

Examen de acreditación de competencias

Instrucciones: Esta es una prueba de desarrollo, por lo tanto, debe presentar todos los pasos y procedimientos que le permitieron obtener cada una de las respuestas. Trabaje en forma clara y ordenada. Utilice bolígrafo para resolver el examen. No son procedentes las apelaciones que se realicen sobre respuestas que no sean claras y legibles, o escritas con lápiz. No se permite el uso de dispositivos electrónicos, salvo calculadora no programable. No se permite ningún material adicional a los mencionados. No se permite el intercambio de materiales durante la prueba.

Atención: Si su carrera es Administración de Empresas, resuelva solo las partes A y B.

Si su carrera **NO** es Administración de Empresas, resuelva solo las partes A y C.

Parte A: resuelva los ejercicios del 1 al 4. **TODOS.**

1. La Municipalidad quiere construir un pequeño jardín rectangular pegado a una pared. Disponen de 20 metros de cerca para los otros tres lados. Considere x correspondiente a la cantidad de metros del ancho del jardín, y el área, en metros cuadrados, de este jardín se puede calcular en función de x , de la siguiente manera:

$$A(x) = x(20 - 2x) = 20x - 2x^2.$$

- (a) **[3 puntos]** ¿Cuál debe ser el ancho del jardín para que el área sea máxima? ¿Cuál es dicha área máxima?
- (b) **[2 puntos]** Si se quiere un área de 32 metros cuadrados, ¿cuál es el ancho del jardín?

2. **[5 puntos]** Determine el dominio máximo real para:

$$f(x) = \frac{\sqrt{3x-2}}{\sqrt[3]{x^2-9}} - \frac{x+11}{\sqrt{7-2x}}.$$

3. **[5 puntos]** Cuando una persona asiste a un concierto, la intensidad real del sonido I que recibe es muy difícil de interpretar directamente, por lo que se usa la escala logarítmica de decibeles:

$$L = 10 \log \left(\frac{I}{I_0} \right),$$

donde L es el nivel de ruido en decibeles (dB), I es la intensidad del sonido en W/m^2 , y $I_0 = 10^{-12} W/m^2$ es la intensidad mínima audible por el ser humano. Una organización de salud estudia si ciertos conciertos superan niveles seguros para el oído. Si los expertos recomiendan usar protección auditiva a partir de 85 dB, ¿cuál es la intensidad del sonido I a 85 dB?

4. Considere las funciones g y h , cuyos criterios son $g(x) = 3 - 2x$, y $h(x) = \sqrt{x+5}$.

- (a) **[2 puntos]** Si el dominio de la función h es $[-5, +\infty[$, ¿cuál es el dominio de h^{-1} ?
- (b) **[3 puntos]** Para cierta función f , se sabe que $(g \circ f)(x) = x^2$. Determine el criterio de f .
- (c) **[3 puntos]** Determine las intersecciones entre las gráficas de las funciones g y h , suponiendo que ambas tienen por dominio su dominio máximo real.
- (d) **[2 puntos]** Calcule $(h - g)(0) + \left(\frac{g}{h}\right)(20)$.

Parte B: resuelva los ejercicios del 5 al 7. **SOLO ADMINISTRACIÓN.**

5. [3 puntos] Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 6 & 1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} -1 \\ -7 \end{pmatrix}$. Evalúe $6C - A \cdot B$.

6. [5 puntos] Simplifique la siguiente expresión algebraica:

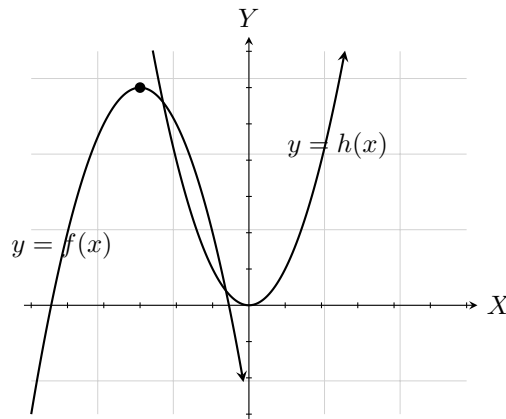
$$\frac{x^2}{x^2 - 5x + 6} - \frac{1}{x - 3} - \frac{2x}{(x - 3)(x - 2)}.$$

7. [5 puntos] Determine el conjunto solución de la siguiente desigualdad:

$$\frac{x^2 - x - 2}{4x - x^2 - 4} > 0.$$

Parte C: resuelva los ejercicios del 8 al 10. **NO ADMINISTRACIÓN.**

8. [3 puntos] En la imagen se muestra la gráfica de la función $h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, con $h(x) = x^2$ y la gráfica de la función f que se obtiene a partir de la de h mediante transformaciones. Determine el criterio de f y explique qué transformaciones aplicó.



9. [5 puntos] Considere la función $g : \mathbb{R} - \{2\} \rightarrow \mathbb{R}$. Determine el mayor subconjunto del dominio donde g es negativa, si se sabe que:

$$g(x) = \frac{x^2 - x - 2}{4x - x^2 - 4}.$$

10. [5 puntos] Una torre de 125 metros de altura se encuentra sobre una base de concreto en la orilla de un río, como se muestra en la siguiente figura. Desde lo alto de la torre, el ángulo de depresión a un punto en la orilla opuesta es de 42° y desde la base de la torre el ángulo de depresión al mismo punto es de $13,3^\circ$. Hallar la medida del ancho del río y la medida de la altura de la base donde descansa la torre.

