiante, permitiéndole ser partícipe de experiencias matemáticas, que no pueden ser reproducidas en medios tradicionales como la tiza y el pizarrón, o el lápiz y el papel [1].

En este escenario, el docente tiene nuevos objetivos: ahora debe, también, diseñar y organizar actividades y situaciones en donde el alumno, interactuando con el medio, provoque el surgimiento del conocimiento matemático [2].

En este contexto, el Grupo Ingeniería & Educación (GIE) está trabajando en el diseño de diversas aplicaciones personalizadas, para su uso en la enseñanza de determinados temas que, o bien son difíciles de aprender, o que requieren de prácticas tediosas y rutinarias. Para ello, se utiliza software libre, como SCILAB [3] o SAGE [4], entre otros, con el objetivo de que los alumnos puedan seguir construyendo el conocimiento fuera del aula, ya que pueden bajar libremente los programas de los sitios apropiados, sin necesidad de pagar licencias.

---

<sup>1</sup>Grupo Ingeniería & Educación – Facultad Regional San Nicolás – Universidad Tecnológica Nacional – San Nicolás – Argentina – [gic@frsn.utn.edu.ar](mailto:gic@frsn.utn.edu.ar)

<sup>2</sup>Grupo Ingeniería & Educación – Facultad Regional San Nicolás – Universidad Tecnológica Nacional – San Nicolás – Argentina – [gic@frsn.utn.edu.ar](mailto:gic@frsn.utn.edu.ar). Docente de Cálculo Infinitesimal II de Ingeniería en Sistemas, de la Universidad Abierta Interamericana – Sede Rosario - Argentina

<sup>3</sup>Grupo Ingeniería & Educación – Facultad Regional San Nicolás – Universidad Tecnológica Nacional – San Nicolás – Argentina – [gic@frsn.utn.edu.ar](mailto:gic@frsn.utn.edu.ar)

En este trabajo se muestran algunas de las aplicaciones desarrolladas para la enseñanza de determinados temas de cálculo infinitesimal en varias variables.

### **Software libre para matemática**

Una de las características del software libre, es la libertad de distribuir copias sin costo alguno. Esto es importante a la hora de trabajar con los alumnos, ya que habitualmente las horas de clase destinadas a laboratorio y muchas veces la cantidad de máquinas, no son suficientes para dejar que los alumnos hagan todas las prácticas que deseen.

Para trabajar en matemática, existen diversos programas, cada uno ofrece posibilidades distintas. Entre ellos, pueden mencionarse GEOGEBRA, MAXIMA, AXIOM, OCTAVE, SCILAB y SAGE. En este trabajo se mostrarán aplicaciones realizadas con los dos últimos.

SCILAB es un lenguaje de programación de alto nivel para cálculo científico, interactivo de libre uso. Fue concebido como un sistema abierto donde el usuario pueda definir nuevos tipos de datos y operaciones sobre los mismos. Aunque SCILAB fue creado para trabajar numéricamente, también permite hacer algunos cálculos simbólicos. El mismo posee cientos de funciones matemáticas y la posibilidad de integrar programas en los lenguajes más usados (FORTRAN, Java, C y C++). Este software puede ser utilizado simplemente como una calculadora, para escribir funciones o programas propios o para diseñar ventanas personalizadas.

SAGE es un sistema de álgebra computacional escrito en lenguaje Python, que provee una interfase de alto nivel que integra a otros programas y librerías pre-existentes. La sigla SAGE significa “Software for Algebra and Geometry Experimentation”. SAGE puede utilizarse desde un navegador web. El código de SAGE es fácil de entender y modificar, y no es necesario aprender un lenguaje específico para utilizarlo [5].

### **Herramientas personalizadas**

Una de las actividades previas al diseño de secuencias didácticas en las que se utilizan aplicaciones personalizadas, es realizar un análisis de los estilos de aprendizaje de los alumnos para quienes están destinadas.

Para conocer cuáles son los estilos de aprendizaje predominantes de los alumnos se aplica una adaptación del cuestionario de R. Metts sobre estilos de aprendizaje [6].

A partir de los análisis realizados en años sucesivos en distintos cursos de carreras de ingeniería, se determinó que el visual y el visual-kinestésico son los estilos de aprendizaje preponderantes. Es decir, la mayoría de los alumnos necesita ver y ser un sujeto partícipe en el proceso de enseñanza y aprendizaje.

Por ello, se trabajó en el desarrollo de aplicaciones para la enseñanza de la matemática, con abundantes gráficos, en las que los alumnos interactúen sin mayores complicaciones, es decir, con sólo apretar botones o tildar casilleros.

### **Aplicaciones en SCILAB**

Se desarrollaron en SCILAB aplicaciones para ser utilizadas con distintos fines. Como ejemplo, se presentan aquí dos ventanas, para afianzar la definición de curvas de nivel. Las ideas de los gráficos fueron tomadas del libro de James Stewart [7].

En la figura 1 se presenta una de las ventanas correspondientes a curvas de nivel en el plano. En la misma, se presenta la gráfica de una superficie en tres dimensiones, y una serie de gráficos de curvas de nivel asociados a distintas funciones. El alumno deberá asociar la superficie al gráfico de curvas de nivel que corresponda, simplemente tildando el botón correspondiente a la elección realizada. Mediante el botón **Corregir**, el alumno podrá corroborar si su opción fue la correcta. Con el botón **Nuevo ejemplo**, podrá habilitar una nueva superficie, para volver a realizar el ejercicio.

En la otra ventana, se presenta un gráfico en dos dimensiones con el conjunto de curvas de nivel asociadas a una cierta función, y por otro lado gráficos de superficies. Aquí el alumno deberá elegir qué superficie corresponde al conjunto de curvas de nivel presentado.

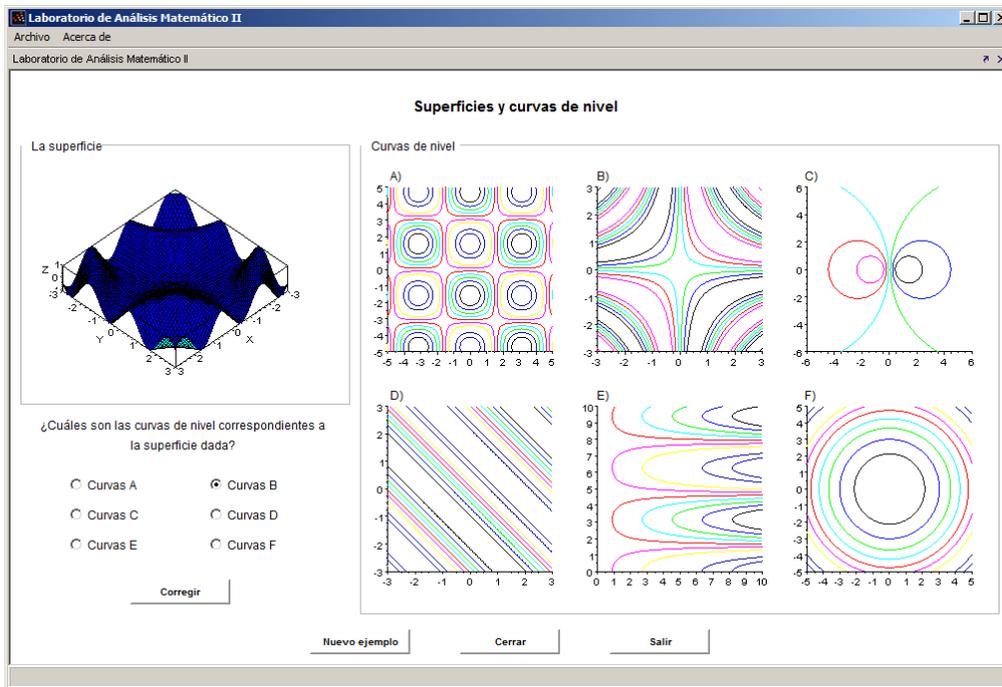


Figura 1. Curvas de nivel: ¿cuál es la gráfica correcta?

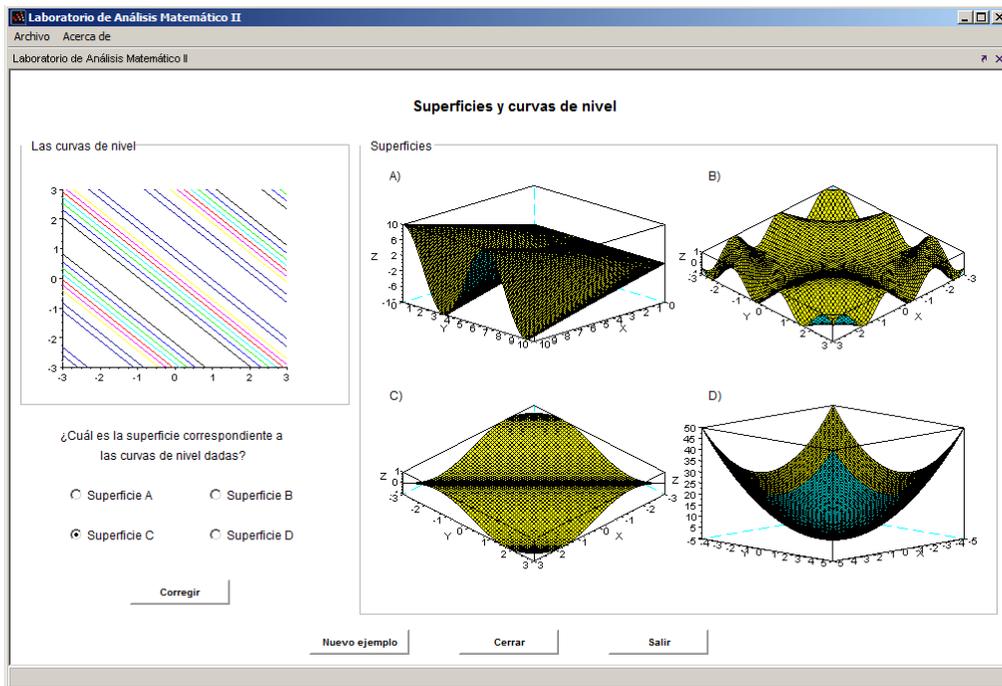


Figura 2. Curvas de nivel: ¿A qué superficie corresponden?

También en este caso, se tiene la posibilidad de corregir el resultado, y de ejecutar nuevos ejemplos.

Cabe aclarar, que el programa SCILAB debe estar instalado en la PC donde se deseen ejecutar las ventanas y se puede hacer tanto en Windows como en Linux.

### Aplicaciones en SAGE

A diferencia del programa SCILAB, las aplicaciones desarrolladas en SAGE pueden ser ejecutadas en un navegador web, accediendo al servidor de SAGE mediante una cuenta que debe crearse el usuario. Hasta ahora, SAGE funciona en Linux, pero no en Windows.

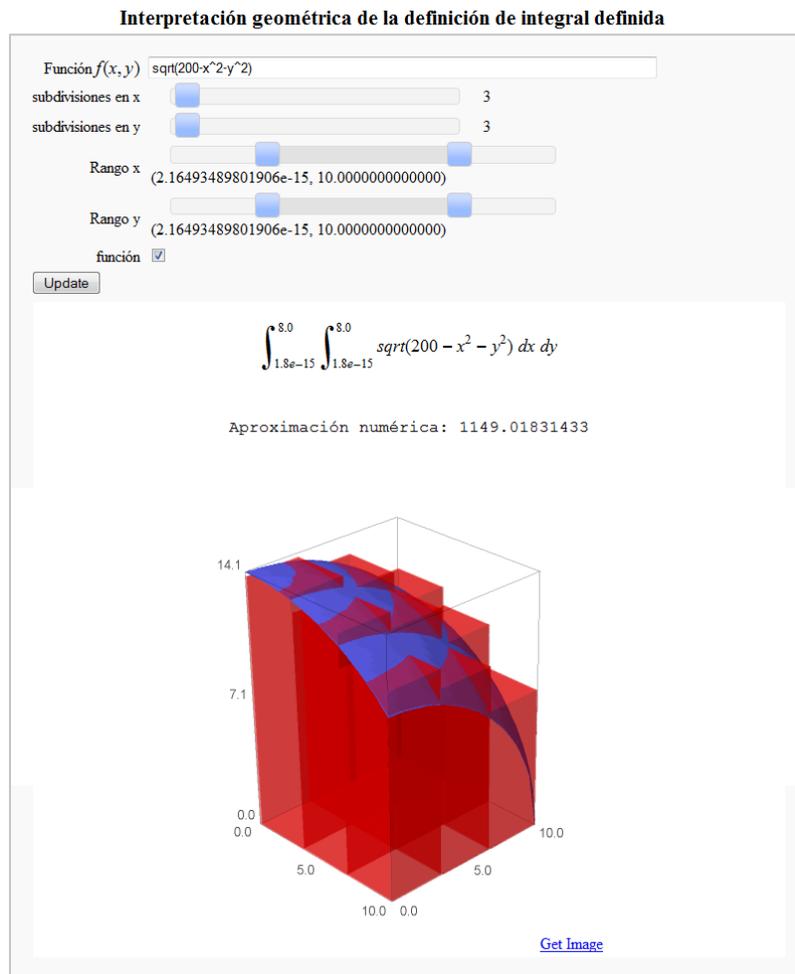


Figura 3. Aplicación en SAGE para interpretar la definición de integral definida en dos variables

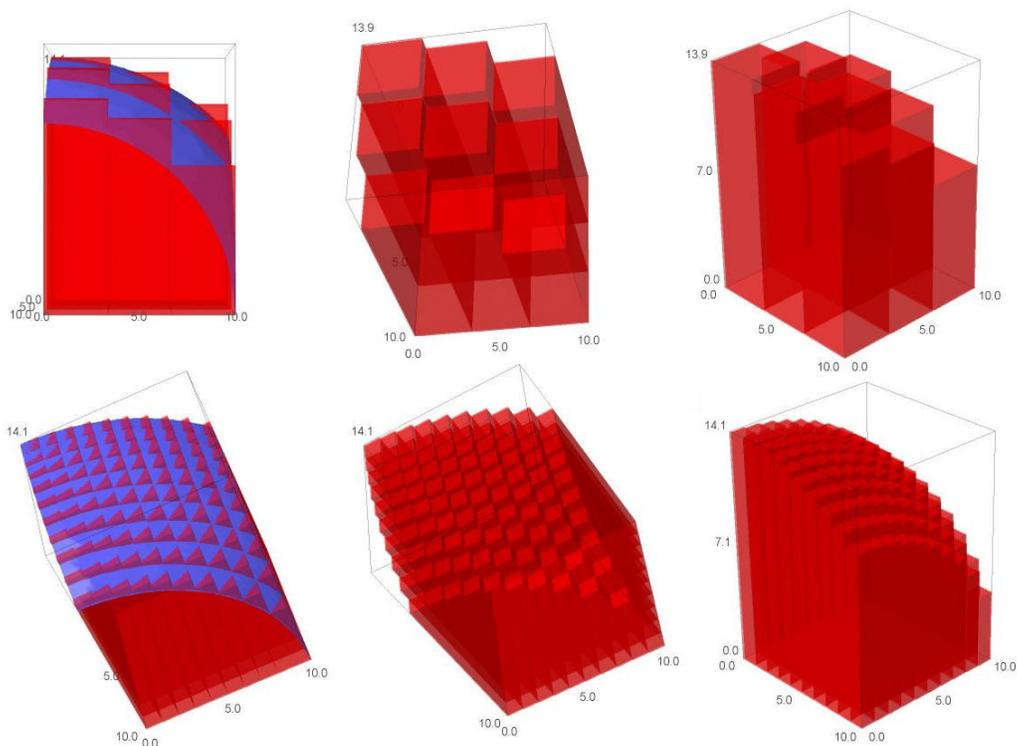


Figura 4. Distintas imágenes obtenidas al modificar parámetros u opciones del gráfico.

Se muestran a continuación dos aplicaciones desarrolladas en SAGE, basadas en los ejemplos de la wiki de SAGE [8]. La primera, es una aplicación para ayudar en la comprensión de la definición de integral definida, como aproximación del área encerrada por una superficie sobre el plano  $xy$ , en un dominio rectangular apropiado, mediante la suma de volúmenes de paralelepípedos [7]. La segunda, es una herramienta que permite comprender, mediante la visualización, la aproximación lineal de funciones de dos variables diferenciables [7].

En la figura 3 se observa la aplicación que permite visualizar la interpretación gráfica de la definición de integral definida en dos variables. En la misma, se puede cargar la ley de la función a integrar, el dominio de integración y la cantidad de subdivisiones que se desean, tanto en la dirección  $x$  como en la  $y$ . Como resultado, se obtiene la fórmula de la integral calculada, el resultado de la aproximación con las divisiones establecidas y un gráfico en tres dimensiones, del volumen aproximado mediante la suma de los volúmenes de los paralelepípedos. Se ofrece también la posibilidad de graficar o no la superficie

correspondiente a la ley. Si se realiza algún cambio en los parámetros ingresados, el botón **Update** permite actualizar los resultados.

La gráfica obtenida es manipulable desde la ventana. Se puede girar en cualquier sentido, acercar o alejar, cambiar los colores y elegir los ejes para obtener diferentes vistas, entre otras cosas. Se pueden capturar las imágenes con el vínculo **Get Image** que aparece a la derecha de la gráfica. En la figura 4 se muestran diferentes imágenes obtenidas al modificar parámetros, por ejemplo, aumentar la cantidad de divisiones en ambos intervalos, o realizar rotaciones de la imagen para observarla desde distintos ángulos.

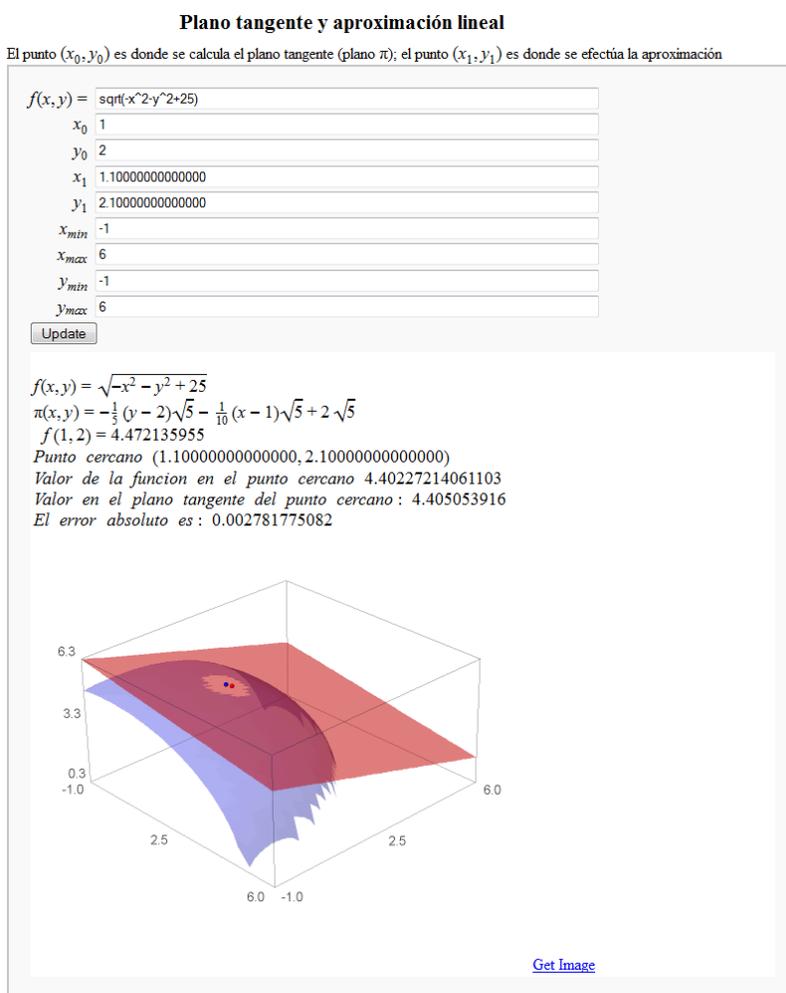


Figura 5. Ventana para analizar la aproximación lineal de funciones

En la figura 5 se observa la aplicación que permite obtener el valor aproximado de una función en un punto, mediante la aproximación lineal que brinda el plano tangente. En esta ventana se ingresan, por un lado, la ley de la función que se desea aproximar, el punto donde se va a calcular la ecuación del plano tangente, y el punto en donde se desea aproximar el valor de la función. Por otro lado, se deben indicar los extremos de los intervalos que definen el dominio para obtener la gráfica.

Como resultado, se obtienen la ley de la función ingresada, la ecuación explícita del plano tangente, las coordenadas del punto cercano en donde se va a obtener la aproximación, el valor exacto de la función en el punto cercano, y el valor aproximado al evaluar la ecuación del plano tangente en dicho punto. También se muestra el valor del error cometido. Además, se obtiene una gráfica con todos los elementos: la superficie y un punto  $(x_0, y_0)$  en la superficie, el plano tangente a la superficie en ese punto y el punto cercano.

Si se modifica alguno de los valores ingresados, con el botón Update se refrescan los resultados.

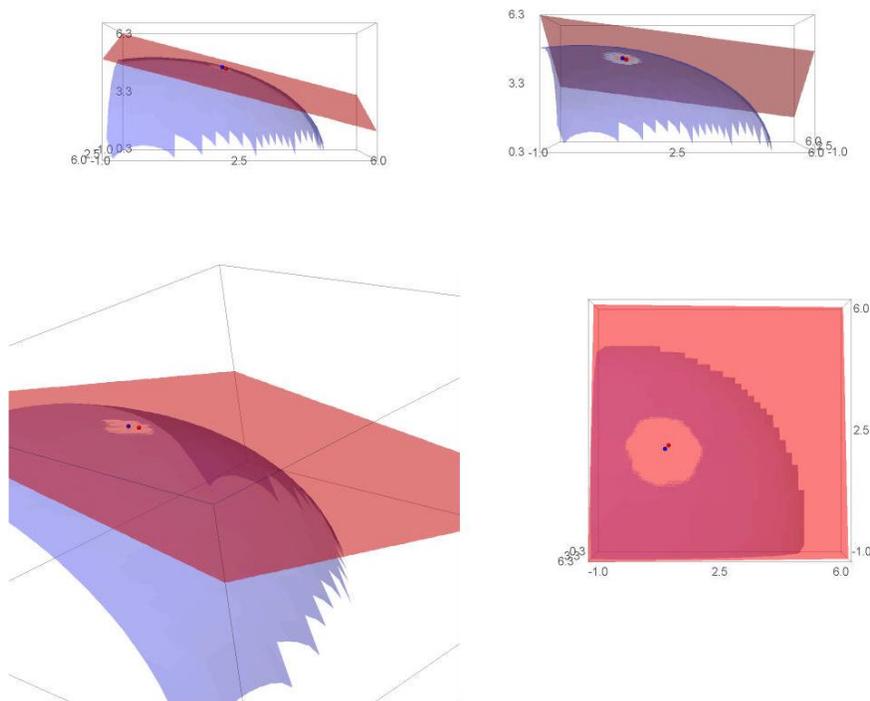


Figura 6. Distintas imágenes obtenidas al modificar opciones del gráfico.

También en este caso se pueden modificar las opciones del gráfico, para obtener distintas vistas o modificar colores. En la figura 6 se muestran capturas de las gráficas, mirándolas desde los planos xy, xz e yz, y una vista desde arriba.

## **Conclusiones**

Al analizar las dificultades de aprendizaje e investigar la forma de aprender que tienen los alumnos, el profesor podrá mejorar su práctica docente. La tecnología está inmersa en la vida de los estudiantes, y este hecho debe ser tenido en cuenta a la hora de diseñar sus clases. Las secuencias didácticas deben ser desarrolladas teniendo en cuenta el medio y los recursos disponibles. El software libre es un recurso que está al alcance de todos, y en este trabajo se muestra que, con herramientas como SCILAB y SAGE, es posible desarrollar herramientas propias, para acomodarse a los estilos y ritmos de aprendizaje de los alumnos.

El uso de estos recursos en la enseñanza de distintos temas de matemática, ha confirmado el papel preponderante que éstos desempeñan ya que incentiva a los alumnos a dedicar más tiempo a las materias con actividades que les resultan más interesantes que las rutinarias y permite mejorar la calidad de los aprendizajes y por ende, los resultados obtenidos en las evaluaciones.

## **Referencias**

- [1] Gómez, P. *Tecnología y Educación Matemática*. Revista de Informática Educativa. Vol. 10, Núm. 1, pp. 93 – 111 (1997).
- [2] Chavarría, J. *Teoría de las situaciones didácticas*. Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática. Vol. 1, Núm 2 (2006).
- [3] [www.scilab.org](http://www.scilab.org)
- [4] [www.sagemath.org](http://www.sagemath.org)
- [5] De Nápoli, P. *Software Libre para enseñar o aprender Matemática. Por qué y Cómo*. Jornadas Regionales de Software Libre 2008. Universidad de Belgrano. Buenos Aires, República Argentina.
- [6] Rodríguez Parrilla, J. *Una aproximación al uso de los estilos de aprendizaje como enfoque para elevar el rendimiento*. Cognición: Revista científica de la Fundación

Latinoamericana para la Educación a Distancia, Vol. 15 (2008).

[7] Stewart, J. Cálculo. Conceptos y contextos 3<sup>o</sup> edición. Ed. Thomson (2006)

[8] <http://wiki.sagemath.org/interact>

# Uso de JClick como apoyo para la enseñanza de geometría en la secundaria.

Víctor José Palencia Gómez  
Teresa Carrillo Ramírez  
Rosa Araceli Álvarez Colín<sup>1</sup>

## Resumen

Se presenta una propuesta que consta de un conjunto de actividades para matemáticas de segundo grado de secundaria, elaboradas con un software educativo libre, a través de las cuales se presentan a los alumnos las matemáticas de una manera atractiva y lúdica al mismo tiempo que se desarrollan competencias informacionales. Se señala la importancia del marco conceptual que rige el diseño de las actividades y se presentan resultados de la aplicación de la propuesta en un grupo experimental.

## Introducción

La educación es una labor compleja, independientemente del área del conocimiento a la que se enfoque, ya que implica muchos aspectos que conforman al ser humano, desde su entorno social y cultural hasta su propia individualidad. Siendo la matemática una asignatura que se considera difícil por excelencia, hablar de educación matemática demanda de los protagonistas una constante actualización y formación, cuyo ritmo es establecido por la evolución misma de la sociedad (De Guzmán, 2007).

En este sentido, el acelerado desarrollo de las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC) en los más diversos ámbitos de la vida cotidiana ha impactado a los jóvenes de la llamada generación digital. Sin embargo, un alto porcentaje de los profesores que guiamos el aprendizaje de estos jóvenes no dominamos la tecnología a un nivel que nos permita explotarla con fines didácticos. Afortunadamente, existe software libre con fines educativos cuyo uso es fácil de aprender y que permite realizar actividades atractivas para los estudiantes, mediante las cuales se puede motivar al alumno en el estudio de la matemática así como estimular su interés por las mismas, al mismo tiempo que desarrolla sus competencias en el manejo y uso de las TIC con un enfoque lúdico.

En este trabajo se presenta una propuesta que consta de un conjunto de actividades para el segundo grado de la enseñanza secundaria en México, específicamente para los temas de rectas y ángulos, cuerpos geométricos y unidades de medida, desarrolladas con el software educativo conocido como JClick, el cual permite generar actividades de una manera fácil para el profesor y realizarlas en forma atractiva para los alumnos.

## Fundamentación

---

<sup>1</sup>Universidad Nacional Autónoma de México, México.

La presencia de las nuevas tecnologías en la sociedad actual hace que cada vez sea más necesario que la educación incorpore en sus planes de formación dos funciones básicas: la enseñanza con recursos tecnológicos y la enseñanza para los recursos tecnológicos (Manuel, 2008).

Por otro lado, de acuerdo a De Guzmán (2007) la enseñanza de la matemática consiste más en la transmisión de los procesos de pensamiento propios de la matemática que en la mera transferencia de contenidos. La matemática es, sobre todo, saber hacer; es una ciencia en la que el método claramente predomina sobre el contenido. Por ello, se concede una gran importancia al estudio de las cuestiones, en buena parte colindantes con la psicología cognitiva, que se refieren a los procesos mentales de resolución de problemas.

En este sentido conviene recordar brevemente algunas cuestiones de las teorías del aprendizaje, en las cuales debe sustentarse el diseño de estrategias de enseñanza por parte de los profesores y representan una herramienta muy útil, pues permiten orientar de forma apropiada la enseñanza. La Tabla 1 muestra de forma sintetizada la aportación que hace cada una de estas teorías a la elección de las estrategias de acuerdo al tipo de aprendizaje deseado.

Como puede observarse, la enseñanza de la matemática requiere de cada una de estas teorías en diferentes momentos del proceso de enseñanza. En este proyecto se considera preferentemente al constructivismo, viendo al conductismo y al cognitivismo como etapas previas en el proceso.

### La propuesta

Las características del aprendizaje constructivista con los recursos tecnológicos están basadas en:

- La implicación directa del alumnado en el proceso enseñanza aprendizaje.
- La investigación de temáticas que despierten el interés y motivación del alumnado.
- El desarrollo de procesos y capacidades mentales relacionadas tanto con la matemática, como resolución de problemas e inferencia lógica, como con las competencias informacionales, tales como la elaboración de un guión de video o el desarrollo de material multimedia.

Lo anterior implica el uso de las nuevas tecnologías no sólo como medios de trasmisión de la información, sino como motivadores y facilitadores en el proceso de enseñanza aprendizaje en el que los alumnos se convierten en los protagonistas de su propio aprendizaje y de la construcción de su conocimiento.

Teoría	Tipo de aprendizaje	Estrategias
<b>Conductismo</b> <b>Cambios observables en la</b>	Aprendizaje introductorio Discriminaciones, generalizaciones, asociaciones y encadenamientos	Actividades para construir y reforzar asociaciones estímulo respuesta con uso de “pistas” o “indicios”

<b>conducta</b>		
<b>Cognitivismo</b> <b>Adquisición del conocimiento mediante estructuras mentales</b>	Adquisición de conocimientos avanzados Solución de problemas, el lenguaje, la formación de conceptos y procesamiento de información. El aprendizaje es significativo si se obtiene a través de estructuras mentales y esquemas existentes.	Simplificación y estandarización Participación activa del estudiante Uso de análisis jerárquico Hacer conexiones con material previamente aprendido
<b>Constructivismo</b> <b>Creación de significados a partir de la experiencia</b>	Adquisición de conocimientos expertos, solución de problemas complejos y poco estructurados, así como formación de conceptos abstractos.	Actividades interactivas Manipulación de información Simulaciones. Diversidad en las actividades.

**Tabla 1. Teorías del aprendizaje.** (Fuente: Ertmer, P. A. ,1993)

El uso de estas nuevas tecnologías debe estar guiado por la tecnología educativa, definida como la aplicación de un enfoque organizado y científico de la información para el mejoramiento de la educación en sus variadas manifestaciones y niveles diversos (Chadwick, 1987; 17). Asimismo, Gagné, en su definición de tecnología educativa (citado en Chadwick, 1987; 15), enfatiza el significado de tecnología como “técnicas para organizar lógicamente cosas, actividades o funciones de manera que puedan ser sistemáticamente observadas, comprendidas y transmitidas”, lo que lleva al planteamiento de este trabajo, en el sentido de que una planeación del proceso de enseñanza llevará a un aprendizaje significativo por parte de los alumnos.

Hoy en día los componentes pedagógicos, comunicativos y tecnológicos de la educación mediada o apoyada en innovaciones técnicas, identifican a la tecnología educativa con un proceso complejo en el que intervienen varias disciplinas para lograr una mejor planeación, diseño, ejecución y evaluación de los sistemas de enseñanza (Crovi Druetta, 2007).

Dentro de estos componentes se encuentran de forma implícita el diseño y desarrollo de recursos ya que “al proceso de enseñanza le es consustancial el uso de recursos que lo hagan posible” (Ferreiro, 2006). Por ello en esta propuesta se desarrollaron recursos, específicamente actividades mediadas por computadora, para apoyar el aprendizaje de los alumnos de segundo de secundaria.

En la República Mexicana, dentro del programa oficial del segundo grado de secundaria existen algunos temas que resultan de mayor dificultad para los estudiantes, de entre los cuales se hizo una selección para elaborar material multimedia que facilita el aprendizaje, al mismo tiempo que resulta atractivo para los alumnos. Los temas seleccionados fueron:

- Rectas y ángulos
- Cuerpos geométricos

- Unidades de medida

Para la elaboración del material se empleó JClic, el cual es una aplicación de software libre para la creación de actividades educativas multimedia desarrollado en la plataforma Java. Las actividades no se acostumbran presentar solas, sino empaquetadas en proyectos. Un proyecto está formado por un conjunto de actividades y una o más secuencias, que indican el orden en que se han de mostrar. El proyecto se divide en secciones que a su vez permiten integrar, por ejemplo, los materiales multimedia que se desee incluir en las exposiciones, desde gráficos e imágenes animadas hasta sonidos, que permiten a los profesores impartir la clase de manera muy creativa. La elección de esta aplicación se hizo bajo los siguientes criterios:

- Se trata de software libre. De esta manera la escuela no tendrá que invertir recursos económicos en la adquisición de licencias.
- Es de fácil manejo: La forma de utilizarlo no requiere de una formación fuerte en el área de computación, ya que con los tutoriales que proporciona el sitio Web del producto el profesor podrá aprender fácilmente.
- La interfase que proporciona con el usuario es amistosa y divertida. El producto resultante es atractivo y divertido para el estudiante lo cual motiva su participación en las actividades y por consiguiente el mejoramiento de su aprendizaje.

El software y la documentación correspondiente pueden obtenerse en el sitio web “Zona Clic”: <<http://clic.xtec.cat/es/jclic/>>

El contenido del material que se elaboró sigue el siguiente esquema:

1. Presentación de conceptos
2. Realización de actividades en las que se apliquen los conceptos.

En las Figuras 1 y 2 se ilustran dos de las actividades del material desarrollado: una sopa de letras en la que los alumnos deben localizar las palabras: “cono, cubo, esfera, pirámide y prisma”; y otra en la que deben resolver un sencillo rompecabezas con la fotografía de una pirámide para que identifiquen correctamente la forma de este cuerpo geométrico y lo asocien a una situación real.

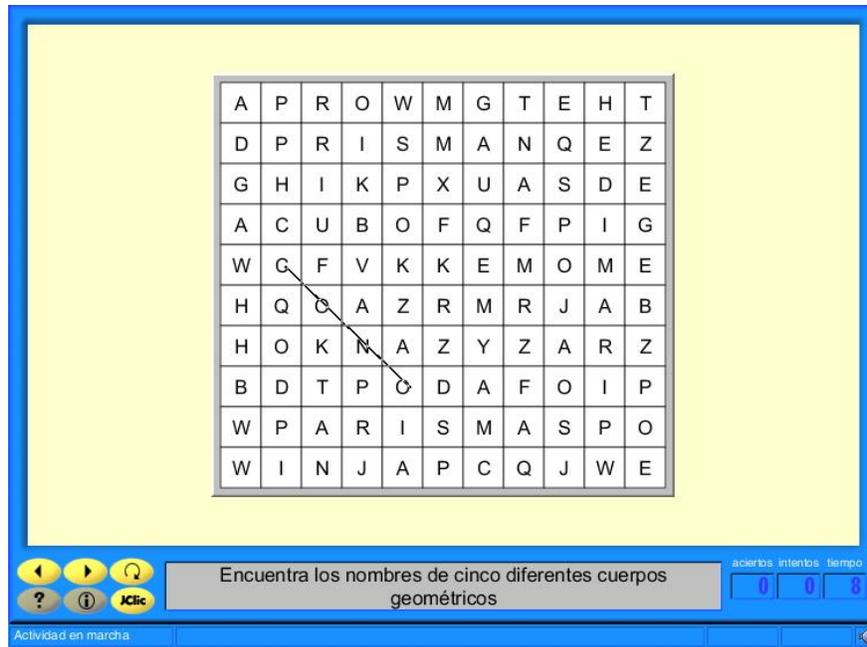


Figura 1. Sopa de letras

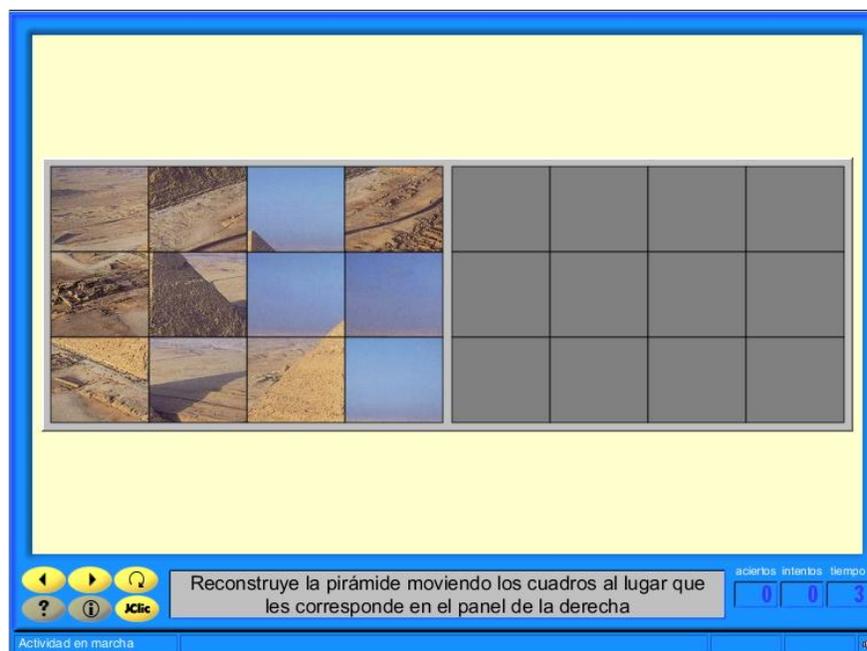


Figura 2. Rompecabezas

Como se observa, las actividades son lúdicas y, además de sopas de letras y rompecabezas, incluyen también crucigramas, relación de columnas, llenado de blancos y otras. Con estas actividades, el juego permite desarrollar en un mismo espacio la creatividad y el conocimiento lo que, como menciona J. Duarte (2008), desarrolla el potencial creativo del ser humano y da lugar a su capacidad para simbolizar el mundo.

## Resultados

En la Figura 3 se muestran los resultados de la actividad desarrollada por alumnos de dos grupos de la Escuela Secundaria "Licenciado Benito Juárez", ubicada en la colonia Santa María Nativitas, en Naucalpan de Juárez, Estado de México. La escala de calificación se establece con base en el número de intentos que se realizan para completar la secuencia, y el tiempo que se emplea en ello.

Como es fácil observar, la mayoría de los alumnos obtuvieron una calificación aprobatoria, lo que nos permite suponer que se ha logrado un aprendizaje significativo de los conceptos que se presentaron, y que se han desarrollado las habilidades de reconocimiento que se fijaron como objetivo.

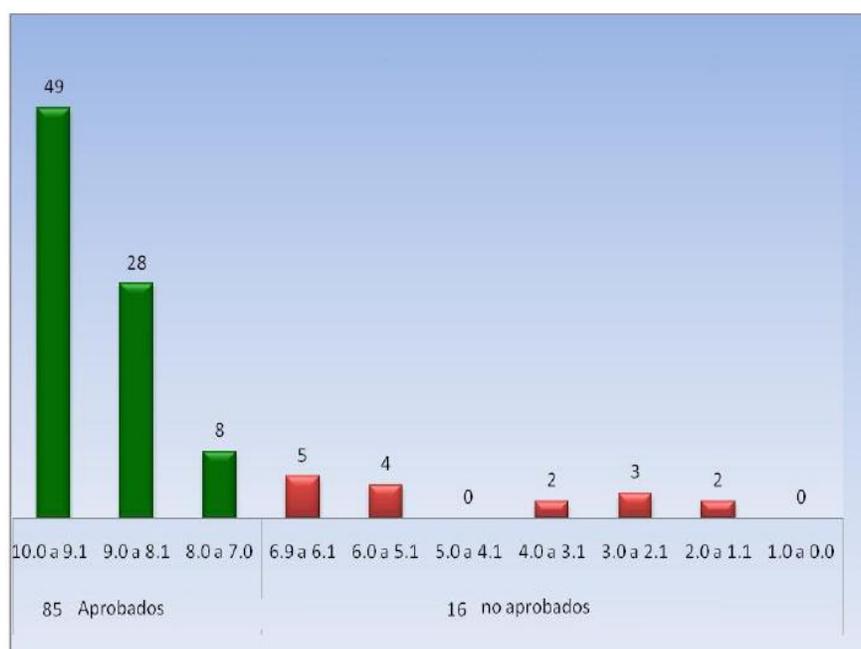


Figura 3. Resultados

## Conclusiones

Actualmente, el desarrollo de aplicaciones de software libre con fines educativos permite a los docentes, de todas las áreas y de todos los niveles, realizar actividades multimedia, las cuales por ser innovadoras, resultan atractivas para los alumnos. Por sus características, JClic es una aplicación muy útil para la realización de este tipo de actividades.

Sin embargo es importante tener presente que el solo uso de la tecnología no garantiza un aprendizaje significativo por parte de los alumnos, ya que requiere un análisis y planeación previos, de tecnología educativa, lo que nos lleva al planteamiento inicial del presente trabajo, la enseñanza con recursos tecnológicos y la enseñanza para los recursos tecnológicos.

Lo anterior, demanda de los profesores una constante actualización en la era de la información, en la que los alumnos son nativos y esperan que sus profesores no sólo dominen la tecnología sino que los formen para aprender a usarla en un mundo de constante cambio.

### **Bibliografía**

- Chadwick, C. B. (1987). *Tecnología Educativa para el Docente*. México: Paidós.
- Crovi Druetta, D. (2007). *Comunicación educativa y mediaciones tecnológicas. Hacia nuevos ambientes de aprendizaje*. México: ILCE.
- De Guzmán, M. (2007). Enseñanza de las ciencias y la matemática. *Revista Iberoamericana de Educación No. 43* , 19-58.
- Duarte, D. J. (2003). *Ambientes de aprendizaje. Una aproximación conceptual*. En línea: [www.rieoei.org/deloslectores/524Duarte.pdf](http://www.rieoei.org/deloslectores/524Duarte.pdf) recuperado el 2 de septiembre de 2011.
- Ertmer, P. A. (1993). Conductismo, cognitvismo y constructivismo: Una comparación de los aspectos críticos desde la perspectiva del diseño de instrucción. *Performance Improvement Quarterly* , 50-72.
- Ferreiro, R. y DeNapolí A. J. (2006). *Un concepto clave para aplicar exitosamente las tecnologías de la educación: los nuevos ambientes de aprendizaje*. En línea: [http://www.joserafaelpinorusconichio.com/documentos/cursos\\_maestria/unid\\_nuevas\\_tecnologias\\_aplicadas\\_educacion/22481776.pdf](http://www.joserafaelpinorusconichio.com/documentos/cursos_maestria/unid_nuevas_tecnologias_aplicadas_educacion/22481776.pdf) recuperado el 30 de agosto de 2011
- Manuel, C. (2008). *Tecnología educativa*. España: Síntesis educación.

# Uso de tecnología en el aula: Un ejemplo concreto utilizando visualización del conocimiento en el tema de derivada

M.Sc Jorge Monge Fallas<sup>1</sup>

## Resumen

El uso de la tecnología en el aula es siempre un tema para reflexionar, aún más si se trata de la enseñanza de la matemática. Realmente; ¿qué espera el profesor cuando usa una tecnología específica como apoyo a sus procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática?. Cuando usamos tecnología para apoyar nuestra enseñanza y aprendizaje de la matemática; ¿estará esta asociada necesariamente al uso del computador?

En este artículo presentamos un ejemplo concreto sobre el uso de la tecnología en la enseñanza del cálculo diferencial, en el tema específico de derivada. Para ello usamos como soporte teórico el campo de la visualización del conocimiento, en especial utilizamos el marco general de visualización planteado por Burkhar(2002).

Se plantean algunas de las actividades relacionadas al tema de derivada y lo más importante se define el alcance de cada una de ellas, es decir, se establece cual objetivo se persigue con cada uno de los recursos utilizados.

En este artículo nos centraremos en el desarrollo de la primer semana del tema de derivada que fue parte de un proyecto que se ejecutó durante tres semestres consecutivos y por un periodo de cuatro semanas. Además presentamos resultados interesantes que pueden ser llevados a otros contexto, como es el caso de la enseñanza secundaria.

Además establecemos como conclusiones más importantes la integrabilidad con que se debe tratar el uso de la tecnología en el aula y el papel fundamental del profesor como guía para poder alcanzar los objetivos propuesto.

**Palabras clave:** visualización del conocimiento, visualización de información, tecnologías de información, multimedia en la enseñanza, enseñanza de la derivada.

## Introducción

Realmente hemos aprovechado el avance de la tecnología en nuestras aulas para apoyar nuestro proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática, si no es así, a qué se debe. ¿Está el profesor capacitado para adaptar la tecnología dentro de sus actividades de clase?, ¿conoce realmente los alcances que esta podría tener?

Por eso a lo largo de nuestras experiencias como investigador encontramos en la visualización del conocimiento un soporte teórico que nos permite orientar el uso de tecnología y en especial el uso de representaciones visuales para la transferencia de conocimiento.

Por lo que resulta de interés realizar algunas preguntas:

- ¿Cuáles son las condiciones idóneas que debe tener el profesor para usar en forma adecuada la tecnología en sus clases?

---

<sup>1</sup>Escuela de Matemática, Instituto Tecnológico de Costa Rica, [jomonge@itcr.ac.cr](mailto:jomonge@itcr.ac.cr).

- ¿En caso de que decida usar tecnología, debe hacer algunas consideraciones sobre el contenido a desarrollar?
- ¿Qué puede usar como guía para realizar la intervención de la tecnología en el aula?

Podemos además agregar, ¿cuál debe ser la actitud y aptitud del profesor ante el uso de la tecnología en el aula?. Para usar tecnología; ¿partimos del hecho de que el profesor tiene dominio sobre ella y que está convencido sobre lo que podría alcanzar?. Esto define una problemática evidente que planteamos a continuación:

### **Planteamiento del problema**

El problema que se plantea en función de las preguntas anteriores se puede definir en los siguientes términos:

Cómo implementar la tecnología en forma sistematizada en la clase de matemática de tal forma que apoye efectivamente el proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática

### **Objetivo General**

Presentar en ejemplo concreto sobre el uso adecuado de la tecnología en la clase de matemática.

### **Objetivos Específicos**

Los objetivos específicos que se definen para lograr el objetivo general son los siguientes:

1. Establecer las consideraciones sobre el enfoque del contenido a desarrollar.
2. Adaptar el marco general de visualización que permita alcanzar los objetivos propuestos en el programa del curso.
3. Desarrollar e integrar las actividades definidas en el marco general de visualización en forma sistemática.

### **Antecedentes**

En el 2005 nace un nuevo campo de investigación; visualización del conocimiento. Este es un nuevo campo que estudia el potencial innato del ser humano para procesar en forma efectiva representaciones visuales en tareas de intenso conocimiento (Burkhard & Meier, 2005). Eppler y Burkhard (2004) señalan que el ser humano tiene la habilidad innata para procesar representaciones en formato visual y su cerebro está ampliamente equipado para llevar a cabo esta labor.

La evolución acelerada de la tecnología y su presencia en el contexto educativo nos plantea la necesidad de nuevas ideas y orientaciones teóricas que contribuyan a establecer metodologías claras que permitan incorporar el uso de recursos tecnológicos con el objetivo de mejorar la comprensión y el aprendizaje en la enseñanza de la matemática. La aparición de un nuevo campo de investigación que pretende de acuerdo a Burkhard (2005) con perspicacia mejorar la transferencia y creación de conocimiento, además de la transferencia de experiencias, actitudes, valores, expectativas, expectativas y opiniones, es una oportunidad que puede ser aprovechada.

Hasta ahora ha sido difícil alcanzar una presencia explícita de la tecnología en las actividades cotidianas del salón de clase y esto se acentúa aún más cuando se trata de la enseñanza de la matemática. Por lo general el profesor de secundaria no se siente cómodo cuando usa tecnología y esto influye en el resultado que se espera de esta. Además existe la creencia en el gremio de que no hay mejoras en el rendimiento cuando se usa la tecnología, aquí se comenten dos errores; el creer que el rendimiento mejora en forma inmediata y que los alcances de la tecnología únicamente influyen en el rendimiento, dejando de lado otros factores que intervienen en el proceso de enseñanza-aprendizaje y que pueden ser alcanzados a través de la tecnología.

Este nuevo campo de estudio nos ofrece así un marco referencial en el cual podríamos definir estrategias de enseñanza-aprendizaje en la educación en forma sistemática y previo un proceso de reflexión, en particular este podría ser utilizado en la enseñanza de la matemática, un área ociosa de nuevas ideas que propicien un aprendizaje significativo con apoyo de los recursos tecnológicos. Por lo que es útil contar en la enseñanza de la matemática con soportes teóricos que nos permitan establecer nuevas estrategias metodológicas y didácticas para la transferencia del conocimiento utilizando recursos tecnológicos multimediales.

Figueras (2005) señala, por ejemplo, que los factores subyacentes a esta nueva labor docente implican cambios en la forma de estructurar y organizar la enseñanza en el aula, la manera de obtener información, la manera de proponer actividades y tareas, y las habilidades y competencias de los estudiantes. Completamente de acuerdo con Figueras, las implicaciones en términos de planificación que requiere el uso adecuado de la tecnología en el aula es considerable y estos esfuerzos son válidos cuando existe un convencimiento del profesor sobre los alcances de una tecnología bien usada.

La visualización del conocimiento alcanza su objetivo de transferir el conocimiento haciendo uso en la mayoría de los casos de tecnologías de información. Por lo que los tipos de visualización que

se utilizan, la intensidad con la que deben ser aplicados, la complementariedad que deben tener, la claridad y la estructura con la que se lleve a cabo su ejecución son factores importantes a considerar.

Siguiendo con la importancia de poseer varias representaciones visuales para un mismo concepto, de acuerdo con las consideraciones teóricas de Duval (1999) para la construcción de conceptos matemáticos no basta trabajar actividades dentro de un solo sistema de representación, sino también la tarea de conversión de una representación a otra. Son estas las que propician la construcción de los conceptos matemáticos.

En la visualización del conocimiento Burkhard (2005) define un marco general de visualización, el cual debe de considerarse cuando se quieren usar representaciones visuales cuyo objetivo es transferir y crear conocimiento.

Esta estructura está compuesta por cuatro perspectivas, estas perspectivas responden a cada una de las siguientes preguntas:

1. ¿Por qué el conocimiento debe ser visualizado?: define el objetivo
2. ¿Qué tipo de conocimiento necesita ser visualizado?: define el contenido
3. ¿A quién está siendo dirigido?: define para quien
4. ¿Cuál es el mejor método para visualizar este conocimiento?: define el medio

Estas cuatro perspectivas definen el esqueleto conceptual (tabla 1), el cual permite estructurar el pensamiento según Burkhard (2005).

La dificultad en la utilización de este marco general es definir la combinación adecuada, bajo el objetivo planteado, cuál debe ser la representación visual que permite alcanzarlo. El reporte de investigación presentado por Presmeg (2005) el cual llevaba por nombre "Classroom aspects which influence use of visual imagery in high school mathematics". Este estudio se llevó a cabo durante tres años y su objetivo principal era entender mas acerca de las circunstancias que afectan la forma en que opera la visual de los alumnos y como los profesores facilitan o por el contrario obstruyen su desarrollo.

**Tabla 1**  
Marco general de visualización del conocimiento

Tipo de función	Tipo de conocimiento	Tipo de visualización
Coordinación	Qué saber: Declarativo	Individual Boceto
Atención	Cómo sabe: Procedimental	Grupal Diagrama
Recuerdo	Por qué saber: Experimental	Organizacional Imagen
Motivación	Dónde saber: Orientacional	Red Mapa
Elaboración	Quién sabe: Individual	Objeto
Nuevas ideas		Visualización interactiva
		Historia

Fuente: Marco general de visualización del conocimiento establecido por Burkhard.

Como consideración preliminar para contextualizar mejor el uso de la visualización del conocimiento se decidió definir previamente el enfoque de la temática a utilizar.

Consideraciones sobre el enfoque teórico

Por lo general cuando usamos tecnología en los procesos de enseñanza y aprendizaje nos enfocamos en la tecnología misma, sin embargo, el enfoque del contenido a desarrollar debe ser modificado y se convierte en uno de los factores determinantes en lograr los objetivos planteados con apoyo de tecnología. En este caso particular, el tema de derivadas tiene múltiples enfoques a lo largo de la historia. Algunos de estos enfoques responden al formalismo de la matemática moderna, a la evolución histórica del concepto de deriva y otros orientados más al aprendizaje de los estudiantes. Por lo que para potenciar el uso de de la visualización del conocimiento en el tema de derivada se utilizó un enfoque en el cual el se construye el concepto de derivada a partir del concepto de razón de cambio, este coincide con el desarrollo histórico de la derivada y que en principio representa una evolución natural para el aprendizaje de los estudiantes, además se trabaja particularmente en la resolución de problemas.

Al final el enfoque se caracteriza por el desarrollo conceptual (la razón de cambio)mas que algorítmico, se tratan problemas con razones de cambio promedio constante en contextos distintos, problemas con razones de cambio variable, se analiza tanto el crecimiento acelerado, como el desacelerado, y el decrecimiento acelerado y desacelerado de distintas magnitudes. El análisis se continua con problemas que involucran razones de cambio puntal. Todo este enfoque se plasmó en un material teórico práctico que fue adaptado y modificado de un documento base<sup>2</sup>.

### **Metodología**

La elección de esta temática recae en la riqueza que esta presenta para usar representaciones visuales, por el uso frecuente de gráficas y por la gran cantidad de aplicaciones que se pueden considerar. El desarrollo de este tema se prolonga por cuatro semanas, sin embargo en este artículo tratamos únicamente el abordaje en la primera semana del tema razón de cambio promedio constante orientado hacia problemas de movimiento rectilíneo uniforme. En la siguiente tabla se muestra el cronograma de la temática desarrollada.

Tabla 2  
Cronograma temático correspondiente al tema de derivada, primer semana

Semana	Contenido	Actividades específicas	Conceptos	Esquema de representación

---

<sup>2</sup>Salinas, P., Alanís, J., Pulido, R., Santos, F., Escobedo, J., & Garza, L. (2001) Elementos de Cálculo: Reconstrucción para el aprendizaje y su enseñanza.: grupo Editorial Iberoamericana

Semana	Contenido	Actividades específicas	Conceptos	Esquema de representación
#1	Razón de cambio promedio constante	1.Movimiento rectilíneo uniforme 2.Problema de temperatura 3.Problemas varios Generalización con el modelo lineal	1. Razón de cambio constante 2.Incremento 3.Movimiento rectilíneo uniforme 1.Modelo lineal 2.Constante de proporcionalidad 3.Pendiente 4.Monotonía del modelo lineal	1.Tablas 2.Algebraico 3.Gráfico 1.Algebraico 2.Gráfico

Fuente: proyecto de visualización del conocimiento.

### **Materiales y métodos**

Tomando como base el enfoque propuesto se define el marco general de visualización del conocimiento que permita apoyar esta semana de trabajo. La tabla 2 muestra el marco general que se utilizó.

Tabla 3

Marco general de visualización del conocimiento para el tema de derivada, primer semana	Tema	Funcional	Conocimiento	Audiencia Visualización
Recurso_1	Razón de cambio promedio constante	Coordinación	Declarativo	Grupal Animación
Recurso_2		Atención		
Recurso_3		Motivación	Declarativo	Grupal Presentación animada
		Atención		
Recurso_4		Recuerdo	Procedimental	Grupal Animación
		Coordinación		
Recurso_5		Atención	Procedimental	Grupal Presentación animada
		Atención		
		Motivación	Declarativo	
		Nuevas ideas		
Recurso_5	Atención	Experimental	Grupal Simulación	
	Motivación			
	Nuevas ideas	Conceptual		

Para llevar a cabo esta intervención en forma sistematizada se requieren disponer de los siguientes componentes:

Material de apoyo. En cuanto al material de apoyo nos referimos principalmente a la teoría relacionada al tema de derivadas y los trabajos tanto intra-clase como extra-clase que sirven de apoyo a las actividades de clase. Este material fue cuidadosamente elaborado, siguiendo las características más importantes en la visualización de la información, con el objetivo de eliminar la carga cognitiva al estudiante, es decir, el material debe ser preparado para el “consumo humano”. Se busca claridad en el material, manteniendo la jerarquía en la información, gráficos precisos y

bajo los mismos estándares de tal forma que haya visión global y detalle a la vez. Al final pretendemos que cada elemento en el material permita comunicar la información adecuada en forma precisa.

Elementos de la visualización del conocimiento. Los elementos utilizados fueron previamente definidos en el marco general de visualización (Tabla 3) y cuidadosamente desarrollados.

Por ejemplo, solo para enfocar uno de los problemas relacionados con la razón de cambio promedio constante se trabajaron entre otros lo siguiente:

Animación:

En esta animación se modela el siguiente problema: Un automóvil transita por una carretera recta. El automóvil viaja con una velocidad constante de  $50$  metros/segundo. Vamos a suponer que en el momento que se empieza a medir el tiempo ( $t = 0$ ), el automóvil se encuentra a  $20$  metros de un punto de referencia como muestra la figura 1

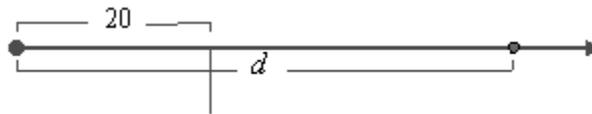


Figura 1: Esquema sobre la situación planteada

En este caso  $t$  representa el tiempo transcurrido y  $d$  la posición del vehículo correspondiente al tiempo  $t$ .

En la animación, el vehículo ha sido representado por una motocicleta, su punto de partida es a  $20m$  de un punto de referencia que en este caso corresponde al tiempo  $t = 0$ .

En el reloj, un ciclo completo representa una unidad de tiempo que en este caso corresponde a un segundo, el cual se indicará por medio de un sonido.

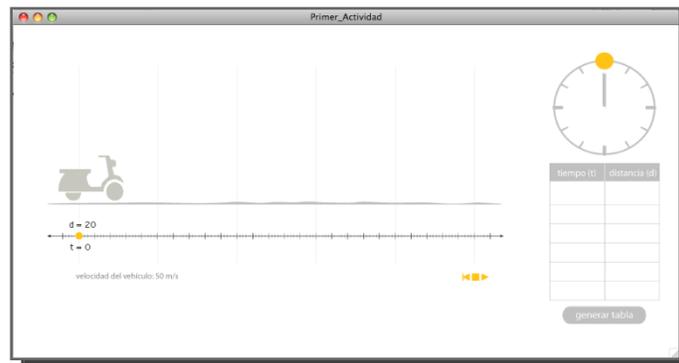


Figura 2: Estado inicial de animación

Al final en la animación se establece una correspondencia entre el tiempo transcurrido y la distancia recorrida, generando una tabla de valores como se ve a continuación(figura 3).

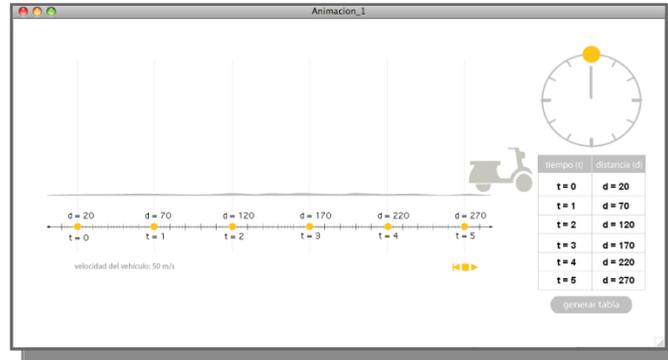


Figura 3: Estado final de animación

Con esta animación se pretende conceptualizar el problema, estableciendo la relación entre las dos magnitudes; distancia y tiempo. Además se busca obtener la relación como pares ordenados, que en este caso, son puestos en una tabla de valores.

Posterior a la animación el profesor retoma algunos resultado y trabaja con una presentación animada, seguidamente se hace una breve descripción de la presentación.

Presentación:

Dentro de esta presentación las primeras cuatro diapositivas hacen referencia tanto al problema planteado como a los resultados obtenidos en las animaciones previas, la quinta diapositiva se muestra en la figura 4:

Resumen de información					
Tabla 1		Tabla 2		Tabla 3	
$t$ (en segundos)	$d$ (en metros)	$t$ (en segundos)	$d$ (en metros)	$t$ (en segundos)	$d$ (en metros)
0	20	0	20	0	20
1	70	0.5	45	0.25	32.5
2	120	1	70	0.5	45
3	170	1.5	95	1	70
4	220	2	120	1.25	82.5
5	270	2.5	145	1.5	95

Figura 4: Diapositiva 5 de presentación 1

Con estas tablas de valores (figura 4) se trata de puntualizar en el hecho de que sin importar el intervalo que se elija, la razón de cambio siempre se mantiene constante.

Las siguientes tres diapositivas permitirán calcular la razón de cambio en los datos que se resaltan en la diapositiva anterior, por ejemplo para la tabla 1 (figura 4) en el intervalo de tiempo  $[2, 4]$  se calculará

$$\frac{\text{cambio en la posición}}{\text{cambio en el tiempo}} = \frac{220 - 120}{4 - 2} = \frac{100}{2} = 50 \text{ m/s}$$

Por último se presentan algunas conclusiones que puntualizan tanto en el concepto de razón de cambio, que en este caso es constante y que esta razón de cambio es denominada; velocidad media. Además se realiza una construcción gráfica a partir de como varía  $d$  ( $\Delta d$ ) por un incremento fijo en  $t$  ( $\Delta t$ ) figura(5)

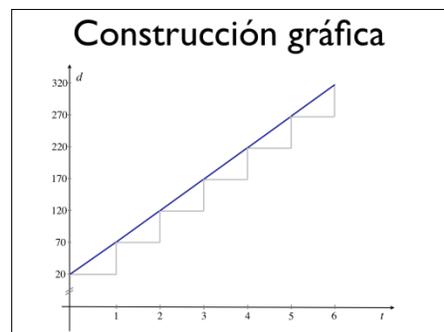


Figura 5: Diapositiva 10 de presentación

En el proceso de generalización y el establecimiento de un modelo que permita ajustarse a la situación planteada se trabaja una animación más, en la cual se establece una relación entre el contexto de tablas, el contexto gráfico y el contexto analítico.

Animación:

En esta animación lo que se busca es la representación de datos en contextos distintos, es decir permitirá ver los datos en tres niveles distintos de representación, el de los datos en la tabla, el algebraico y el gráfico. Además la animación pretende establecer esa transición de una manera delicada en estos distintos niveles de representación.

Los datos son representados en un sistema de coordenadas rectangulares (enfatar en el concepto de coordenadas rectangulares ) y se busca, como se mencionó, la transición de los datos de la tabla a su representación gráfica y a la forma algebraica. La figura 6 muestra esta aplicación:

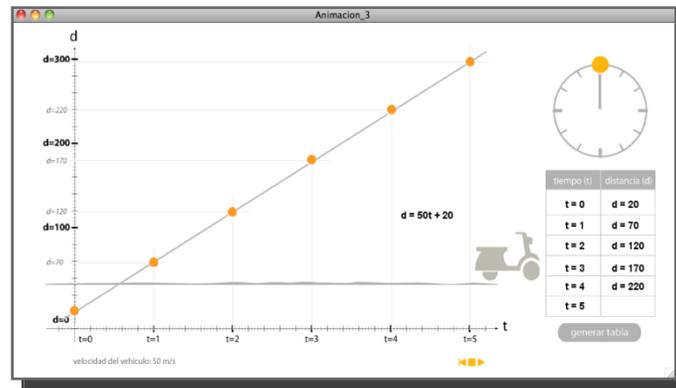


Figura 6: Estado final de la animación

En esta animación se agrega un eje vertical, que permite establecer la correspondencia entre el tiempo transcurrido y la distancia recorrida como un par ordenado cuya representación es un punto en el sistema de coordenadas rectangulares.

La idea es enfatizar en el patrón de los pares ordenados representados y en el caso de que se tomen en cuenta incrementos de tiempo más pequeños, deducir gráficamente una curva que modele la situación planteada.

Posterior a la generalización por parte del profesor, se utiliza una simulación la cual permite visualizar la gráfica que se ajusta al modelo planteado, pero además permite manipular tanto la razón de cambio como la condición inicial del problema.

Simulación:

En este caso se plantea una simulación que presenta información relevante de la situación planteada en el problema de introducción como muestra la figura 7.

En esta simulación se presenta la representación gráfica del movimiento rectilíneo uniforme.

En este caso podemos observar que para el análisis del problema planeado se desarrollaron cinco recursos con objetivos distintos pero con un fin común el de modelar la situación planteada en distintos contextos y dar un tratamiento especial a la razón de cambio.

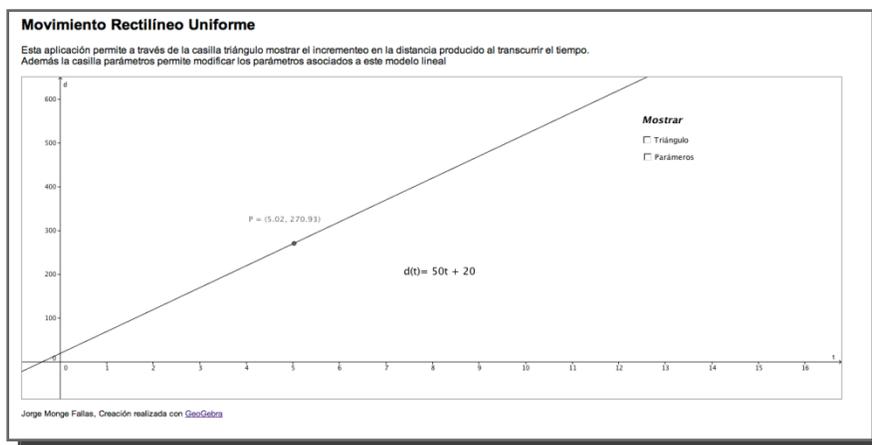


Figura 7: Estado inicial de simulación 1

Cada uno de los recursos utilizados extiende su funcionalidad para explotar avances recientes en las tecnologías de multimedios, permiten el uso de unidades de interacción con posibilidades para rotar, acercar y manipular gráficos tanto bidimensionales como tridimensionales de alta calidad y dar retroalimentación sonora y gráfica en forma inmediata en la medida de lo posible.

Una característica muy importante de estas representaciones visuales utilizadas, en particular, es que son una excelente alternativa para representar al mismo tiempo información detallada y contextual, lo cual permite que el acceso al conocimiento y su comprensión se de en un contexto de descubrimiento, no solo del detalle sino de las múltiples relaciones entre las partes, fundamental en la búsqueda de un aprendizaje significativo. Esta visualización del todo y las partes al mismo tiempo, y su potencial educativo, representa una gran oportunidad para incorporar la visualización del conocimiento en la enseñanza de la matemática.

En el diseño y desarrollo de cada uno de los elementos presentes en la animación por ejemplo, se busca que cada uno de estos elementos comuniquen información de una forma ágil y cómoda con el fin de alcanzar los objetivos propuestos.

Cada una de las animaciones apunta a mejorar en alguna medida la intuición, la comprensibilidad y aprendibilidad por parte del estudiante en función de la situación planteada. La idea fundamental es sacar provecho de esta capacidad innata de procesar representaciones visuales y trasladar buena parte de la carga cognitiva necesaria para entender una situación problemática planteada a la parte intuitiva de la percepción mejorando así la intuición en la modelación.

Recordemos que la generación, administración y visualización del conocimiento por parte de educadores y estudiantes conforman la columna vertebral de los procesos de aprendizaje

colaborativo.

Protocolo de clase. El protocolo de clase es la guía que orienta el desarrollo de la clase en función de la visualización del conocimiento. Esta guía sistematiza en la medida de lo posible el desarrollo teórico en cada una de las clases, integrando en los momentos adecuados los elementos de la visualización del conocimiento.

Además de programar cronológicamente cada una de las actividades, se le brinda una guía sobre cada uno de los elementos de visualización utilizados con el fin de potenciar su uso y transferir el conocimiento deseado.

#### Procedimiento

A los profesores involucrados en utilizar esta metodología antes de iniciar el tema de derivadas, se le da una carpeta que contienen; la teoría a desarrollar bajo el enfoque establecido, los ejercicios de apoyo, los trabajos tanto intra-clase como extra-clase, el protocolo de la clase. Todo esto separado por semana de ejecución. Además se les da material digital asociado a las representaciones visuales que utilizarán en la clase y los “banner” de imágenes que estarán en forma permanente en la clase durante el periodo que dura la intervención.

Todo lo que el profesor debe hacer en esas cuatro semanas está establecido en el protocolo de clase. Al finalizar las cuatro semanas se le aplica a los cuatro grupos los dos instrumentos de evaluación.

#### **Conclusiones y Recomendaciones**

Conclusiones importantes:

- La percepción de las actividades realizadas en clase son percibidas levemente positivas en el grupo en el que se realiza la intervención.
- El docente debe tener un dominio de los tipos de visualización y lo más importante estar convencido sobre el aporte que las representaciones visuales pueden ofrecer como apoyo a la enseñanza de la matemática.
- La visualización del conocimiento no debe de considerarse aislada del enfoque teórico que se utilice para abordar una temática específica.
- El enfoque teórico que se utilice en el desarrollo del tema de derivada puede significar un punto de partida positivo en la búsqueda de alcanzar un aprendizaje significativo por parte

de los y las estudiantes.

- Uno de los factores que pueden contribuir al éxito al usar tecnología como apoyo para la enseñanza y aprendizaje de la matemática, es que el profesor realmente crea que puede lograr diferencias con ella.
- El uso de tecnologías puede permitir alcanzar otros objetivos distintos al de rendimiento como es; la motivación, mejorar la memoria, mejorar el trabajo colaborativo y la generación de nuevas ideas.

Recomendaciones:

- Establecer condiciones adecuadas en cuanto al manejo de equipo tecnológico y el uso de las imágenes.
- Establecer algunas actividades que sean desarrolladas por los estudiantes en un laboratorio o como actividades extra.

Limitaciones:

- Aunque hay un protocolo de clase que le indica al profesor el uso de las representaciones visuales, el desconocimiento de su potencial va en detrimento de su aprovechamiento.
- Las condiciones de un espacio físico adecuado para el manejo de equipo y uso eficiente de las imágenes.
- La dificultad para definir instrumentos de evaluación que permitan verificar si un estudiante comprendió y aprehendió un concepto matemático particular.

## **Referencias**

Burkhard, R. (2002). Learning from Architects Difference between Knowledge Visualization and Information Visualization . Proceeding of the Eighth Conference on Information Visualisation: IEEE, pp. 519-524. Obtenido el 7 de septiembre del 2007 de la base de datos IEEE Xplorer.

Burkhard, R. (2005). Knowledge Visualization. A dissertation submitted to the Swiss Federal Institute of Technology Zurich for the degree of Doctor of Sciences. Obtenido el 7 de Septiembre del 2007, de [http://www.ia.arch.ethz.ch/files/publications/remo\\_burkhard/2005\\_burkhard\\_knowledge](http://www.ia.arch.ethz.ch/files/publications/remo_burkhard/2005_burkhard_knowledge)

[visualization dissertation remo burkhard.pdf](#)

Burkhard, R & Meier, M. (2005). Tube Map Visualization: Evaluation of a Novel Knowledge Visualization Application for the Transfer of Knowledge in Long-Term Projects. *Journal of Universal Computer Science*, vol. 11, no 4. Obtenido el 7 de septiembre del 2007 de <http://www.knowledgemia.org/modules/pub/download.php?id=knowledgemia-66>

Duval, R. (1999). Representation, Vision and Visualization: Cognitive Functions in Mathematical Thinking. Basic Issues for Learning. Proceeding of the Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education. Obtenido el 7 de octubre del 2007, de <http://pat-thompson.net/PDFversions/1999Duval.pdf>

Eppler, M & Burkhard, R. (2004). Knowledge Visualization: Towards a New Discipline and its Fields of Application. Obtenido el 11 de abril del 2008, de <http://www.bul.unisi.ch/cerca/bul/publicazioni/com/pdf/wpca0402.pdf>

Figueras, O. (2005). Atrapados en la explosión del uso de tecnologías de la información y la comunicación. Departamento de Matemática Educativa, México. Nuevo Simposio de la Sociedad Española de Educación Matemática SEIEM. Obtenido el 6 de Junio del 2007, de <http://www.ugr.es/local/seiem>

Lazotti, L.(1982). Comunicación Visual y Escuela. Editorial Gustavo Gill.: México. Version castellano.

Orton, A.(1993). Student's understanding of differentiation. *Educational Studies in Mathematics* 14(3), 235-250.

Presmeg, N. (2005). Research on Visualization in Learning and Teaching Mathematics. Emergence from psychology. Obtenido el 10 de abril del 2008, de <http://merg.umassd.edu/projects/symcog/bibliography/pmeVisualizationFinalAPA.pdf>

Salinas, P., Alanís, J., Pulido, R., Santos, F., Escobedo, J., & Garza, L.(2001). Elementos de Cálculo: Reconstrucción para el aprendizaje y su enseñanza.: grupo Editorial Iberoamericana.

Zandienth, M.(2000). A Theoretical Framework for analyzing student understanding of the concept of derivate. In E Dubisnky, A Shoenfeld & J Kaput(Eds.), *Research in Collegiate Mathematic Education*. IV CBMS Issues in Mathematics Education(volume 8, pp 103-127). Providence, USA: American Mathematical Society.