



TERCER EXAMEN PARCIAL

CÁLCULO

31 de agosto de 2016

INSTRUCCIONES GENERALES:

- Lea cuidadosamente, cada instrucción y pregunta, antes de contestar.
- Utilice únicamente bolígrafo de tinta azul o negra indeleble para resolver este examen.
- Trabaje con el mayor orden y aseo posible. Si alguna **respuesta o procedimiento** está **desordenado, este no se calificará.**
- Recuerde que sólo puede utilizar calculadora que únicamente efectúe las operaciones básicas. No se permite el uso de calculadora científica.
- La prueba debe resolverse individualmente.
- **Esta es una prueba de desarrollo, por lo tanto debe escribir en su cuaderno de examen todo el procedimiento que justifique su respuesta.**
- La prueba consta de 45 puntos.
- **El tiempo máximo disponible para resolver la prueba es de tres horas.**

Nombre del estudiante: _____

Nombre del colegio: _____

Código: _____

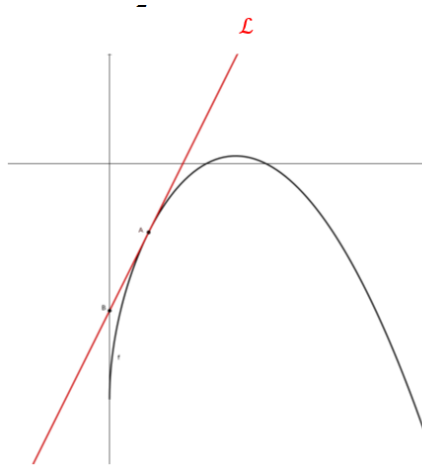
1. Sea F una función, tal que $F(x) = \int_{\frac{1}{x}}^x \frac{1}{1+t^4} dt$, $x \geq 1$. Con base en la información:

(2, 3 puntos respectivamente)

(a) Calcule $F(1)$

(b) Verifique que $F'(x) = \frac{x^2 + 1}{x^4 + 1}$

2. Considere los puntos $A = \left(\frac{1}{4}, \frac{-7}{16}\right)$, $B = \left(0, \frac{-15}{16}\right)$ y la función f , cuya gráfica es tangente a la recta \mathcal{L} en A y $f''(x) = \frac{-1}{2}x^2 - 2$.



Con base en la información determine $f(x)$.

(8 puntos)

3. Si p es una constante, tal que $p > 1$, considere las parábolas definidas por $y^2 = 2px$ y $x^2 = 2py$: (3 y 6 puntos respectivamente)

(a) Represente la región comprendida entre las parábolas.

(b) Demuestre que el área de la región comprendida entre las parábolas es $\frac{4p^2}{3}$

4. Utilice sumas de Riemann para calcular $\int_1^3 (2 + x^2) dx$

(7 puntos)

5. Calcule las siguientes integrales:

(5, 5 y 6 puntos respectivamente)

(a) $\int \frac{1}{\sqrt{x}(1+4\sqrt{x})} dx$

(b) $\int x^{-2} \sin\left(\frac{1}{x} + \pi\right) \cos^2\left(\frac{1}{x} + \pi\right) dx$

(c) $\int \frac{x^2}{\sqrt[3]{x+3}} dx$