



Material de Apoyo

9^o

Área lateral y total de pirámides y prismas

Elaborado por:

José Paulo Jiménez Segura

Bryan Ramírez Obando

Edgar Solano Solano

Prismas y pirámides

El contenido que se abarcará permite estudiar el conocimiento matemático acerca de áreas tanto en pirámides rectas como prismas rectos. Así mismo, propiamente en donde se tienen bases triangulares, rectangulares y cuadradas.

CONCEPTOS BÁSICOS Y FÓRMULAS

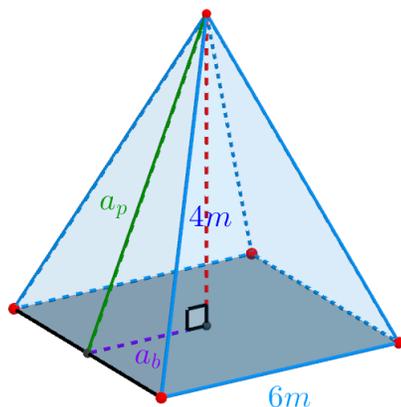
En el siguiente enlace se puede acceder a una infografía, la cual presenta el contenido más importante en cuanto a conceptos básicos y fórmulas necesarias: [Conceptos y fórmulas](#).

ESTUDIANDO EJEMPLOS RESUELTOS

A continuación se presentan 3 ejemplos resueltos de manera escrita:

Ejemplo 1

Considere la siguiente pirámide cuadrangular. Determine la medida de su apotema.



Solución: Note que para determinar el apotema de la pirámide (a_p) es necesaria la altura de la pirámide y además el apotema de la base. Así, estos tres segmentos forman un triángulo rectángulo y mediante el Teorema de Pitágoras podemos encontrar la medida buscada.

$$(a_p)^2 = (4m)^2 + (a_b)^2$$

Ahora bien, dado que se brinda el valor del lado del cuadrado base de la pirámide, entonces el apotema de la base viene dado por $\frac{l}{2}$, es decir, $a_b = \frac{6m}{2} = 3m$.

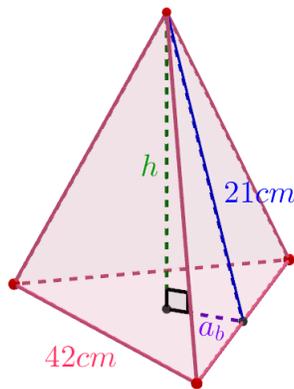
Así, por medio del Teorema de Pitágoras se obtiene que

$$\begin{aligned} (a_p)^2 &= (4m)^2 + (a_b)^2 \\ \Rightarrow a_p &= \sqrt{(4m)^2 + (3m)^2} = \sqrt{25m^2} \\ \Rightarrow a_p &= 5m \end{aligned}$$

En conclusión, se obtiene que el apotema de la pirámide tiene una medida de $5m$.

Ejemplo 2

Considere la siguiente pirámide triangular regular. Determine la medida de su altura.



Solución: Note que para determinar la altura de la pirámide (h) es necesario el apotema de la pirámide ($a_p = 21cm$) y además el apotema de la base (a_b). Así, estos tres segmentos forman un triángulo rectángulo y mediante el Teorema de Pitágoras podemos encontrar la medida buscada.

$$(a_p)^2 = h^2 + (a_b)^2$$

Ahora bien, dado que se brinda el valor del lado del triángulo equilátero base de la pirámide (pues triangular regular), entonces el apotema de la base viene dado por $\frac{l\sqrt{3}}{6}$, es decir, $a_b = \frac{42cm\sqrt{3}}{6} = 7\sqrt{3}cm$.

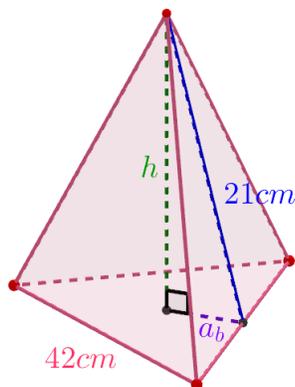
Así, por medio del Teorema de Pitágoras se obtiene que

$$\begin{aligned} (a_p)^2 &= h^2 + (a_b)^2 \\ \Rightarrow h^2 &= (a_p)^2 - (a_b)^2 \\ \Rightarrow h &= \sqrt{(21cm)^2 - (7\sqrt{3}cm)^2} \\ \Rightarrow h &= \sqrt{294cm^2} \\ \Rightarrow h &= 7\sqrt{6}cm \end{aligned}$$

En conclusión, se obtiene que la altura de la pirámide tiene una medida de $7\sqrt{6}cm$, es decir, aproximadamente $17,15cm$.

Ejemplo 3

Considere la pirámide triangular regular del ejemplo 2. Determine su área total.



Solución: Para determinar el área total de la pirámide hemos de recurrir a la siguiente fórmula:

$$A_T = \frac{N \cdot L}{2} \cdot (a_p + a_b)$$

Note que tenemos los siguientes datos:

$$a_p = 21\text{cm}$$

$$N = 3$$

$$L = 42\text{cm}$$

Además, del ejemplo 2 tenemos que

$$a_b = 7\sqrt{3}\text{cm}$$

Así, por medio de la fórmula se obtiene que

$$\begin{aligned} A_T &= \frac{N \cdot L}{2} \cdot (a_p + a_b) \\ &= \frac{3 \cdot 42\text{cm}}{2} \cdot (21\text{cm} + 7\sqrt{3}\text{cm}) \\ &\approx 2086,83\text{cm}^2 \end{aligned}$$

En conclusión, se obtiene que el área total de la pirámide es aproximadamente $2086,83\text{cm}^2$.

MÁS EJEMPLOS RESUELTOS

En los siguientes enlaces se puede acceder a dos videos, de autoría propia, los cuales se encuentran en la plataforma youtube, en los cuales puedes encontrar más ejemplos resueltos: [ejemplo resuelto 1](#), [ejemplo resuelto 2](#).

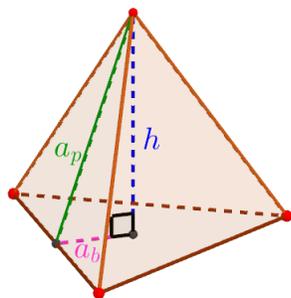
Además, en el siguiente enlace se puede acceder a un video, el cual corresponde al proyecto PAEM 2020, que se encuentra en la plataforma youtube, en el cual puedes encontrar un ejemplo resuelto: [ejemplo resuelto](#).

¡A intentar!

A continuación se le presentan una serie de ejercicios para que pueda practicar el contenido visto anteriormente. Entonces, Resuélvelos de forma clara y ordenada. Además, debe brindar la solución simplificada.

Ejercicio 1

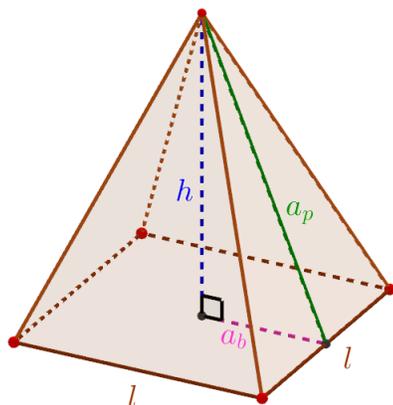
Con base en la figura adjunta determine la medida que se solicita en cada caso.



- Si $h = 6$, $a_b = 2$, $a_p = \underline{\hspace{2cm}}$
- Si $a_p = 22$, $h = 17$, $a_b = \underline{\hspace{2cm}}$
- Si $h = 12$, $a_b = 14$, $a_p = \underline{\hspace{2cm}}$
- Si $a_p = 30$, $a_b = 19$, $h = \underline{\hspace{2cm}}$
- Si $a_b = 21$, $a_p = 42$, $h = \underline{\hspace{2cm}}$

Ejercicio 2

Con base en la figura adjunta determine la medida que se solicita en cada caso.



- Si $h = 6$, $a_b = 7$, $a_p = \underline{\hspace{2cm}}$
- Si $a_p = 20$, $a_b = 9$, $h = \underline{\hspace{2cm}}$
- Si $h = 19$, $a_p = 24$, $a_b = \underline{\hspace{2cm}}$
- Si $h = 15$, $l = 20$, $a_p = \underline{\hspace{2cm}}$
- Si $a_b = 29$, $a_p = 37$, $h = \underline{\hspace{2cm}}$

Ejercicio 3

Determine el área total de una pirámide triangular regular cuya arista basal mide 8cm y la altura de la pirámide es de 15cm .

Ejercicio 4

Determine el área basal de una pirámide cuadrangular, cuya apotema de la pirámide mide 10cm y la altura mide 8cm .

Ejercicio 5

Determine el área total de una pirámide triangular regular cuyo perímetro mide 30cm y la altura de la pirámide es de 45cm .

Ejercicio 6

Edgar construyó una tienda de campaña de forma de pirámide cuadrangular con piso incluido. Calcule la cantidad de lona que utilizó Edgar si la apotema de la tienda mide 3m y el lado de la base 4m .

Ejercicio 7

Determine el área total de un prisma triangular regular si la arista basal mide 8cm y la altura 20cm .

Ejercicio 8

En un prisma cuadrangular el área de una de sus bases mide 255cm^2 . Calcule el área total del prisma si la altura equivale al doble de la medida del lado de la base.

Ejercicio 9

Un almacén tiene forma de prisma rectangular y sus dimensiones son: 20m de largo, 5m de ancho y 7m de altura. Calcule el área de las paredes.

Ejercicio 10

La altura de un prisma recto es de 11cm y la base es un triángulo equilátero cuyo perímetro mide 42cm . Calcule el área total del prisma.

Soluciones a los ejercicios

Ejercicio 1.

a. $a_p = 2\sqrt{10}$

b. $a_b = \sqrt{195}$

c. $a_p = 2\sqrt{85}$

d. $h = 7\sqrt{11}$

e. $h = 21\sqrt{3}$

Ejercicio 2.

a. $a_p = \sqrt{85}$

b. $h = \sqrt{319}$

c. $a_b = \sqrt{215}$

d. $a_p = 5\sqrt{13}$

e. $h = 4\sqrt{33}$

Ejercicio 3.

$$A_T \approx 209,75cm^2$$

Ejercicio 4.

$$A_b = 144cm^2$$

Ejercicio 5.

$$A_T \approx 719,69cm^2$$

Ejercicio 6.

$$A_T \approx 48m^2$$

Ejercicio 7.

$$A_T \approx 535,42cm^2$$

Ejercicio 8.

$$A_T = 2550cm^2$$

Ejercicio 9.

$$A_P \approx 350m^2$$

Ejercicio 10.

$$A_T \approx 631,74cm^2$$

Referencias

- [1] Chavarría, G. (2017). Matemática 7. (3ra Ed). Ediciones Lebombo.
- [2] Ministerio de Educación Pública . (2017). Reforma Curricular en ética, Estética y Ciudadanía: Programas de Estudio de Matemáticas. Recuperado el 18 de abril de 2021 de: <http://www.mep.go.cr/sites/default/files/programadeestudio/programas/matematica.pdf>
- [3] Ramírez, M. (2015). Pendulum 7: develando la realidad. San Rafael, Costa Rica. Siwö Editorial.