

**Proyecto Matemática para la Enseñanza Media
MATEM - TEC 2024
Orientaciones para docentes - Precálculo**

La Escuela de Matemática del Instituto Tecnológico de Costa Rica (TEC) le da la bienvenida al Proyecto Matemática en la Enseñanza Media (MATEM - TEC) durante el curso lectivo 2024. En este documento se le brinda la orientación general para el trabajo con los estudiantes en el programa anual del curso Precálculo (Matemática General). El proyecto MATEM es uno de los esfuerzos de las universidades estatales, en este caso del TEC, de mejorar el vínculo entre la educación secundaria y la educación superior.

Durante el ciclo diversificado se espera que los estudiantes vayan definiendo diferentes aspectos que serán trascendentales en su futura vida académica y profesional. En los años previos de estudio, algunos de ellos habrán identificado cierta habilidad y afinidad hacia el estudio de la Matemática y probablemente tengan interés en recibir una formación más sólida en esta asignatura que la contemplada los programas de estudio del Ministerio de Educación Pública (MEP).

El proyecto MATEM - TEC ofrece la oportunidad a estos estudiantes de realizar el curso Precálculo, de modo que puedan estudiar contenidos de décimo y undécimo del programa de estudios del MEP (excepto el área de probabilidad y estadística), además de otros conceptos importantes del precálculo (principalmente temas adicionales de álgebra y funciones trigonométricas) y logren una mejor preparación para enfrentarse a cualquier curso de Cálculo Diferencial e Integral.

Se pretende que con este trabajo adicional, los estudiantes desarrollarán una serie de destrezas y habilidades relacionadas con el razonamiento lógico y la solución de problemas, importantes tanto para el aprendizaje de la Matemática como para el estudio en general, las cuales representarán una útil herramienta tanto en su educación secundaria como en el momento en que sean estudiantes universitarios.

Cada profesor será la vía de comunicación entre la coordinación de MATEM - TEC y los estudiantes, por lo cual la comunicación con el encargado del curso en el TEC es fundamental, principalmente vía correo electrónico.

Coordinadores

Durante el año 2024 la coordinación del Proyecto MATEM- TEC estará a cargo de los siguientes profesores:

Nombre	Correo Electrónico	Funciones
MSc. Lourdes Quesada	loquesada@itcr.ac.cr	Cálculo Calendario Nacional
MSc. Paulo García	pgarcia@itcr.ac.cr	Precálculo Calendario Nacional Precálculo Calendario Internacional
Dr. Geovanni Figueroa	gfigueroa@itcr.ac.cr	Cálculo Calendario Internacional
MSc. Natalia Rodríguez	matemtec@itcr.ac.cr	Coordinación General

Si tiene alguna consulta la puede realizar vía correo electrónico (matemtec@itcr.ac.cr), por teléfono o bien solicitar una cita para ser atendido personalmente.

Periodo de Inscripción

Los colegios podrán inscribir a sus estudiantes en el periodo comprendido del 1 de febrero al 8 de marzo. Las indicaciones para realizar la inscripción están en el documento denominado *Proceso de inscripción MATEM - TEC 2024*.

Previo a cada parcial, se les enviará la información correspondiente vía correo electrónico. De ser necesario se programará una reunión presencial o alguna comunicación vía telefónica.

Evaluación

Cada colegio participante decide la forma en que impartirá el curso a sus estudiantes, así como la forma en que organice la evaluación para los fines internos de la institución. La coordinación de MATEM - TEC será la encargada de realizar la evaluación con miras al reconocimiento del curso en las Universidades miembros del Consejo Nacional de Rectores (CONARE). Cada uno de los exámenes será elaborado y calificado por los coordinadores del Proyecto. La promoción se registrará por los aspectos que se detallan a continuación.

1. Se efectuarán cuatro exámenes parciales.

Parcial	Valor	Fecha
1	25%	Sábado 20 de abril de 2024, 8:00 a.m.
2	25%	Sábado 15 de junio de 2024, 8:00 a.m.
3	25%	Sábado 7 de setiembre de 2024, 8:00 a.m.
4	25%	Sábado 2 de noviembre de 2024, 8:00 a.m.

2. Con el fin de brindar una mayor orientación a los docentes sobre contenidos que se evaluarán en cada parcial, se realizará una reunión virtual por parcial. Las fechas tentativas (se confirmará la fecha una semana antes de cada reunión) para las reuniones son las siguientes:

- Reunión 1: martes 19 de marzo, 5:30pm
- Reunión 2: martes 30 de abril, 5:30pm
- Reunión 3: martes 25 de junio, 5:30pm
- Reunión 4: martes 17 de setiembre, 5:30pm

3. Para aprobar el curso, el estudiante debe cumplir con las siguientes condiciones:

- (a) Al redondear al múltiplo de cinco más cercano el promedio ponderado de las calificaciones obtenidas en las pruebas, debe obtener una nota mayor o igual que 70. Ese promedio sería su nota final.
- (b) Obtener, en el último parcial que realice en este año, una nota mayor o igual a 50.
- (c) Haber realizado todos exámenes parciales que le corresponden.

4. Si al redondear al múltiplo de 5 más cercano el promedio ponderado de las notas obtenidas en el examen se obtiene 60 o 65, el estudiante tiene derecho a realizar una prueba de reposición. Si en esta prueba obtiene una nota mayor o igual a 70 entonces aprueba el curso con 70.

Otras observaciones

1. Es responsabilidad del profesor del colegio mantener estrecha comunicación con los coordinadores del proyecto.
2. Los estudiantes o padres de familia deben tramitar cualquier duda únicamente a través de sus profesores. Solamente se aceptarán reclamos o cualquier tipo de comunicación a través del docente respectivo.
3. Es responsabilidad del estudiante portar la cédula de identidad, Tarjeta de Identificación de Menores (TIM) o carné del colegio para efectuar las pruebas parciales. En caso de no portar la identificación no podrá realizar el examen y esta no será justificación para realizar un examen extraordinario del mismo.
4. En los exámenes se permitirá el uso de calculadora que realice solamente las operaciones básicas (no se permitirá el uso de ningún tipo de calculadora científica).
5. Los resultados de los exámenes se entregarán al profesor a más tardar diez días hábiles, después de su aplicación. Es responsabilidad del docente retirar las pruebas y hacerlas llegar a los estudiantes dentro de los plazos establecidos.
6. Las dudas sobre la corrección de los exámenes se recibirán con un máximo de 3 días naturales posteriores a la fecha en que se le entregara al profesor, siempre y cuando esto no sobrepase las tres semanas posteriores a la aplicación de la prueba.
7. Si algún estudiante con debida justificación faltara a un examen, el profesor deberá presentar la solicitud de un examen extraordinario, con un máximo de diez días naturales posteriores a la fecha en que se aplicó el examen al que el estudiante faltó.

Las razones que se consideran justificadas para faltar a una prueba de MATEM - TEC son las siguientes: la muerte de un pariente hasta de segundo grado, la enfermedad del estudiante u otra situación de fuerza mayor o caso fortuito (cuya valoración estará a cargo de la coordinación del proyecto). Además, se repone una prueba si el estudiante tiene una participación en un evento académico o deportivo el día del examen de MATEM - TEC, o bien, que por la ubicación de la sede del evento le sea imposible presentarse a la prueba.

En particular, NO se justifican ausencias a un examen por motivos de viaje ni por actividades programadas por la institución como por ejemplo bailes de graduación, convivencias u otros.

8. Las pruebas deben resolverse individualmente. A quien no lo haga de esa manera se le asignará un 0 como calificación del examen.

Bibliografía recomendada

Además del material digital que se le proporciona al hacer la inscripción, se pueden consultar diferentes libros de Precálculo como los que se incluyen en la bibliografía del mismo o los siguientes:

Astorga, A. y Rodríguez J. (2008). *Matemática Elemental*.

Ávila, J. (2003). *Álgebra y Trigonometría*. Editorial Tecnológica de Costa Rica.

Baldor, A. (1978). *Álgebra y Trigonometría*. Editorial Cultural Centroamericana S.A., Madrid.

Baldor, A (1978). *Álgebra*. Editorial Cultural Centroamericana S.A., Madrid.

Barnett, R. (1991). *Geometría*. Mc Graw-Hill, México.

Barnett, R; Raymond A. (1978). *Álgebra y Trigonometría*. McGraw-Hill, Colombia.

Britton, J y otros (1968). *Matemáticas Universitarias*. Tomo 1, Centro Regional de Ayuda Técnica, México.

Chavarría J; Rodríguez N y Gutiérrez M. (2023). *Fundamentos de matemática universitaria*.

Moise, E y Downs, F (1986). *Geometría Moderna*. Editorial Addison-Wesley, Estados Unidos.

Murillo, M. y otros (2000). *Matemática Básica con Aplicaciones*. Editorial EUNED. San José, Costa Rica.

Schmidt, S (2000). *Elementos de Geometría*. Taller de publicaciones del ITCR.

Swokowski, W. (1996). *Álgebra y Trigonometría con Geometría Analítica*. Grupo editorial Iberoamericano, México.

Swokowski, W. (1979). *Álgebra Universitaria*. Editorial CECSE, México.

Zill, D. (1992). *Álgebra y Trigonometría*. Editorial Mc Graw-Hill, Colombia.

Temarios

Los temas a evaluar en cada uno de los exámenes parciales son los que se muestran en las tablas adjuntas al final.

Cualquier otro aspecto que no se haya tomado en cuenta en este documento, será sometido a consideración por la coordinación del proyecto MATEM - TEC para su solución.

Atentamente:

MSc. Paulo García
Coordinador Precálculo

MSc. Natalia Rodríguez
Coordinadora General

PRIMER EXAMEN PARCIAL

Objetivos	Contenidos
Factorizar polinomios: agrupando, por inspección, por fórmulas notables, por fórmula general y aplicando el teorema del factor .	Métodos de factorización: factor común, agrupamiento, diferencia de cuadrados, inspección, fórmulas notables, fórmula general, teorema del factor (división sintética), métodos combinados.
Racionalizar el numerador o denominador de una expresión que contenga radicales.	Racionalización donde se utilice diferencia de cuadrados o suma y resta de cubos.
Realizar operaciones con expresiones algebraicas fraccionarias.	Restricciones de una fracción racional. Simplificación de fracciones algebraicas. Operaciones con dos o tres fracciones algebraicas: suma, resta, multiplicación, división y operaciones combinadas. Fracciones complejas
Reconocer identidades, la solución de una ecuación, el conjunto solución de una ecuación.	Ecuaciones. Ecuaciones literales.
Resolver sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas.	Sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas.
Resolver ecuaciones cuadráticas.	Ecuaciones cuadráticas con una incógnita.
Resolver ecuaciones polinomiales de grado mayor que 2 con una incógnita.	Ecuaciones polinomiales de grado mayor que 2 con una incógnita.
Resolver ecuaciones fraccionarias.	Ecuaciones con dos o tres expresiones fraccionarias. Restricciones
Resolver ecuaciones con radicales.	Ecuaciones con una expresión radical.
Resolver ecuaciones con un valor absoluto.	Ecuaciones con valor absoluto donde la variable está, únicamente, dentro del valor absoluto.
Resolver problemas que requieran ecuaciones o sistemas para su solución.	Problemas con ecuaciones lineales, cuadráticas y fraccionarias o sistemas de ecuaciones lineales.
Determinar la ecuación de una recta ubicada en el plano cartesiano.	Ecuación de una recta en el plano cartesiano. Pendiente. Rectas verticales.
Determinar la ecuación de una recta paralela o perpendicular a otra recta dada.	Rectas paralelas y perpendiculares en el plano cartesiano
Determinar la ecuación de una parábola dada. Determinar la cantidad de intersecciones de una parábola dada con cada eje.	Ecuación de una parábola con eje de simetría paralelo al eje de las ordenadas. Intersecciones con los ejes de una parábola.
Determinar la concavidad de una parábola a partir de la ecuación.	Concavidad de una parábola.
Aplicar los conceptos de eje de simetría y vértice de una parábola en la solución de problemas.	El eje de simetría y el vértice de una parábola.
Determinar la distancia entre dos puntos y las coordenadas del punto medio de un segmento.	Distancia entre dos puntos, punto medio de un segmento.
Determinar la ecuación de una circunferencia de centro y radio dado. Determinar el centro y el radio de una circunferencia de ecuación dada.	Ecuación de una circunferencia.

Objetivos	Contenidos
Determinar la posición relativa entre dos circunferencias o entre una circunferencia y una recta.	Circunferencias secantes, tangentes, interiores, exteriores y concéntricas. Rectas secantes, tangentes, exteriores a una circunferencia.
Aplicar los teoremas relativos a rectas tangentes a una circunferencia en la solución de problemas.	La recta tangente es perpendicular al radio en el punto de tangencia. Los segmentos tangentes a una circunferencia trazados desde un punto exterior son congruentes.

SEGUNDO EXAMEN PARCIAL

Objetivos	Contenidos
Resolver inecuaciones lineales con una incógnita.	Inecuaciones lineales.
Determinar el conjunto solución de una inecuación polinomial. Analizar un cuadro de signos para determinar el conjunto solución de una inecuación.	Inecuaciones cuadráticas. Inecuaciones polinomiales de grado mayor que 2.
Determinar el conjunto solución de una inecuación con expresiones fraccionarias racionales.	Inecuaciones con máximo dos expresiones fraccionarias racionales.
Resolver inecuaciones con un valor absoluto.	Inecuaciones con valor absoluto de un polinomio lineal donde la variable se encuentra, únicamente, dentro del valor absoluto.
Interpretar el concepto de variable dependiente y de variable independiente. Determinar si una relación dada, en alguna de sus representaciones, es función. Interpretar hechos y fenómenos cotidianos mediante funciones, cuyo criterio está modelado por expresiones algebraicas sencillas. Identificar el dominio, codominio, preimágenes, imágenes y ámbito de funciones en alguna de sus representaciones.	Conceptos de relación, función, variable dependiente, variable independiente, criterio, dominio, codominio, rango y gráfica de una función. Representaciones de relaciones y funciones: gráfica, gráfico, diagrama de Venn, tabla y algebraica.
Relaciones que se establecen entre conjuntos numéricos, cuyo criterio está formulado mediante expresiones algebraicas. Calcular imágenes y preimágenes de una función dada.	Conceptos de imagen y preimagen. Notaciones.
Determinar los pares ordenados correspondientes a los puntos de intersección de la gráfica de una función dada con los ejes.	Intersección de la gráfica de una función con los ejes coordenados.
Obtener la gráfica de una función dada a partir del criterio, ya sea mediante una tabla de valores, o bien, trasladando o reflejando la gráfica de una función conocida. Construir la gráfica de una función que cumpla con ciertas condiciones dadas.	Gráfica de una función. Función por partes.
Aplicar las definiciones de función creciente, estrictamente creciente, decreciente, estrictamente decreciente y constante para determinar los intervalos de monotonía.	Función creciente, decreciente, estrictamente creciente, estrictamente decreciente y constante. Intervalos donde una función es creciente, decreciente, estrictamente creciente, estrictamente decreciente y constante.
Determinar información de una función a partir de su gráfica.	Imagen o preimagen de un número dado, dominio, rango, intersecciones con los ejes, signo, monotonía, resolución de inecuaciones.
Determinar el dominio máximo de una función dado su criterio.	Dominio máximo de funciones cuyo criterio se enuncia con expresiones algebraicas.

Objetivos	Contenidos
Aplicar las definiciones respectivas para determinar si una función es inyectiva, sobreyectiva o biyectiva, a partir de alguna de sus representaciones.	Funciones inyectivas, sobreyectivas, biyectivas.
Resolver operaciones con funciones dadas en alguna de sus representaciones. Determinar el dominio de la función resultante al aplicar operaciones con funciones.	Operaciones con funciones: suma, resta, multiplicación, división y composición de funciones.
Determinar el dominio, ámbito, la gráfica o criterio de una función a partir de su inversa. Verificar si una función dada posee inversa.	Función inversa.
Resolver problemas que involucren conceptos relacionados con la función lineal.	Concepto de función lineal. Gráfica de una función lineal. Problemas de aplicación. Dominio y rango de una función lineal. Cortes con los ejes. Monotonía.
Resolver problemas que involucren conceptos relacionados con función cuadrática.	Definición de función cuadrática, ámbito, intervalos de monotonía. Problemas de aplicación. Dominio, cortes con los ejes.

TERCER EXAMEN PARCIAL

Objetivos	Contenidos
<p>Caracterizar las funciones exponenciales de acuerdo con su criterio y su representación gráfica.</p>	<p>Definición de función exponencial. Gráfica de una función exponencial. Características de la función exponencial: dominio máximo, ámbito, asíntota, intersecciones con los ejes, signo, monotonía.</p>
<p>Caracterizar las funciones logarítmicas de acuerdo con su criterio y su representación gráfica.</p>	<p>Definición de la función logarítmica como inversa de la exponencial. Gráfica de una función logarítmica. Características de la función logarítmica: dominio máximo, ámbito, asíntota, intersecciones con los ejes, monotonía, concavidad, signo. Casos particulares: Logaritmo en base 10 y logaritmo natural.</p>
<p>Aplicar las propiedades de los logaritmos en la resolución de diferentes tipos de ejercicios.</p>	<p>Propiedades de los logaritmos: Considere a una constante real tal que $a > 0$ y $a \neq 1$, entonces se cumplen las siguientes propiedades:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Logaritmo de la unidad: $\log_a(1) = 0$ • Logaritmo de la base: $\log_a(a) = 1$ • Logaritmo de una potencia: $\log_a(x^b) = b \log_a(x)$ para $x > 0$ y $b \in \mathbb{R}$ • Logaritmo de un producto: $\log_a(xy) = \log_a(x) + \log_a(y)$ para $x > 0, y > 0$ • Logaritmo de un cociente: $\log_a\left(\frac{x}{y}\right) = \log_a(x) - \log_a(y)$ para $x > 0, y > 0$ • Cambio de base: $\log_a(x) = \frac{\log_c(x)}{\log_c(a)}$ para $x > 0, c > 0$ y $c \neq 1$ <p>Propiedades derivadas de la composición de funciones inversas, con $a > 0, a \neq 1$</p> <ul style="list-style-type: none"> • $\log_a(a^x) = x$, $\forall x \in \mathbb{R}$ • $a^{\log_a(x)} = x$, $\forall x \in \mathbb{R}^+$
<p>Resolver ecuaciones exponenciales y logarítmicas.</p>	<p>Ecuaciones exponenciales. Ecuaciones logarítmicas.</p>

Objetivos	Contenidos
Aplicar las funciones y ecuaciones exponenciales y logarítmicas en la solución de problemas.	Problemas de aplicación de funciones y ecuaciones exponenciales y logarítmicas como interés compuesto, crecimiento exponencial, desintegración radioactiva, ley de enfriamiento de Newton, escalas pH y escala de Richter.
Resolver problemas que involucren los teoremas sobre diámetro perpendicular a una cuerda. Calcular el área de sectores y anillos circulares.	Teoremas sobre diámetro perpendicular a una cuerda. Área de sectores y anillos circulares.
Aplicar las características de los polígonos regulares, inscritos o circunscritos, en la solución de ejercicios y problemas.	Propiedades de los polígonos regulares. Elementos de un polígono regular: apotema, radio, ángulo central. Circunferencias inscrita y circunscrita a un polígono regular. Área y perímetro de polígonos regulares.
Aplicar las relaciones entre los elementos de los sólidos fundamentales en la solución de problemas.	Definición y propiedades de los sólidos fundamentales: cono circular recto, cilindro circular recto, esfera, prisma recto y pirámide recta.
Calcular área lateral, área de la base, área total y volumen de los sólidos fundamentales.	Volumen, área total y área parcial del prisma recto, del cilindro circular recto, de la pirámide recta, del cono circular recto y de la esfera.

CUARTO EXAMEN PARCIAL

Objetivos	Contenidos
Identificar propiedades que cumplen las coordenadas de los puntos de la circunferencia trigonométrica.	Circunferencia Trigonométrica.
Calcular las imágenes de un número real bajo cualquiera de las seis funciones trigonométricas a partir del par ordenado de la circunferencia trigonométrica asociado a ese número real.	Definición de las funciones trigonométricas para números reales: seno, coseno, tangente, cosecante, secante, cotangente.
Calcular las imágenes, de cualquier número real de la forma $\frac{k\pi}{6}$ o $\frac{k\pi}{4}$ donde k es un número entero, en cualquiera de las seis funciones trigonométricas (en el respectivo dominio) y de ángulos dobles y suma y resta de ángulos.	Pares ordenados de los puntos de la circunferencia trigonométrica asociados a los números de la forma $\frac{k\pi}{6}$ o $\frac{k\pi}{4}$ donde k es un número entero.
Gráficas de las seis funciones trigonométricas.	Dominio máximo, rango y periodo de las funciones trigonométricas. Gráficas de las seis funciones trigonométricas.
Graficar funciones trigonométricas de la forma $f(x) = a \cdot \text{sen}(kx + c) + b$, $f(x) = a \cdot \text{cos}(kx + c) + b$, $f(x) = a \cdot \text{tan}(kx + c) + b$	Gráficas, amplitud, periodo, corrimiento de fase, rango de funciones de la forma $f(x) = a \cdot \text{sen}(kx + c) + b$, $f(x) = a \cdot \text{cos}(kx + c) + b$. Periodo y corrimiento de fase de funciones de la forma $f(x) = a \cdot \text{tan}(kx + c) + b$.
Aplicar las identidades trigonométricas fundamentales en la simplificación de expresiones y verificación de identidades.	Identidades trigonométricas. Infografía: Identidades trigonométricas
Analizar las restricciones del dominio y codominio para que las funciones trigonométricas sean biyectivas. Calcular imágenes de las funciones trigonométricas inversas.	Funciones trigonométricas inversas en los rangos estándar. Identidades que incluyan funciones trigonométricas.
Resolver ecuaciones trigonométricas.	Ecuaciones trigonométricas.
Resolver problemas de aplicación con trigonometría.	Razones trigonométricas en triángulos rectángulos. Ángulos de elevación y depresión. Ley de senos y cosenos.