



## *Segundo Examen Parcial Cálculo*

17 DE JUNIO DE 2017

DURACIÓN: 3 HORAS  
PUNTAJE: 55 PUNTOS

### **Instrucciones Generales:**

1. Lea cuidadosamente cada instrucción y pregunta antes de contestar.
2. Esta es una prueba de desarrollo, por lo que deben aparecer, de manera clara y ordenada, todos los procedimientos que justifiquen correctamente la solución y la respuesta de cada uno de los ítems.
3. Escriba con bolígrafo de tinta indeleble azul o negra. No proceden reclamos sobre pruebas escritas con lápiz o que presenten alguna alteración.
4. No se permite el uso de celulares.
5. Si algún procedimiento está desordenado, no se calificará.
6. La calculadora que puede utilizar es aquella que contiene solo las operaciones básicas.
7. La prueba debe resolverse individualmente.

Nombre: \_\_\_\_\_ Código: \_\_\_\_\_

Colegio: \_\_\_\_\_

1. Sea  $f$  una función cuyo criterio es  $f(x) = (x - a)(x - b)(x - c)$  ;  $a, b, c \in \mathbb{R}$ .

Verifique, usando derivación logarítmica, que  $f'(x) = (x - b)(x - c) + (x - a)(x - c) + (x - a)(x - b)$

4 puntos

2. Calcule la primera derivada de la función implícita  $\arctan\left(\frac{y}{x}\right) = \frac{\ln(x^2 + y^2)}{2}$

6 puntos

3. Considere la función  $g$  definida por  $g(x) = 1 - x^{\frac{2}{3}}$  en  $[-1, 1]$

a) Compruebe que  $g(-1)=g(1)=0$  y  $g'(x) \neq 0$  para  $x \in [-1, 1]$

2 puntos

b) Explique por qué no se contradice el Teorema de Rolle y realice un esbozo de la gráfica de  $g$  en el intervalo  $[-1, 1]$

3 puntos

4. Explique cuál es el error al aplicar la Regla de L'Hôpital en el siguiente límite:

3 puntos

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^{-x}}{1 + e^{-x}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-e^{-x}}{-e^{-x}} = \lim_{x \rightarrow \infty} 1 = 1$$

5. Calcule, usando la Regla de L'Hôpital, el límite  $\lim_{k \rightarrow -\infty} \left[ k^2 - k^2 \cos \left( \frac{1}{k} \right) \right]$

7 puntos

6. Resuelva los siguientes problemas

- a) Hallar el área del mayor rectángulo que puede inscribirse en un triángulo rectángulo cuyos lados miden  $5\text{ cm}$ ,  $12\text{ cm}$  y  $13\text{ cm}$ , respectivamente, si dos lados del rectángulo están sobre los catetos y uno de sus vértices en la hipotenusa. 5 puntos

- b) Una cámara de televisión sigue desde el suelo el despegue vertical de un cohete, que se produce de acuerdo con la ecuación  $p = 50q^2$ , con  $p$  en pies y  $q$  en segundos. La cámara está a 2000 pies del lugar de despegue. Hallar la razón de cambio del ángulo de elevación de la cámara 10 segundos después del despegue. 5 puntos



7. Considere la función  $f$  definida por  $h(x) = \frac{x}{\sqrt[3]{x^2 - 1}}$ ; donde

$$h'(x) = \frac{x^2 - 3}{3\sqrt[3]{(x^2 - 1)^4}} \text{ y } h''(x) = \frac{2x(9 - x^2)}{9\sqrt[3]{(x^2 - 1)^7}}$$

a) Determine:

- |  |          |
|--|----------|
| 1) Puntos de intersección con los ejes coordenadas       | 1 punto  |
| 2) Puntos máximos y mínimos relativos y monotonía de $f$ | 5 puntos |
| 3) Puntos de inflexión e intervalos de concavidad de $f$ | 5 puntos |
| 4) Ecuaciones de las asíntotas                           | 4 puntos |
| 5) Cuadro de variación                                   | 2 puntos |

b) Trace la gráfica de  $f$  3 puntos